Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 4—1976

УДК 537.5

А. Ф. АЛЕКСАНДРОВ, С. А. РЕШЕТНЯК

К ТЕОРИИ СИЛЬНОТОЧНЫХ РАЗРЯДОВ С ОБРАТНЫМ ТОКОМ

Проанализирована область существования сильноточного самосжатого разряда с обратным током в оптически непрозрачной и оптически «серой» (полупрозрачной) плазме и найдена связь основных параметров плазмы с внешними параметрами — полным числом частиц в разряде и силой разрядного тока. На основе полученных соотношений проведен количественный анализ применительно к типичным условиям эксперимента.

Экспериментальные исследования линейных самосжатых разрядов в плотной плазме, проведенные в последнее время (например [1—6]), показали высокую излучательную способность таких разрядов и убедительно подтвердили правильность развитой для них теории [1, 2, 7—10]. Эти исследования показали, в частности, что в полном соответствии с теорией линейные разряды в оптически прозрачной или «серой» плазме подвержены силовым неустойчивостям типа перетяжек и изгибов [4], а разряды в оптически прозрачной плазме — еще и перегревной неустойчивости [6].

Развитие неустойчивостей делает структуру разряда сильно неоднородной и вследствие этого ухудшает его качества как источника излучения, не говоря уже об резком уменьшении его времени жизни. В этой связи представляется актуальным дальнейший анализ так называемых обратных пинчей или разрядов с обратным током в оптически плотной плазме, обладающих гораздо большей устойчивостью, чем обычные линейные или прямые пинчи. Этот анализ должен в первую очередь касаться установления связи необходимых параметров разряда (температуры и характерных размеров плазмы) с внешними параметрами (исходное полное число частиц в разряде, сила разрядного тока), а также исследования разряда с обратным током в оптически «серой» или, точнее, полупрозрачной плазме и установления области его существования. В данной статье и излагаются некоторые результаты такого анализа.

Исходные уравнения

Анализ разряда с обратным током в плотной плазме проведен на основе обычной системы уравнений магнитной гидродинамики с учетом потока излучения для полностью ионизированной идеальной плазмы

[7—9]. Нас интересуют в основном равновесные стационарные характеристики разряда. В силу того, что сведения об устойчивости рассматриваемых разрядов получаются тривиальным обобщением результатов анализа непрозрачного разряда ([7—9]), эту систему можно записать в цилиндрической системе координат в следующем виде:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB) = \frac{4\pi}{c} j = \frac{4\pi}{c}\sigma E,$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{4\pi r} B \frac{\partial}{\partial r}(rB) = 0,$$

$$P = \frac{(1+z)k}{M}\rho T = (1+z)kNT; \quad \sigma = \frac{\alpha}{z} T^{3/2}, \tag{1}$$

$$\alpha = 4\cdot 10^7, \ \sigma E^2 = \frac{j^2}{\sigma} = q_s(N, T),$$

где соответствующие величины относятся к равновесному стационарному ($v=0$) состоянию разряда. Здесь σ — проводимость плазмы, ρ — плотность, M — масса ионов, а z — их средний заряд, остальные обозначения общеприняты. Излучательную способность плазмы q_s, как и в [9], определим следующим образом:

$$q_s = \operatorname{div}\mathbf{S}_1 + \operatorname{div}\mathbf{S}_2,$$

где $\mathbf{S}_1$ — поток излучения длинноволновых квантов с частотами $\nu<\nu_0$, для которых среда полностью непрозрачна, а S_2 — поток излучения коротковолновых квантов, для которых среда прозрачна. Граничная частота ν_0 выбирается, как и в [9], из условия равенства единице оптической толщины разряда τ:

$$\tau = \varkappa'_\nu(\nu_0)\, x_e, \tag{2}$$

где $\varkappa'_\nu(\nu_0)$ — спектральный коэффициент поглощения с учетом переизлучения, а x_e — равновесная толщина плазменного слоя.

Рассмотрим случаи чисто тормозного поглощения и поглощения многократно ионизованными атомами. В первом случае можно записать точное выражение для $\varkappa'_\nu$ [11]:

$$\varkappa'_\nu = \frac{4{,}1\cdot 10^{-23} z^3 N^2}{T^{7/2}} \cdot \frac{1-\exp(-x)}{x^3}; \quad \left(x = \frac{h\nu}{kT}\right), \tag{3}$$

При этом для S_1 и S_2 согласно [9] получим:

$$S_1 = \int_0^{\nu_0} S_\nu\, d\nu = -\frac{4\pi}{3}\frac{kT}{h}\int_0^{x_0}\frac{\nabla I_{\nu e}}{\varkappa'_\nu}\, dx = -\beta_0 \frac{T^{13/2} f(x_0)}{N^2 z^3}\nabla T,$$

$$\operatorname{div} S_2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rS_2) = \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \int d\Omega\, \varkappa'_\nu I_{\nu e} =$$

$$= \gamma_0 N^2 \sqrt{T}\, z^3 \exp(-x_0), \tag{4}$$

$$I_{\nu e} = \frac{2(kT)^3 x^3}{c^2 h^3 (\exp(x) - 1)};$$

$$f(x_0) = \int_0^{x_0} \frac{\exp(2x)\,x^7}{[\exp(x) - 1]^3}\,dx,$$

$$\beta_0 = 2{,}8 \cdot 10^{17}; \quad \gamma_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-27}.$$

Для случая многократно ионизованных атомов выражение для $\varkappa'_\nu$ имеет сложный вид [11], поэтому будем приближенно описывать зависимость $\varkappa'_\nu$. Для $\nu < \nu_0$ мы будем пользоваться выражением

$$\varkappa'_\nu = \frac{2 \cdot 10^{-23} z (1+z)^2 N^2}{T^{7/2}} \, \frac{\exp(x) - 1}{x^3}, \tag{5}$$

$$(x < x_0),$$

которое получается для многократно ионизованных атомов в приближении Крамерса — Унзольда, а для $\nu > \nu_0$ используем выражение для чисто тормозного поглощения (3), но с другим коэффициентом, определяемым требованием непрерывности $\varkappa'_\nu$ при $\nu = \nu_0$. Тогда выражение (3) перепишется так:

$$\varkappa'_\nu = \frac{2 \cdot 10^{-23} \exp(-x_0)\, z (1+z)^2 N^2}{T^{7/2}} \, \frac{1 - \exp(-x)}{x^3}. \tag{6}$$

Использовать выражение (5) и в области $x > x_0$, как легко видеть, нельзя, так как при этом выражение для $\operatorname{div} S_2$ расходится. С помощью выражений (5) и (6) нетрудно получить

$$S_1 = -\frac{\beta_1 T^{13/2} f_1(x_0)}{N^2 z (1+z)^2} \nabla T;$$

$$f_1 = \int_0^{x_0} \frac{x^7 \exp(x)}{[\exp(x) - 1]^3}\,dx, \tag{7}$$

$$\operatorname{div} S_2 = \gamma_1 N^2 \sqrt{T}\, z (1+z)^2, \quad \beta_1 = 6{,}15 \cdot 10^{17},$$

$$\gamma = 7 \cdot 10^{-28}.$$

Равновесие разряда с обратным током в оптически непрозрачной плазме

Рассмотрим сначала некоторые характерные особенности обратного пинча в оптически непрозрачной плазме. Предел непрозрачного разряда соответствует $\nu_0 \to \infty$ и $S_2 \to 0$. Такой разряд рассмотрен в [7], где получены общие выражения для распределения основных величин в разряде. Нетрудно показать, что в случае квазиплоского разряда ($r = R_0 + x$, $|x| \ll R_0$, где R_0 — средний радиус плазменной оболочки (см. рис.)) все характеризующие разряд величины могут быть достаточно просто выражены через величину полного разрядного тока I, полного числа частиц на единицу длины разряда N_n и радиус R_0. Именно

$$B(x) = \frac{4\pi}{c} \sigma E = \sqrt{8\pi P(0)}\, \frac{x}{x_e},$$

$$P(x) = P(0)\left(1 - \frac{x^2}{x_e^2}\right), \quad \rho(x) = \rho(0)\left(1 - \frac{x^2}{x_e^2}\right). \tag{8}$$

а температура практически однородна т. е.

$$T(x)=T(0)=\frac{I^2}{3(1+z)\,kc^2N_n}\,\frac{x_e}{R_0}. \tag{9}$$

Здесь $P(0)$, $\rho(0)$ и $N(0)$ — значения соответствующих величин в центре плазменного слоя, т. е. при $r=R_0$ или $x=0$.
Далее

$$T(0)=\frac{1}{(8\pi^2\,3kc^2\,\alpha\sigma^*)^{2/13}}\left[\frac{z}{(1+z)\,N_n}\right]^{2/13}\frac{I^{8/13}}{R_0^{6/13}}\simeq$$

$$\simeq 2\cdot10^{-2}\left(\frac{z}{1+z}\right)^{2/13}\frac{I^{8/13}}{N_n^{2/13}\,R_0^{6/13}}. \tag{10}$$

$$x_e=\left(\frac{z}{8\pi^2\alpha\sigma^*}\right)^{2/13}[3(1+z)\,kc^2N_n]^{11/13}\frac{R^{7/13}}{I^{18/13}}\simeq$$

$$\simeq 7{,}9\cdot10^3\,\frac{z^{2/13}(1+z)^{11/13}\,R^{7/13}\,\overline{N}_n^{11/13}}{I^{18/13}}, \tag{11}$$

$$N(0)=\frac{(6\alpha\sigma^*)^{2/13}\,N_n^{2/13}}{[8kc^2(1+z)]^{11/13}\,\pi^{9/13}\,z^{2/13}}\,\frac{I^{18/13}}{R_0^{20/13}}\simeq$$

$$\simeq 1{,}5\cdot10^{-5}\,\frac{I^{18/13}\,N_n^{2/13}}{z^{2/13}\,(1+z)^{11/13}R_0^{20/13}}, \tag{12}$$

где σ^* — постоянная Стефана — Больцмана.

Для удобства дальнейшего изложения мы ввели индекс нуль для обозначения соответствующих величин в непрозрачном разряде. При получении этих выражений считаем, что излучение выходит только с внешней поверхности плазменной оболочки, а не с обеих поверхностей, как указано в [7], поскольку на эксперименте либо совсем не поглощается излучение внутри плазменной полости, либо сам разряд помещается внутрь цилиндрического отражателя. Случай, при котором излучение уходит с обеих поверхностей, получается путем простой замены в формулах постоянной σ^* на $2\sigma^*$.

Отметим далее, что из требования $x_e \ll R_0$ автоматически следует классическое соотношение для токов в стационарном равновесном обратном пинче $2I_0=I$.

Область применимости соотношений (8)—(12) определяется, с одной стороны, требованием малости росселандова пробега по сравнению с толщиной слоя плазмы $l_R \ll x_e$, а с другой — требованием малости характерного размера изменения плотности плазмы по сравнению с характерным масштабом неоднородности температуры $x_e^2 \ll x_T^2$. Эти требования накладывают следующие ограничения на силу разрядного тока:

$$\begin{gathered}1{,}1\cdot10^{-31}\,\Phi > I > 6\cdot10^{-33}\,\Phi,\\ 4{,}6\cdot10^{-30}\,\Phi_1 > I > 2{,}9\cdot10^{-31}\,\Phi_1,\end{gathered} \tag{13}$$

где

$$\Phi=\frac{z^3}{(1+z)^{4/10}}\,\frac{N_n^{22/10}}{R_0^{12/10}},$$

$$\Phi_1 = z^{4/10}(1+z)^{22/10}\,\frac{N_n^{22/10}}{R_0^{12/10}} \tag{14}$$

(Φ—для тормозного поглощения и Φ_1—поглощения многократно ионизованными атомами). При нарушении левого неравенства плазма в разряде становится оптически прозрачной, а при нарушении правого температура в разряде должна стать столь же неоднородной, как и плотность. Наконец, для того, чтобы разряд стал квазиплоским, т. е. для того, чтобы выполнялось неравенство $R_0 \gg x_e$, полный разрядный ток должен быть достаточно большим:

$$I > 1{,}5 \cdot 10^2\,\frac{z^{2/18}(1+z)^{11/18}\,N_n^{11/18}}{R_0^{6/18}}.$$

Приведенные соотношения показывают, что разряд с обратным током существенно отличается от обычного линейного пинча. Это отличие заключается в более слабой зависимости температуры и характерной толщины разряда от внешних параметров — силы разрядного тока и полного числа частиц в разряде. Как следует из (9) и (11), в разряде с обратным током

$$T \sim I^{18/13}\,N_n^{-2/13} \text{ и } x_e \sim N_n^{11/13}\,I^{-18/13},$$

в то время как в линейном пинче

$$T \sim I^2 N_n^{-1} \text{ и } r_e \sim I^{-3}\,N_n^{11/6}.$$

Кроме того, параметры разряда с обратным током существеннейшим образом зависят от его радиуса R_0. Интересно заметить, что переход от непрозрачного к прозрачному разряду происходит при увеличении полного тока, а переход к разряду с сильно неоднородной температурой — при уменьшении разрядного тока, в то время как в линейном пинче дело обстоит как раз наоборот. Такое поведение разряда объясняется зависимостью оптической толщины разряда от силы разрядного тока. Действительно, в разряде с обратным током $\tau \sim x_e/l_R \sim I^{-10/13}$, т. е. падает с увеличением I, в то время как в линейном пинче $\tau \sim I^2$, т. е. сильно растет с ростом сильноразрядного тока. Более слабая по сравнению с Z-пинчем зависимость τ от I объясняет также значительное расширение области применимости (13) выражений (10)—(12).

Равновесие разряда с обратным током в оптической полупрозрачной плазме

Рассмотрим более общий случай оптически серой плазмы. Анализ разряда с обратным током в оптически серой плазме проводится совершенно аналогично тому, как это сделано в [9] для случая линейного пинча. Так, при условии однородности температуры в разряде из первых двух уравнений системы (1) легко находится распределение давления, плотности и магнитного поля, которое полностью совпадает с (8).

Распределение температуры по оси разряда получается подстановкой распределений (8) и выражений (4) или (7) для случаев тормозного излучения или излучения многократно ионизованными атомами в уравнение баланса энергии системы (1). При этом получаем

$$T_0(x) = T_0(0)\left[1 + \frac{B}{2C}\frac{x^2}{x_e^2}\left(1 - \frac{4}{3}\frac{x^2}{x_e^2} + \frac{38}{45}\frac{x^4}{x_e^4} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{6}\frac{x^6}{x_e^6} + \frac{11}{25}\frac{x^8}{x_e^8}\right) - \frac{A}{2C}\frac{x^2}{x_e^2}\left(1 - \frac{x^2}{x_e^2} + \frac{1}{3}\frac{x^4}{x_e^4}\right)\right],$$

где

$$A = \sigma(0)E^2 = \frac{P(0)c^2}{2\pi\sigma x_e^2},$$

$$B = \gamma_0 N_m^2 \sqrt{T(0)}\, z^3 \exp(-x_0),$$

$$C = \frac{\beta_0 T(0)^{15/2} f_1(x_0)}{z^3 N_m^2 x_e^2} = \frac{\beta_0 T^{15/2} f(x_0) R_0^2}{z^3 N_n^2}\left(\frac{8\pi}{3}\right)^2$$

для случая тормозного механизма излучения. Для случая излучения многократно ионизованными атомами в этих формулах следует заменить β_0 и γ_0 на β_1 и γ_1. Отсюда следует условие применимости использованного приближения однородности температуры:

$$A \ll 2C; \quad B \ll 2C. \tag{15}$$

Толщина плазменного слоя определяется как обычно из условия баланса энергии на поверхности разряда:

$$S(r_e) = \frac{j_0^2}{\sigma_0} 2x_e. \tag{16}$$

Поток $S(r_e)$ с внешней поверхности плазменного слоя вычисляется из уравнения переноса излучения при требовании зеркального отражения на внутренней поверхности. Расчет, аналогичный проведенному в [9] и [11], дает

$$S(r_2) = \sigma^* T_0^4(0)\,\xi_1(x_0),$$

$$\xi_1(x_0) = \frac{32}{\pi^4}\frac{x_0^3}{\exp(x_0) - 1} + \frac{15}{\pi^4}\int_0^{x_0}\frac{x^3\,dx}{\exp(x) - 1} \tag{17}$$

для случаев тормозного механизма излучения и излучения многократно ионизованными атомами. Тогда из (16) с учетом (17) и выражения для температуры (9) находим

$$x_e = \frac{x_{e0}}{[\xi_1(x_0)]^{2/3}},$$

$$T(0) = \frac{T_0(0)}{[\xi_1(x_0)]^{2/13}}$$

и далее

$$N(0) = N_0^*(0)\,[\xi_1(x_0)]^{2/13}.$$

Наконец, чтобы полностью определить все величины, нужно найти x_0 из уравнения (8), которое может быть записано в виде

$$1{,}25\,(\delta\xi_1)^{13/10}\left(\frac{1 - \exp(-x_0)}{x_0^3}\right)^{13/10}\Phi = I, \tag{18}$$

где δ — численный множитель в выражениях для коэффициента поглощения, равный $\delta_0=4{,}1\cdot10^{-23}$ для тормозного поглощения и $\delta_1=2\cdot10^{-23}$ для поглощения многократно ионизованными атомами (см. (3) и (5)), а Φ (z, R_0, N_n) определяется формулой (14). Это уравнение легко решается графически.

Проанализируем область применимости полученных выражений. Так же, как и в случае нелинейного пинча в серой плазме [9], эта область определяется неравенствами (15), обеспечивающими однородность температуры в разряде. Рассмотрим случай тормозного поглощения. При этом первое неравенство (15) может быть записано следующим образом:

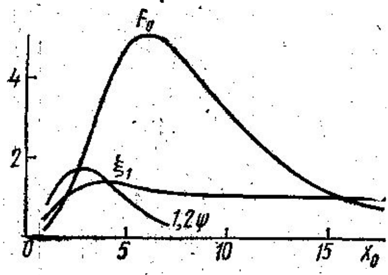
$$\xi_1(x_0) \ll \frac{4\beta_0\delta_0}{\sigma^*}\,\frac{1-\exp(x_0)}{x_0^3}\,f(x_0) = F_0(x_0) \simeq 0{,}81\,\frac{1-\exp(x_0)}{x_0^3}\,f(x_0).$$

Графики функций $\xi_1(x_0)$ и $F_0(x_0)$ представлены на рис. Видно, что это неравенство выполняется, при значениях x_0, удовлетворяющих неравенству

$$2{,}5 \simeq x_{0\,\min} < x_0 < x_{0\,\max} \simeq 15{,}5.$$

Второе неравенство (15) принимает вид

$$1{,}2\,\Psi(x_0) \ll F_0(x_0)$$



и, как видно из рис., не накладывает новых ограничений на область возможных значений x_0. Подставляя найденные значения $x_{0\,\min}$ и $x_{0\,\max}$ в уравнение (18), найдем область изменения силы разрядного тока в сером разряде

$$1{,}9\cdot10^{-31}\,\Phi > I > 6\cdot10^{-34}\,\Phi. \qquad (19)$$

Сравнивая неравенство (19) и первое из неравенств (13), видим, что в сером разряде верхняя граница силы разрядного тока увеличилась примерно в пять раз, т. е. несколько больше, чем это было в линейном пинче. Однако коэффициент преобразования излучения вблизи границы прозрачности увеличился в сером разряде с обратным током по сравнению с непрозрачным всего в $[\xi_1(x_{0\,\min})]^{-1} \simeq 1{,}1$.

Нетрудно показать, что в случае излучения многократно ионизованными атомами в сером разряде верхняя граница разрядного тока также увеличивается примерно в пять раз при слабом увеличении коэффициента преобразования излучения.

Обсуждение полученных результатов

Как следует из приведенного анализа разряда с обратным током, зависимость его характеристик от внешних параметров существенно иная, чем в линейном Z-пинче. Это в первую очередь касается предельных токов, величина которых существенно зависит от числа частиц в разряде и радиуса обратного пинча в отличие от линейных разрядов, в которых предельные токи являются универсальными константами, зависящими лишь от характера излучения. При этом в противоположность линейному разряду обратный непрозрачный, или серый пинч реализуется при токах, меньших максимального предельного значения. Кроме того, для разряда с обратным током характерна более слабая зависимость характеризующих его величин (T_0, x_e, N_0) от силы разрядного тока I и полного числа частиц в разряде. Эти особенности предъявляют достаточно высокие требования к характеристикам экспериментальных установок для создания непрозрачного либо оптически серого разряда с обратным током.

Сделаем некоторые оценки. Будем исходить из необходимости создания обратного пинча с $R_0=10$ см и температурой излучающей поверхности $T=2\cdot10^4$ К. Для того чтобы температура в разряде была однородной и можно было считать $T\simeq T_0$, ток I должен быть достаточно большим. Предположим, что $I=10^6$, А$=3\cdot10^{15}$ CGSE, что легко достижимо на современных генераторах импульсных токов, в частности, на описанной в [12] экспериментальной установке. Теперь для заданных I, R_0 и T можно определить из (10) необходимое число частиц в разряде, полагая $z\simeq1$, что дает $N_п\simeq10^{20}$ см$^{-1}$. Подставляя, далее, полученное значение $N_п$ в соотношения (13) и (14), легко убеждаемся, что для случая многократной ионизации выбранное значение I соответствует предельному току непрозрачного разряда. Заметим, что величина $N_п=10^{20}$ см$^{-1}$ может быть получена при испарении, например, серебряной фольги толщиной $\sim10^{-4}$ см. Технологически осуществить взрыв в вакууме столь тонкой фольги достаточно трудно, поэтому более удобно, по-видимому, создавать необходимый коаксиальный слой рабочего вещества либо взрывом нескольких проволочек, либо инжекцией в вакуум паров или порошка рабочего вещества, как это сделано, например, в [13]. Увеличивать же $N_п$ нецелесообразно, поскольку при этом для достижения прежнего значения температуры T_0 придется увеличивать I и, кроме того, поскольку при этом режим разряда будет смещаться в сторону нижнего предельного тока, т. е. в сторону увеличения неоднородности температуры в разряде.

В заключение укажем, что анализ устойчивости серого разряда с обратным током проводится аналогично анализу устойчивости линейного серого разряда [9] и показывает, что серый разряд обладает такой же устойчивостью, как и непрозрачный. А это означает, что он подвержен развитию только силовых неустойчивостей, среди которых наиболее опасная длинноволновая мода перетяжечной неустойчивости имеет инкремент $\gamma^{-1}\sim R_0/v_s$, где v_s — скорость звука. При указанных выше параметрах время жизни обратного разряда составит около 50 мкс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. Ф., Рухадзе А. А. — «Успехи физических наук», **105**, вып. 4, 1971.
2. Александров А. Ф., Зосимов В. В. и др. Препринт, ФИАН, № 72, 1971.
3. Александров А. Ф., Зосимов В. В., Рухадзе А. А., Савоскин В. И., Тимофеев И. Б. — III Всесоюзная конференция по физике низкотемпературной плазмы. Краткое содержание докладов. М., 1971.
4. Александров А. Ф., Зосимов В. В., Тимофеев И. Б. — В кн.: Краткие сообщения по физике, 1972, № 2, с. 25.
5. Клементов А. Д., Михайлов Г. В. и др. — «Теплофизика высоких температур», 8, № 4, 736, 1970.
6. Николаев Ф. А., Розанов В. Б., Свириденко Ю. П. — В кн.: Краткие сообщения по физике, 1971, № 4, с. 59.
7. Рухадзе А. А., Тригер С. А. — «Прикладная математика и физика», № 3, 11, 1968.

8. Рухадзе А. А., Розанов В. Б., Тригер С. А. — «Прикладная математика и теоретическая физика», № 5, 18, 1968.
9. Александров А. Ф., Каминская Е. П., Рухадзе А. А. «Прикладная математика и теоретическая физика», № 1, 33, 1971.
10. Александров А. Ф., Решетняк С. А. — «Прикладная математика и теоретическая физика» № 2, 21, 1973.
11. Пустовалов В. В., Розанов В. Б. Препринт, ФИАН, № 52, 1969.

Поступила в редакцию
24.7 1974 г.

Кафедра
электроники