$$P_m = \frac{4}{3}\,\frac{e^2\omega_{\pm}^4}{c}\left(\frac{q_1 q_2}{4\omega_1\omega_2}\right)^2 \omega_{\mp}^2 \sin^2\chi\cos^2\chi. \qquad (8)$$

Таким образом, полное излучение равно сумме трех видов излучения в соответствии с тем утверждением, что дипольное, квадрупольное и магнитно-дипольное излучения дают независимые вклады в полное излучение.

В заключение отметим, что мультипольное излучение необходимо учитывать также и в процессах рассеяния света в плазме, в частности в задаче по нелинейному отражению света от границы плазмы [8].

Автор признателен Д. Н. Клышко за обсуждение результатов настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский В. Ч., Херрманн И. «Вестн. Моск. ун-та», физ., астрон., 11, № 6, 671, 1970.
2. Лебедев И. В. «Оптика и спектроскопия», 29, 948, 1970.
3. Халилов В. Р. «Изв. вузов», физика, № 8, 76, 1972.
4. Ахмедиев Н. Н. «Квантовая электроника», 1, 2030, 1974.
5. Багров В. Г., Гитман Д. М., Задорожный В. Н., Шварцман Ш. М. «Изв. вузов», физика, № 1, 42, 1975.
6. Sen Gupta N. D. «Z. Phys.», 200, 13, 1967.
7. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М., 1966.
8. Bloembergen N., Shen Y. R. «Phys. Rev.», 141, 298, 1966.

Поступила в редакцию
7.4 1975 г.

Кафедра
волновых процессов

УДК 523.11

З. А. ШТЕЙНГРАД

К ВОПРОСУ О СВЯЗИ МЕЖДУ КООРДИНАТНЫМИ УСЛОВИЯМИ И ФОРМАЛИЗМОМ КИНЕМЕТРИЧЕСКИХ ИНВАРИАНТОВ

Согласно теореме Римана [1], четыре компонента метрического тензора $g_{\mu\nu}$ могут быть записаны в наперед заданном виде. Это позволяет наложить $g_{\mu\nu}$ четыре так называемых координатных условия. Ранее было показано [2, 3], что координатные условия могут, вообще говоря, выделять классы систем отсчета, при изучении которых целесообразно пользоваться формализмом хронометрических инвариантов (х. и.) [4]. Однако независимых условий, выделяющих некоторый класс отсчета и не накладывающих ограничений на метрику, может быть только три, в то время как координатных условий четыре. Это, очевидно, означает, что координатные условия помимо ограничений, накладываемых на выбор класса систем отсчета, могут ограничивать еще и выбор классов пространственных сечений, рассматриваемых в рамках аппарата кинеметрических инвариантов (к. и.) [5].

Определение. Пусть заданы некоторые координатные условия. Тогда рассматриваемое пространство сечений будем называть соответствующим этим координатным условиям в том и только том случае, если среди множества систем координат допустимых в нем найдется хотя бы одна, для которой заданные координатные условия удовлетворяются.

В силу того что внутри пространства сечений допустимы только преобразования координат вида

$$x^0 = x'^0(x^0), \qquad (1)$$

$$x'^i = x'^i(x^\alpha), \qquad (2)$$

которые не выводят за пределы этого пространства ясно, что не всякое пространство сечений будет соответствовать наперед заданным координатным условиям (латинские индексы пробегают значения 1, 2, 3, а греческие 0, 1, 2, 3).

Опишем процедуру получения х. и. условий, которым должно удовлетворять пространство сечений (или их класс), для того, чтобы оно соответствовало выбранным координатным условиям.

Наряду с этим будем рассматривать в качестве примера такие х. и. соотношения для гармонических координатных условий Фока — де' Дондера [6]

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}\, g^{\alpha\beta}}{\partial x^{\beta}} = 0. \tag{3}$$

1. Запишем закон преобразования для изучаемых координатных условий. Для (3) он имеет вид

$$g^{\alpha\beta} \nabla_{\alpha} \nabla_{\beta} (x'^{\mu}) = 0, \tag{4}$$

где общековариантный оператор д'Аламбера записан в произвольных координатах, а x'^{μ} — гармонические координаты.

2. Пусть в исследуемом пространстве сечений выбрана произвольная система координат. Тогда это пространство будет допускать систему координат, в которой удовлетворяются данные координатные условия, если в нем будет интегрируемой система уравнений, составленная из закона преобразования координатных условий и уравнений, следующих из (1):

$$\frac{\partial x'^{0}}{\partial x^{i}} = 0. \tag{5}$$

(При этом все дифференциальные операторы и коэффициенты записаны в произвольной допустимой в рассматриваемом пространстве сечений системе координат, что всегда можно сделать, а неизвестными функциями служат штризованные координаты, в которых удовлетворяются координатные условия.)

Условия интегрируемости полученной системы уравнений, являющиеся искомыми уравнениями, накладывающими ограничения на выбор пространства сечений, могут быть получены (в классе аналитических функций) способом, описанным в [7]. Благодаря уравнению (5) эти условия всегда будут к. и. В частности, условия интегрируемости системы (4)—(5) имеют вид

$$\frac{\breve{\partial} F_i}{\partial t} + \nabla_i D - D F_i = 0, \tag{6}$$

где $\dfrac{\breve{\partial}}{\partial t}$ — х. и. оператор дифференцирования по времени, F_i — х. и. вектор ускорения пространства сечений, $D = D^{i}_{i}$ — свернутый х. и. тензор скоростей деформаций пространства сечений.

Интересно, что пространства сечений, соответствующие координатным условиям Инфельда [8]:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}\, g^{ik}}{\partial x^{k}} = 0, \tag{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}\, g^{0d}}{\partial x^{d}} = 0, \tag{8}$$

также должны удовлетворять условиям (6).

Необходимо отметить, что условий, накладывающих ограничения на выбор пространств сечений, соответствующих заданным координатным условиям, всегда будет три (как и в (6)). Это следует из необходимости составления коммутаторов из операторов $\partial/\partial x^{i}$, действующих в (5), и оператора, действующего в законе преобразования координатных условий (коммутатор нужно составлять для отыскания условий интегрируемости описанной в [2] системы уравнений).

Таким образом, четыре одних и тех же координатных условия приводят к трем х. и. условиям, ограничивающим выбор систем отсчета, и трем х. и. условиям, ограничивающим выбор пространств сечений. При этом все шесть условий могут быть удовлетворены одновременно в любом гравитационном поле. В этом нет противоречий, так как задание конгруэнции пространственных сечений не накладывает никаких ограничений (в соответствии с основными определениями, имеющими место в формализме х. и.) на выбор конгруэнции линий времени системы отсчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров А. З. Новые методы в общей теории относительности. М., 1966.
2. Штейнград З. А. Тезисы докладов III Советской гравитационной конференции. Ереван, 1972.
3. Штейнград З. А. ДАН СССР, **204**, № 4, 831, 1972.
4. Зельманов А. Л. «Труды VI совещания по вопросам космогонии». М., 1959, стр. 144.
5. Зельманов А. Л. ДАН СССР, **209**, № 4, 822, 1973.
6. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1961.
7. Рашевский П. К. Геометрическая теория дифференциальных уравнений с частными производными. М., 1947.
8. Инфельд Л., Плебанский Е. Движение и релятивизм. М., 1962.

Поступила в редакцию
16.6 1975 г.

Кафедра
астрофизики

УДК 530.145

А. М. ВОЛОЩЕНКО, Ю. Г. ПАВЛЕНКО

О ВЛИЯНИИ ВНЕШНЕГО ПОЛЯ НА СПЕКТР МЯГКИХ ФОТОНОВ

В связи с появившимися экспериментальными возможностями [1] проверки квантовой теории синхротронного излучения [2], а также астрофизическими приложениями усилился интерес к квантовым процессам во внешнем поле с участием релятивистских электронов. Ввиду сложной структуры функции Грина во внешнем поле расчет эффектов второго и более высоких порядков связан со значительными вычислительными трудностями. В данной заметке указывается на возможность расчета мягкофотонной области спектра для радиационных процессов во внешнем поле с использованием известного приближения [3].

Рассмотрим в представлении Фарри наряду с некоторым основным процессом во внешнем поле с вероятностью dw_0 (сечением $d\sigma_0$) процесс, отличающийся от первого испусканием n дополнительных фотонов. Пусть начальное и конечное состояния электрона квазиклассичны и можно пренебречь отдачей при излучении дополнительных фотонов. Тогда ток в вершинах, соответствующих испусканию мягких фотонов, можно считать c-числом и вынести из-под знака T произведения (приближение классических токов [4]). Вероятность процесса в этом приближении факторизуется:

$$dw = dw_0 \prod_{i=1}^{n} dw_i, \tag{1}$$

$$dw_i = \frac{1}{4\pi^2\omega_i} \left| \int (j(x)\, e_i^*)\, e^{ik_i x}\, d^4x \right|^2 d\mathbf{k}_i. \tag{2}$$

Здесь $k_i^\mu = (\omega_i, \mathbf{k}_i)$ и e_i^μ — волновой вектор и вектор поляризации i-того фотона $\hbar = c = 1$).

Для релятивистских электронов в случае, когда угол отклонения в поле для начального и конечного электрона много больше соответственно m/ε_1 и m/ε_2 (ε_1 и ε_2 — начальная и конечная энергия электрона в основном процессе), а также если внешнее (для определенности, магнитное) поле не является сильно неоднородным, траекторию на длине когерентности излучения мягких фотонов можно аппроксимировать двумя составленными дугами окружностей:

$$\mathbf{r}(t) = \begin{cases} R_1 [\sin\Omega_1 t\, \mathbf{n}_x + (1 - \cos\Omega_1 t)\, \mathbf{n}_y] + v_{1z} t\, \mathbf{n}_z, & t < 0 \\ R_2 [(-\sin\delta + \sin(\Omega_2 t + \delta))\, \mathbf{n}_x + (\cos\delta - \\ - \cos(\Omega_2 t + \delta))\, \mathbf{n}_y] + v_{2z} t\, \mathbf{n}_z, & t > 0, \end{cases} \tag{3}$$

$$\mathbf{H} = (0,\ 0,\ H), \quad \Omega_{1,2} = \frac{e_0 H}{\varepsilon_{1,2}}, \quad R_{1,2} = \frac{v_{1,2\perp}}{\Omega_{1,2}}.$$