

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 4—1976

УДК 551.465

Н. К. ШЕЛКОВНИКОВ, Л. А. БУКИНА, П. В. МИРОНОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ЖИДКОСТИ

Измерены пространственно-временные корреляции скорости в лотке над шероховатым дном. По огибающей максимумов  $R(x, 0, 0, \tau)$  определен временной лагранжев масштаб. Вычислены значения пути перемешивания по формуле Прандтля и по значению временного масштаба Лагранжа.

В данной работе определены пространственные и временные характеристики турбулентности в лабораторных условиях. Измерения проводились в методическом лотке гидрофизической лаборатории физического факультета МГУ. Средняя скорость течения составляла  $\bar{v}=22,3$  см/с. Регистрация продольного и вертикального компонентов скорости течения в двух точках потока осуществлялась термогидрометром методом постоянного тока. В качестве чувствительного элемента использовались платиновые нити длиной 7 мм и диаметром 20 мк. Нити крепились к держателю под углом  $90^\circ$  друг к другу и ориентировались в потоке так, чтобы составляли угол  $45^\circ$  к направлению средней скорости.

Регистрация пульсаций скорости осуществлялась с помощью шлейфового осциллографа Н-700. Собственная частота используемых шлейфов составляла 120 Гц, а их чувствительность —  $10^{-6}$  А/мм·м. Инерция всего прибора не превышала 0,02 с. Чувствительность термогидрометра к изменениям продольного компонента скорости  $S=0,4$  см/с, а к вариациям угла атаки датчика — 0,0099 рад/мм. При измерениях в придонной области  $S$  выбиралась меньше, чем в средней части потока, так как интенсивность пульсаций над шероховатым дном была значительно больше. Оперативное изменение чувствительности термогидрометра на разных глубинах стало возможным благодаря использованию нового метода тарировки [1]. В этом случае по последовательным записям продольного компонента скорости на разных глубинах определялось смещение средних уровней записей  $\Delta l$ . Чувствительность термогидрометра определялась как  $S=\Delta v/\Delta l$ , где  $\Delta v$  — разность скоростей в этих точках.

Тарировка термогидрометра по углу проводилась в тех же условиях, что и рабочие записи. Для этого строилась кривая зависимости показаний регистратора от угла атаки датчика [1].

Измерения пульсаций скорости в данной работе проводились в лотке с шероховатым дном. Шероховатость создавалась искусственно

путем нанесения мелкой гальки на жесткую основу, которая затем устанавливалась на дне лотка. Угол уклона лотка во время эксперимента был 0,003. Измерения проводились на расстоянии 20 H от входного устройства лотка. Регистрация продольных и вертикальных компонентов скорости осуществлялась одновременно в двух точках, разнесенных вдоль потока.

В процессе эксперимента расстояние между датчиками изменялось от 10 до 60 см. Для оценки влияния датчиков друг на друга были вычислены функции автокорреляции  $R_{11}$  для различных расстояний между ними. По значениям  $R_{11}$  было установлено, что при увеличении расстояния между датчиками расхождение между временными радиусами корреляции  $\tau_{0,5}$  (определенных по уровню 0,5) уменьшалось. Максимальное отличие в значениях  $\tau_{0,5}$  (50%) наблюдалось при минимальном расстоянии между датчиками, равном 10 см. При  $x_1=30$  см это различие не превышало 10%, что находится в пределах ошибки измерения. При дальнейшем увеличении расстояния разница в радиусах корреляции сохранялась в пределах 10%.

Таким образом, при регистрации пульсаций скорости одновременно в двух точках потока, когда один датчик находится в следе другого, их необходимо разносить на расстояние больше чем 10 см, что совпадает с данными [2].

Для определения пространственно-временной структуры турбулентности использовались как одноточечные записи пульсаций скорости, так и записи, полученные одновременно в двух точках потока при различных расстояниях между ними. Знание функций автокорреляции исследуемого процесса позволило оценить временной радиус  $\tau_{0,5}$  для  $u'$  и определить распределение временных эйлеровых масштабов

$$T = \int_0^{\infty} R(0, 0, 0, \tau) d\tau$$
 с глубиной, а также вычислить пространственные масштабы турбулентных неоднородностей

$$L_3 = \bar{v} \int_0^{\infty} R(0, 0, 0, \tau) d\tau$$

в предположении справедливости гипотезы Тейлора.

С другой стороны, пространственные масштабы (размеры) турбулентности были определены с помощью функций взаимной корреляции. Согласно [3] продольные размеры турбулентных неоднородностей могут быть вычислены с помощью следующего выражения

$$L = \bar{v} \int_{\tau_1}^{\tau_2} R(x_1, 0, 0, \tau) d\tau,$$

где  $\bar{v}$  — средняя скорость потока, а  $\tau_1, \tau_2$  определяются непосредственно из графика  $R(x_1, 0, 0, \tau)$  как точки, соответствующие первым минимальным значениям функции взаимной корреляции (значения  $\tau_1$  и  $\tau_2$  могут быть выбраны также по определенному уровню корреляции).

В результате статистической обработки экспериментальных данных установлено, что временной радиус корреляции возрастал с увеличением относительной глубины  $\eta = h/H$  и имел максимум  $\tau_{0,5} = 0,16$  с для  $\eta = 0,52$ , а значение  $L_3$  для этого  $\eta$  составляло 11,6 см. Значения  $L$ , вычисленные для  $\eta = 0,52$  при различных расстояниях между датчиками (10, 20, 30, 45 см), составляли 22,2; 24,5; 29,1 и 32,6 см соответственно. Из сравнения значений  $L_3$  и  $L$  видно, что с увеличением расстояния

между датчиками разница между ними возрастает, что вызвано расплыванием (диффузией) неоднородностей. Скорость расплывания турбулентных неоднородностей определяет так называемое «время жизни». Под «временем жизни» неоднородностей принимается время, в течение которого они сохраняют свои статистические свойства.

Однако по данным настоящей работы временная изменчивость турбулентных неоднородностей достаточно велика, чтобы говорить о сохранении их свойств во времени. Поэтому при определении их временных характеристик турбулентности необходимо задаться определенной степенью их самоподобия, т. е. уровнем корреляции. В дальнейшем характеристики турбулентности будут определяться по выбранным уровням корреляции.

Согласно [4] время жизни неоднородности может быть определено по функциям взаимной корреляции. Для этого необходимо записать пульсации продольной составляющей скорости одновременно в нескольких точках, разнесенных на некоторое расстояние друг от друга вдоль потока. Степень подобия двух сравниваемых процессов может быть определена по значению пространственно-временной функции корреляции.

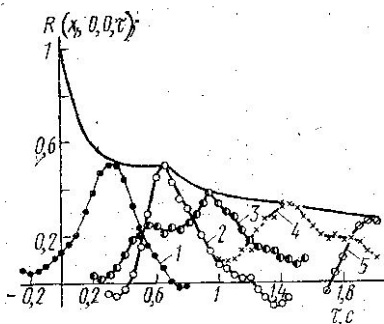


Рис. 1. Пространственно-временные корреляции пульсаций скорости для различных расстояний между датчиками: 1 —  $x_1=10$ , 2 —  $x_1=20$ , 3 —  $x_1=30$ , 4 —  $x_1=45$ , 5 —  $x_1=60$  см;  $v=23,3$  см/с,  $\eta = h/H=0,52$

пространственно-временной функции корреляции.

$$R_{11}(x_1, 0, 0, \tau) = \frac{\overline{u_1' u_2'}}{\sqrt{\overline{u_1'^2}} \sqrt{\overline{u_2'^2}}} \quad (1)$$

где  $u_1'$ ,  $u_2'$  — пульсации продольной составляющей скорости в двух разных точках,  $\tau$  — временное смещение.

На рис. 1 приведены графики пространственно-временных функций корреляции  $R_{11}(x_1, 0, 0, \tau)$  для различных расстояний  $x_1$  между датчиками. Для наглядности и более удобной оценки временной изменчивости  $R_{11}(x_1, 0, 0, \tau)$  максимумы функций взаимных корреляций совмещены (рис. 2). Анализ кривых  $R_{11}(x_1, 0, 0, \tau)$  для разных значений  $x_1$  позволяет отметить, что с увеличением оптимального времени запаздывания уровень корреляции уменьшается, а область значений  $R_{11}(x_1, 0, 0, \tau) \geq 0$  (за исключением левой части  $R_{11}$  для случая  $x=20$  см) возрастает. Такое изменение  $R_{11}(x_1, 0, 0, \tau)$  хорошо согласуется с представлениями о временной изменчивости турбулентных неоднородностей, когда при своем движении они трансформируются, расплываются и изменяют свои характерные свойства, т. е. теряют наследственность.

Итак, если провести огибающую для  $R_{11}(x_1, 0, 0, \tau)$ , то можно определить время жизни турбулентных неоднородностей  $\tau_{ж}$  по разным уровням корреляции. Значение  $\tau_{ж}$ , определенное по уровню корреляции, равно 0,5, а по нулевому уровню для  $\eta=0,52$  составило 0,6 и 5,2 с. Величина  $\tau_{ж0}$  определена экстраполяцией.

Понятие времени жизни турбулентных неоднородностей соответствует временному масштабу Лагранжа  $T_L$ . Действительно,

$$T_L = \int_0^{\tau} \frac{u_i'(t-\tau)u_i'(t+\tau)}{\sqrt{u_i'^2(t-\tau)u_i'^2(t+\tau)}} \quad (2)$$

характеризует время, в течение которого неоднородность сохраняет свои свойства, что аналогично определению «времени жизни».

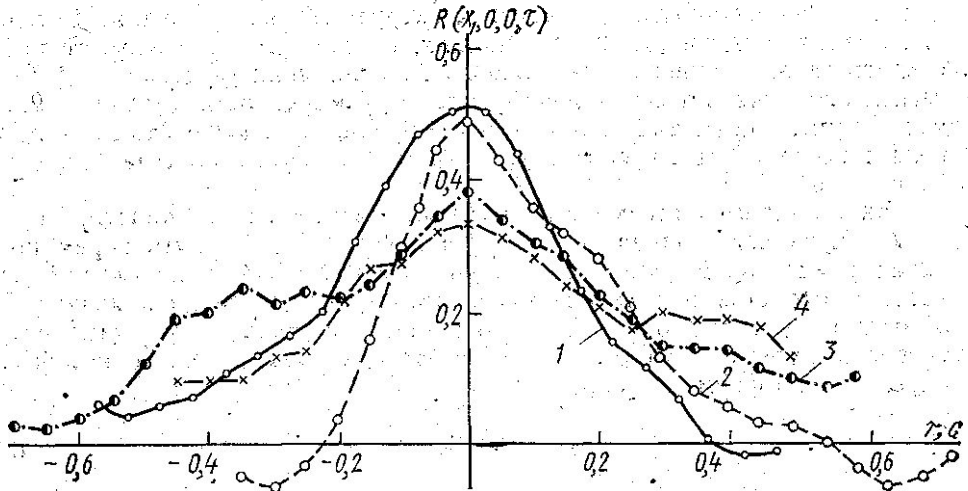


Рис. 2. Пространственно-временные корреляции пульсаций скорости с совмещенными максимумами. Обозначения те же, что на рис. 1

В выражении (2) осреднение произведено по большому числу отдельных турбулентных неоднородностей для разных моментов времени. Таким образом, огибающая максимумов функции взаимной корреляции, полученных для различных расстояний между датчиками, представляет собой график  $T_L$ . В данной работе временная функция Лагранжа (огибающая максимумов  $R_{11}(x_1, 0, 0, \tau)$ ) была определена для двух относительных глубин потока  $\eta=0,26$  и  $\eta=0,52$ . Как видно из рис. 3,  $T_L$  в обоих случаях имеет плавно спадающий характер, за исключением точки  $x_1=5$  для  $\eta=0,26$ , где наблюдается некоторое ее увеличение. Возрастание  $T_L$  в данном случае естественно связать с наличием крупномасштабной структуры потока. Однако ограниченность экспериментальных данных не позволяет сделать этот вывод более определенным.

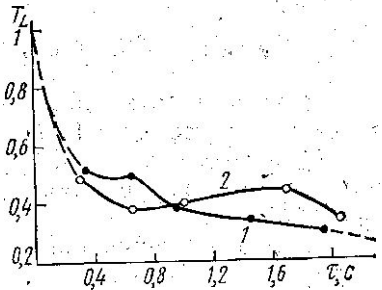


Рис. 3. Лагранжев временной масштаб (огибающая максимумов  $R(x_1, 0, 0, \tau)$ ): 1 —  $\eta=0,52$  и 2 —  $\eta=0,26$

Из графика также видно, что кривая  $T_L$  для  $\eta=0,52$  спадает несколько быстрее и пересекает  $T_L$  для  $\eta=0,26$  в точке  $\tau_{ж}=1,05$  с, оставаясь вплоть до значений  $\tau_{ж}=1,95$  с ( $x_1=60$  см), близким к 0,3; т. е. в отличие от пространственных корреляций  $R(r)$  функция Лагранжа сохраняет высокие значения даже на тех расстояниях, при которых  $R(r)$  близка к нулю.

Экспериментальные данные по определению временной функции Лагранжа весьма ограничены. Некоторые результаты по исследованию  $T_L$  приведены в [5], где функция Лагранжа определялась методом кино съемки для вертикальной составляющей скорости течения в лотке. По этим данным  $T_L$  монотонно спадала и при  $\tau_{ж} = 1,6$  с пересекала ось абсцисс. Следовательно, время жизни турбулентных неоднородностей, определенных по нулевому уровню корреляции, в этом случае составляло  $\tau_{ж} = 1,6$  с. Следует заметить, что сохранение корреляции для  $u'$  на значительных расстояниях затрудняет использование метода кино съемки в подобных исследованиях, потому что не позволяет проследить за эволюцией неоднородностей на больших расстояниях и тем самым ограничивает сведения о временной изменчивости. В этом смысле метод термогидрометра является более предпочтительным, так как позволяет исследовать изменения геометрий неоднородностей на больших расстояниях.

Знание временного масштаба Лагранжа дает возможность определить путь перемешивания Прандтля. Известно, что путь перемешивания представляет собой расстояние в поперечном направлении, на котором свойства рассматриваемого объема жидкости не изменяются. Значит он должен быть пропорционален вертикальному компоненту скорости и временной функции Лагранжа и, следовательно, может быть определен по формуле [6]:

$$l_T = A \sqrt{w'^2} T_L, \quad (3)$$

где  $A \approx 1$  и  $w'$  — вертикальная составляющая скорости. Для вычисления  $l$  по формуле (3) было использовано значение  $T_L = 0,37$  с для  $\eta_1 = 0,52$  и  $T_L = 0,28$  с для  $\eta_2 = 0,26$ , определенное по уровню корреляции 0,5, а также значение  $T_{L0} = 5,2$  с для  $\eta_1 = 0,52$  и  $T_{L0} = 2,3$  с для  $\eta_2 = 0,26$ , определенных по нулевому уравнению корреляции. Среднее квадратичное значение вертикального компонента скорости для  $\eta_1 = 0,52$  составило

$$\sqrt{w_1'^2} = 2,3 \text{ см/с, а для } \eta_2 = 0,26 - \sqrt{w_1'^2} = 2,6 \text{ см/с.}$$

Исходя из этих данных была определена величина пути перемешивания по уровню 0,5:  $L_{0,5} = 1$  см для  $\eta_1 = 0,52$  и  $L_{0,5} = 0,7$  см для  $\eta_2 = 0,26$ , а также значение пути перемешивания, соответствующее нулевому уровню корреляции  $L_{T_0} = 12$  см для  $\eta_1 = 0,52$  и  $L_{T_0} = 6$  см для  $\eta_2 = 0,26$ .

Путь перемешивания может быть определен и непосредственно из формулы Прандтля

$$\tau = \rho l^2 \left( \frac{du}{dz} \right)^2, \quad (4)$$

где  $\tau = -\rho u' w'$ . Так как напряжение турбулентного трения имеет нелинейную зависимость от  $\eta$ , то при определении пути перемешивания для каждого уровня  $\eta$  использовалось соответствующее значение  $\tau$ . Так для  $\eta_1 = 0,52$   $\tau = 1,77$ , для  $\eta_2 = 0,26$   $\tau = 1,87$ . Значение вертикального градиента скорости также определялось для каждого из этих уровней по профилю скорости. Для этих значений  $\tau$  и  $du/dz$  путь перемешивания, определенный из формулы Прандтля, для  $\eta_1 = 0,52$  был равен  $l_T = 8$  см, а для  $\eta_2 = 0,26$   $l_T = 4$  см. Из сравнения  $l_T$  и  $l$  видно, что они отличаются (как для  $\eta_1$ , так и для  $\eta_2$ ) в 2 раза. Расхождение этих

величин, по-видимому, связано с выбором значения коэффициента  $A$  в формуле (3). Совпадение  $l_T$  и  $l_\tau$  будет иметь место при  $A=0,7$ , а не при  $A=1$ , как предлагается в [6].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шелковников Н. К., Букина Л. А., Миронов П. В. — «Вестн. Моск. ун-та. Сер. III. Физ., астрон.», 15, № 5, 1974.
2. Champagne F. H., Harris V. Y., Corsin S. — «J. Fluid Mechanics», 41, 1970.
3. Шелковников Н. К. — «Вестн. Моск. ун-та. Сер. III. Физ., астрон.», 15, № 2, 1974.
4. Шелковников Н. К. — «Вестн. Моск. ун-та. Сер. III. Физ., астрон.», 14, № 3, 1973.
5. Фридман Б. А. — «Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз.», 14, № 3, 1952.
6. Минский Е. М. — «Труды ЦАГИ», № 625, 1947.

Поступила в редакцию  
28.3 1974 г.,  
после переработки  
19.2 1976 г.

Кафедра  
физики моря и вод суши