

Или, учитывая (1) и (2):

$$D_e(H) = \iint_0^\infty \zeta_g(u, v) [1 - e^{-H\sqrt{u^2+v^2}}]^2 du dv + \iint_0^\infty \zeta_n(u, v) e^{-2H\sqrt{u^2+v^2}} du dv$$

и

$$D_{\frac{1}{2}}(H) = \iint_0^\infty \zeta_g(u, v) (u^2 + v^2) [1 - e^{-H\sqrt{u^2+v^2}}]^2 dudv + \\ + \iint_0^\infty \zeta_n(u, v) (u^2 + v^2) e^{-2H\sqrt{u^2+v^2}} dudv.$$

Минимизируя $D_e(H)$ и $D_{\frac{1}{2}}(H)$, определим высоты H_e и $H_{\frac{1}{2}}$, при которых данные функции имеют минимум.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гладкий К. В. Гравиразведка и магниторазведка. М., 1967.
2. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений. М.—Л., 1951.

Поступила в редакцию
10.10 1974 г.

Кафедра
небесной механики и гравиметрии

УДК 621.373

В. В. КАРПОВ, И. И. МИНАКОВА

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ДВУХЧАСТОТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА АВТОГЕНЕРАТОР

Процессы установления автономного режима [1] или синхронного режима при воздействии на автогенератор гармонической внешней силы рассматривались неоднократно [2—4]. Стационарные процессы, не говоря уже о процессах установления, при воздействии на автогенератор сигнала сложной формы или ряда гармонических сил исследованы гораздо меньше, особенно в теоретическом плане. В предлагаемом сообщении рассматриваются переходные процессы при воздействии на автогенератор двух гармонических сил.

Уравнение движения в неавтономной системе для рассматриваемой задачи

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + 2\delta(x)\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 \sum_j P_j \cos \omega_j t. \quad (1)$$

Здесь

$$j=2, P_1 = P_2, \delta(x) = \delta_0 + \delta_1 x^2 \quad (\delta_0 < 0, \delta_2 < 0).$$

В первом приближении движение в автогенераторе с мягким предельным циклом [5] при синхронизации хотя бы одним из внешних воздействий может быть записано в виде

$$x = A_T \sin \omega_0 t + \sum_{j=1}^4 A_j \sin(\omega_j t - \varphi_j), \quad (2)$$

где

$$\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_2, \quad \omega_4 = 2\omega_2 - \omega_1.$$

При этом учтены спектральные составляющие с частотами ω_3 и ω_4 (кроме ω_0 , ω_1 и ω_2), и не учтены спектральные составляющие с частотами $3\omega_1 - 2\omega_2$ и

$3\omega_2 - 2\omega_1$, являющиеся членами второго порядка малости при комбинационном взаимодействии частот ω_1 и ω_2 . Для упрощения положим $A_2 = 0$. Таким образом, можно рассматривать процессы установления в случае, когда при включении генератора на его контур уже действует хотя бы одна синхронизирующая сила [6], а также когда воздействие подается на синхронизированный гармоническим сигналом автогенератор.

Уравнение движения в системе можно разбить на ряд движений, описывающих гармонические колебания со своими частотами ω_j . Взаимодействие этих колебаний происходит в нелинейном элементе. Таким образом осуществляется переход от уравнений (1) к системе уравнений

$$\ddot{x}_j + 2\delta\dot{x}_j + 2[\delta(x) \cdot x]_j + \omega_0^2 x_j = F_j, \quad (3)$$

где $j=1, 2, 3, 4$; F_j — внешняя сила на частоте той спектральной составляющей, для которой записано уравнение.

Указанный переход является адекватным, если рассмотреть все возможные для данного типа характеристики активного элемента гармоника и рассмотреть весь спектр колебаний в автогенераторе. В исследуемом случае $j=4$ и (3) соответствует (1) с точностью до членов 2-го порядка малости.

Из (3) можно получить систему 2j укороченных уравнений для dA_j/dt и $d\varphi_j/dt$. Запись системы укороченных уравнений можно значительно упростить, если в каждом из уравнений осуществить переход $z_j = A_j \cdot e^{i\varphi_j} = u_j + iv_j$ и сделать ряд простых преобразований:

$$\frac{dz_j}{dt} = (i\Delta_j - \delta_0) z_j - \frac{\delta_2}{2} \left[(B^2 - |z_j|^2) \frac{z_j}{2} + s_j + \frac{r_j}{2} + \omega_j \right] + y_j, \quad (4)$$

где

$$j = 1, 2, 3, 4; \quad \Delta_j = \omega_0 - \omega_j; \quad B^2 = 2 \sum_{j=1}^4 |z_j|^2; \quad \delta_0 = \delta + \delta_0' (\delta_0' < 0);$$

s_j, r_j, ω_j, y_j — соответствующие элементы столбцов

$$s = \begin{pmatrix} z_2^* z_3 z_4 \\ z_1^* z_3 z_4 \\ z_1 z_2 z_4^* \\ z_1 z_2 z_3^* \end{pmatrix}; \quad r = \begin{pmatrix} z_2^2 z_4^* \\ z_1^2 z_3^* \\ z_1^2 z_2^* \\ z_2^2 z_1^* \end{pmatrix}; \quad \omega = \begin{pmatrix} z_1^* z_3 z_3 \\ z_1^* z_2 z_4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad y = \begin{pmatrix} P_1 \omega_0^2 \\ 2\omega_1 \\ P_2 \omega_0^2 \\ 2\omega_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Из (4) легко получить укороченные уравнения в переменных Ван-дер-Поля ($u_j = A_j \cos \varphi_j$ и $v_j = A_j \sin \varphi_j$), взяв соответственно Re и Im от правых частей уравнений системы (4).

Вследствие сложности аналитическое решение системы уравнений (4) не удается получить даже в стационарном режиме ($dz_j/dt=0$). Поэтому решение проведено методом численного интегрирования на ЭВМ системы уравнений для dA_j/dt и $d\varphi_j/dt$. За $t=0$ принимался момент времени, когда в системе, на которую действовали внешние силы $P_1=P_2=2 \cdot A_0 \cdot 10^{-2}$, уже были подвозбуждены колебания с частотами ω_3 , амплитуды которых были $A_1=A_2=A_0 \cdot 10^{-2}$, $A_3=A_4=A_0 \cdot 10^{-6}$ ($A_0 = \sqrt{-4 \delta_0' / \delta_2}$ — амплитуда автономных автоколебаний).

Начальные фазы $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, $\varphi_3 = \varphi_4 = \pi$, так как спектральные составляющие с этими фазами являются результатом действия на автогенератор колебаний с частотами ω_1 и ω_2 . При этом φ_1 и φ_2 — постоянная разность фаз между вынужденными колебаниями в контуре с внешним воздействием, а φ_3 и φ_4 — фазы между комбинационными и вынужденными колебаниями в моменты времени $(2\omega_1 - \omega_2)t = (2\omega_2 - \omega_1)t = 2\pi$.

Расчет проводился для расстройок $|\sigma| \leq 1$ ($\sigma = \frac{\Delta}{\Delta_0}$, $\Delta_0 = \frac{\omega_0^2 P}{2\omega A_0}$ — полуширина по-

слосы синхронизации). Стационарные фазы синхронизации автогенератора одним сиг-

налом при этом распределялись на $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$. Указанные начальные условия для φ_1 и φ_2 при изменении σ в полосе синхронизации автоматически обеспечивали стати-

стическую независимость и равномерность распределения начальной фазы, на $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Для расчета были взяты типичные параметры клистронного генератора $\delta/\omega_0=0,008$; $\delta_0'/\omega_0=-0,024$; $\delta_2/\omega_0=0,003$, σ^2 .

Характерный вид режимов установления при одновременном воздействии на автогенератор двух внешних сил равных амплитуд представлен на рис. 1. Как видим, амплитуды спектральных составляющих a_1 и a_2 на частотах внешних сил ω_1 и ω_2 быстро возрастают, так как колебания попадают в полосу пропускания резонансного контура. Воздействие с частотой $\omega_1=\omega_0$, захватывающее автогенератор, оказывает силь-

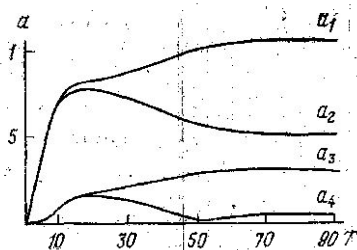


Рис. 1

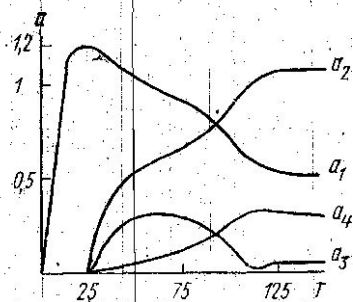


Рис. 2

ное асинхронное воздействие на амплитуду спектральной составляющей a_2 . Начиная с некоторого момента времени a_2 перестает нарастать, a_1 по-прежнему нарастает, a_2 при этом уменьшается и в стационарном режиме в 2,5 раза меньше, чем a_1 . Амплитуды a_3 и a_4 изменяются связанно с a_1 и a_2 , но так как это амплитуды комбинационных составляющих, то закономерности их установления более сложные.

Фазы спектральных составляющих φ_j зависят от мгновенных значений их амплитуд a_j , так как изменению амплитуд соответствует изменение эквивалентной добротности системы и полосы пропускания. Следует отметить, что процессы установления при воздействии на автогенератор одновременно двух внешних сил слабо зависят от начальных фаз, в то время как аналогичные процессы синхронизации автогенератора одним сигналом оказываются существенно разными [3] при различных отклонениях начальной фазы от стационарной фазы синхронизации.

Если на автогенератор действует только одна внешняя сила ($|\sigma_1| < 1$), то она захватывает автогенератор. Однако при включении второй внешней силы ($|\sigma_2| < |\sigma_1|$) происходит пересинхронизация автогенератора этой внешней силой (рис. 2). Отметим, что при действии второй внешней силы на синхронизированный автогенератор при $|\sigma_2| > |\sigma_1|$ пересинхронизация естественно не происходит, и устанавливающаяся амплитуда a_2 не имеет такого ярко выраженного максимума, как на рис. 1, а сразу стремится к стационарному значению. Это можно объяснить уменьшением средней крутизны активного элемента захватившей автогенератор внешней силы.

В случае, когда обе внешние силы находятся вблизи границы полосы синхронизации ($|\sigma_1| \approx 1$, $|\sigma_2| \approx 1$, но $|\sigma_1| \neq |\sigma_2|$), не происходит синхронизации автогенератора ни одной из внешних сил. В этом случае амплитуды спектральных составляющих в стационарном режиме изменяются периодически. Таким образом, при действии двух внешних сил с $P_1 = P_2$ вблизи границы полосы синхронизации $|\sigma_1| \neq |\sigma_2|$ имеет место уменьшение эффективной полосы синхронизации автогенератора по сравнению с $\Delta\eta$.

Исследование зависимости времени установления от расстройки двух одновременно действующих сил показывает, что время установления увеличивается при уменьшении расстройки между спектральными составляющими $|\omega_1 - \omega_2| \rightarrow 0$ или при симметричном расположении их относительно частоты ω_0 ($|\omega_1 - \omega_0| \leftarrow |\omega_0 - \omega_2|$). Увеличение времени установления при этом существенно связано с нелинейными свойствами системы.

Закономерности процессов установления при двухчастотном воздействии получены для автогенератора с мягким предельным циклом. При учете отброшенных гармонических составляющих с частотами $3\omega_1 - 2\omega_2$ и $3\omega_2 - 2\omega_1$ можно аналогичным образом исследовать случай автогенератора с жестким предельным циклом. Приведенный спектральный метод исследования переходных и стационарных процессов может быть распространен на случай воздействия на автогенератор n гармонических сил, а также сигналов сложной формы.

1. Жодзишский М. И. «Радиотехника», 21, 8, 1966.
2. Воробейчиков Э. С., Пойзнер Б. Н., Портнова Т. С. «Изв. вузов», радиофизика, 16, 10, 1973.
3. Воронин Э. С., Берестовский Г. Н. «Радиотехника», 11, 3, 1956.
4. Мерзлякова М. Н. «Изв. вузов», физика, 6, 1975.
5. Коваленко А. С., Мигулин В. В. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 11, № 3, 1970.
6. Дзвид Е. Вопросы радиолокационной техники. В сб.: «Переводы и обзоры иностранной периодической литературы», вып. 1 (13). М., 1953.

Поступила в редакцию 13.6 1975 г.

Кафедра физики колебаний

УДК 537.525

В. А. ГОДЯК, А. А. КУЗОВНИКОВ

ПЛАВАЮЩИЙ РЕЗОНАНСНЫЙ ЗОНД В ПЛАЗМЕ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО СТОЛБА

Приращение плавающего потенциала ΔV ленгмюровского зонда под действием ВЧ напряжения изучалось в [1]. Было показано, что ΔV определяется действующим напряжением в призондовом двойном слое и для частот меньших плазменных ($\omega \ll \omega_{oe}$).

$$\Delta V = V_e \ln I_0 \left(\frac{V_{\sim}}{V_e} \right), \quad (1)$$

где V_e — электронная температура в единицах потенциала, V_{\sim} — амплитуда ВЧ-напряжения, I_0 — модифицированная функция Бесселя первого рода.

С другой стороны, анализ ВЧ-свойств граничного слоя плазмы предсказывает резонансное возрастание напряжения в двойном слое на частотах, близких плазменной, что подтверждено экспериментально в работах, посвященных резонансному зонду [2—4]. Следовательно, в частотных зависимостях $\Delta V(\omega)$ вблизи плазменной частоты должно наблюдаться резонансное возрастание ΔV , аналогичное тому, которое известно для приращения постоянной составляющей зондового тока в методе резонансного зонда.

В указанных работах по резонансному зонду [3—5] эксперименты проводились в бестоковой плазме, нами исследовалась частотная зависимость $\Delta V(\omega)$ в плазме положительного столба разряда низкого давления.

Схема экспериментальной установки дана на рис. 1, где также представлена частотная характеристика высокочастотного тракта.

Частотные характеристики $\Delta V(\omega)$ наблюдались на экране свипгенератора Х1-1А. Для компенсации частотных искажений широкополосного усилителя УЗ-5А цепь регулировки выходной амплитуды (АРА) генератора Х1-1А охватывала весь высокочастотный тракт. Схема давала свипированное высокочастотное напряжение V_{\sim} амплитудой 1В в диапазоне 0,5—150 МГц. В случае, когда частотная характеристика снималась по точкам, использовались генератор Г4-7А и ламповый вольтметр ВЛУ-2. Измерения $\Delta V(\omega)$ проводились для стеночного зонда диаметром 1,5 см в положительном столбе разряда в парах ртути при давлении $p=1,6 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст. Использовались две трубки радиусом 2,4 и 2,8 см. Измерения электронной температуры и концентрации проводились с помощью цилиндрического зонда на оси разряда. Экспериментальные результаты представлены на рис. 2—4.

Из частотных характеристик $\Delta V(\omega)$ при малых разрядных токах (рис. 2) видно, что значение $\Delta V(\omega)$, оставаясь неизменным для малых частот, имеет максимальное значение при частоте $\omega = \omega_r$, затем спадает до нуля на частоте, близкой к электронной плазменной $\omega \approx \omega_{oe}$. Полученная особенность в частотной зависимости $\Delta V(\omega)$ может быть объяснена с помощью упрощенной теории резонансного зонда [4], развитой для приращения постоянного тока Δi . Она указывает на два различных вида перераспределения высокочастотного напряжения в ленгмюровском слое и в плазме, что соответствует плазменному ($\omega = \omega_{oe}$) и геометрическому резонансу ($\omega = \omega_r$) системы слой —