

ВУ АНЬ ФИ, В. И. МЕДВЕДЕВ

## НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА В ПАРАМЕТРОНЕ С АВТОСМЕЩЕНИЕМ

Приведены результаты численного решения на БЭСМ-6 укороченных уравнений, описывающих колебательные процессы в одноконтурном ПГ с автосмещением. Проанализированы режимы установления амплитуды, фазы и смещения в ПГ с автосмещением при учете одновременного действия трех механизмов ограничения колебаний (диссипативного, расстройного и за счет смещения). Рассмотрены особенности процессов установления в ПГ с автосмещением в отсутствие режима автомодуляции, а также при наличии синусоидальной и прерывистой автомодуляции.

Несмотря на простоту схемы одноконтурного параметрона с автосмещением, полученные укороченные уравнения [1] достаточно сложны для аналитических расчетов. Методом вторичного укорочения в работе [2] проведен приближенный аналитический расчет нелинейного этапа установления в параметроне с автосмещением при одновременном действии трех механизмов ограничений колебаний. В данной работе изложены некоторые результаты численного интегрирования системы укороченных уравнений для параметрона с автосмещением на вычислительной машине БЭСМ-6:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= p[-(1 + \alpha p^2) + k \cos 2\varphi], \\ \dot{\varphi} &= -\xi_0 + \beta p^2 + h - k \sin \varphi, \\ \dot{h} &= -2\sigma(h - \kappa p^2), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $p$  — амплитуда,  $\varphi$  — фаза колебаний и  $h$  — напряжение автоматического смещения. В данной системе укороченных уравнений все параметры нормированы по затуханию;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\kappa$  — коэффициенты нелинейности характеристик полупроводникового диода,  $k$  — коэффициент модуляции реактивного параметра;  $\xi_0$  — нулевая расстройка между собственной частотой параметрического генератора и половиной частоты генератора накачки;  $\sigma$  — коэффициент, характеризующий инерционность цепи автоматического смещения.

Численные расчеты проведены методом Рунге—Кутты. Время расчета выбрано достаточно большим, для того чтобы переходные процессы установления могли полностью закончиться. Безразмерное время  $\tau$  ме-

няется от 0 до 40; шаг (интервал времени) равняется 0,2; точность расчета до четвертого знака после запятой. Расчеты проведены при различных начальных условиях и при различных соотношениях между параметрами системы (1). В первой части работы кратко изложены результаты численных расчетов переходного процесса в параметроне с автосмещением для случая больших  $\sigma$  (режим без автомодуляции), во второй части — результаты расчетов для случая  $\sigma \leq 1$  (автомодуляционный режим). Ввиду того что основные соображения по выбору параметров, а также критерии выбора времени расчета изложены в работе [3], мы приведем лишь основные результаты, полученные из численных расчетов процессов в ПГ с автосмещением.

### Основные результаты численного интегрирования укороченных уравнений для ПГ в случае $\sigma \gg 1$

Проведен расчет процесса установления в ПГ с автосмещением при изменении различных коэффициентов нелинейности ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\kappa$ ), расстройек  $\xi_0$ , коэффициента модуляции реактивного параметра  $k$  и при различных начальных условиях ( $p_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $h_0$  — начальные амплитуды, фаза и смещение). При этом получены следующие результаты. Переходный процесс в ПГ с автосмещением может быть разделен на три этапа (начальный, линейный и нелинейный этапы установления). Процессы установления амплитуды и фазы для начального и линейного этапов

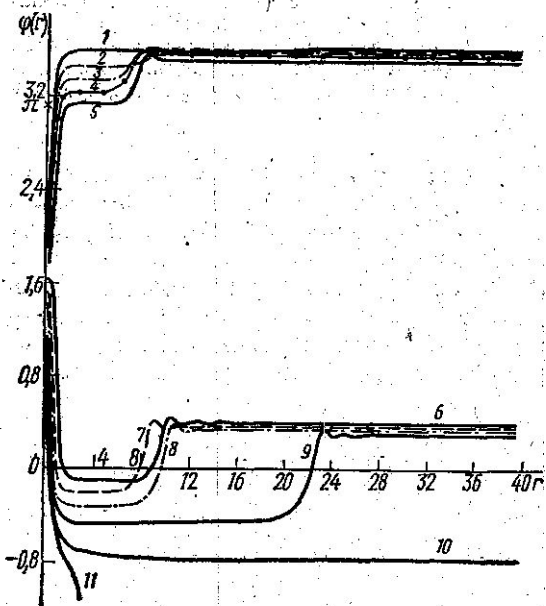


Рис. 1. Влияние расстройки  $\xi_0$  на характер процесса установления фазы колебаний в ПГ с автосмещением: 1 —  $\xi_0 = -1,6$ ; 2 —  $\xi_0 = -1,2$ ; 3 —  $\xi_0 = -0,8$ ; 4 —  $\xi_0 = -0,4$ ; 5 —  $\xi_0 = 0$ ; 6 —  $\xi_0 = 0,4$ ; 7 —  $\xi_0 = 0,8$ ; 8 —  $\xi_0 = 1,2$ ; 9 —  $\xi_0 = 1,6$ ; 10 —  $\xi_0 = 2$ ; 11 —  $\xi_0 = 2,2$

установления происходят независимо. В начальный период происходит процесс установления фазы к линейной стационарной фазе, далее во время линейного этапа это значение фазы не изменяется; при этом амплитуда экспоненциально растет. Существенное изменение фазы происходит раньше заметного роста амплитуды. На нелинейном этапе изменения фазы и амплитуды взаимно связаны. В ПГ возможны апериодический и осцилляторный режимы установления. Характер процесса установления на нелинейном этапе зависит от коэффициентов нелинейности ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\kappa$ ).

Изменение расстройки  $\xi_0$  (для  $\sigma=10$ ;  $k=2$ ;  $a=0,25$ ;  $\kappa=2$ ;  $p_0=h_0=0,01$ ;  $\varphi_0=1,658$  радиан) меняет продолжительность линейного этапа установления. Рост  $\xi_0$  в сторону положительных расстроек вызывает также осцилляцию процесса установления. Чтобы уменьшить длительность линейного этапа установления, необходимо работать вблизи области нулевых расстроек (оптимальная расстройка находится вблизи  $\xi_0=-0,4$ ). Путем изменения расстройки можно также переходить от одной области притяжения фаз к другой (см. рис. 1, где представлены графики  $\varphi(\tau)$  при изменении  $\xi_0$  от  $-1,6$  до  $1,6$  через интервал, равный  $0,4$ ).

Изменение коэффициента модуляции параметра  $k$  (а также добротности контура) меняет продолжительность переходного процесса. Рост  $k$  уменьшает продолжительность линейного этапа, а также увеличивает продолжительность начальных осцилляций на нелинейном этапе установления вплоть до появления автомодуляции. Получены [4] графики установления амплитуды, фазы и смещения для различных значений  $k=1,5$ ;  $1,7$ ;  $1,8$ ;  $1,9$ ;  $2$ ;  $5$  (при  $\sigma=10$ ;  $a=0,25$ ;  $\kappa=2$ ;  $\xi_0=0$ ;  $p_0=h_0=0,01$ ;  $\varphi_0=1,658$  рад).

Изменение коэффициента нелинейного затухания  $\alpha$  (или коэффициента нелинейной реактивности  $\beta$ ) существенно меняет характер процессов установления на нелинейном этапе. При  $\alpha \approx 1$  ( $\beta \approx 0$ ) процесс уста-

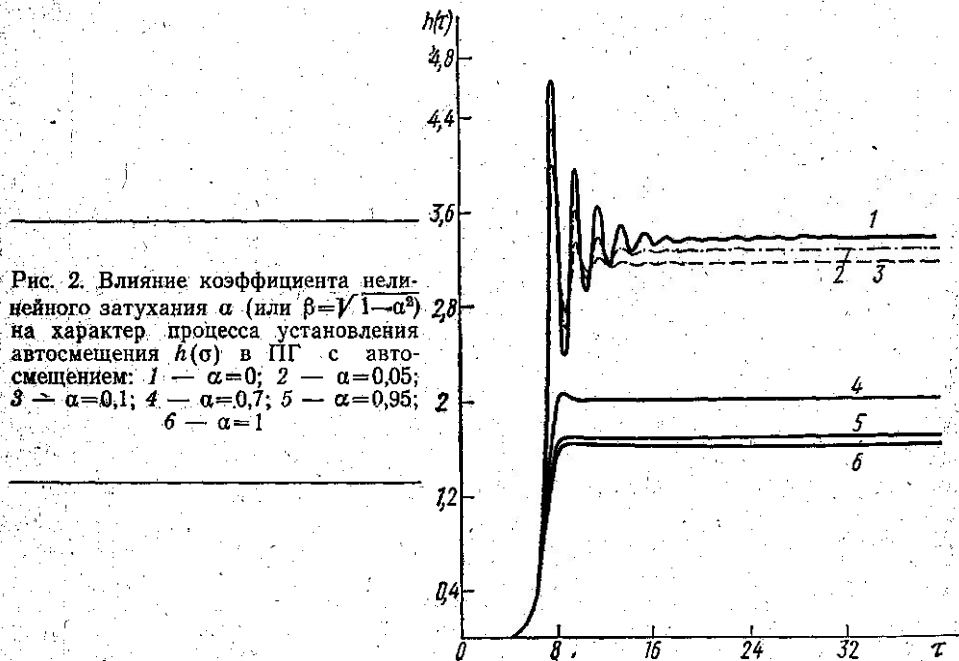


Рис. 2. Влияние коэффициента нелинейного затухания  $\alpha$  (или  $\beta = \sqrt{1-\alpha^2}$ ) на характер процесса установления автосмещения  $h(\sigma)$  в ПГ с автосмещением: 1 —  $\alpha=0$ ; 2 —  $\alpha=0,05$ ; 3 —  $\alpha=0,1$ ; 4 —  $\alpha=0,7$ ; 5 —  $\alpha=0,95$ ; 6 —  $\alpha=1$

новления носит монотонный характер. При  $\alpha=\beta \approx 0,7$  начинают появляться осцилляции. При  $\beta \approx 1$  ( $\alpha \approx 0$ ) основную роль играет коэффициент нелинейной реактивности; процесс установления носит осцилляторный характер (рис. 2). Как и следовало ожидать, изменение коэффициентов нелинейности  $\alpha$ ,  $\beta$  не приводит к перескоку фаз и не меняет продолжительности линейного этапа установления. Графики для  $h(\tau)$  (рис. 2) получены для различных коэффициентов  $\alpha$ .

Изменение коэффициента  $\kappa$  ( $\kappa$  характеризует эффективность детектирования) существенно меняет характер установления на нелинейном

этапе. Изменение  $\kappa$  вызывает также некоторое изменение длительности линейного этапа установления, что, очевидно, связано с шунтирующим влиянием диода на добротность контура [4].

Изменение начальных условий также в сильной степени меняет характер процессов установления. Изменение начальных амплитуд  $p_0$  меняет длительность линейного этапа установления, а изменение начальных значений фаз  $\varphi_0$  приводит к переходу фаз из одной области притяжения в другую. Начальное смещение  $h_0$  мало влияет на характер процессов установления. Нами были получены соответствующие графические результаты при различных  $p_0 = 10^{-4}; 10^{-3}; 10^{-1}; 0,5; 1; 1,5$  (для  $\varphi_0 = \text{const}, h_0 = \text{const}$ ); при различных  $\varphi_0 = 0^\circ; \pm 20^\circ; \pm 45^\circ; \pm 60^\circ; \pm 80^\circ$  (для  $p_0 = \text{const}, h_0 = \text{const}$ ) и при различных  $h_0 = 10^{-3}; 0,1; 0,5; 1; 1,5$  (для  $p_0 = \text{const}, \varphi_0 = \text{const}$ ) см. [4].

Анализ кривых, полученных из результатов численных расчетов ПГ с автосмещением без учета инерционности цепи автосмещения ( $\sigma \gg 1$ ), показал, что изменение  $h(\tau)$  можно заменить на  $\kappa r^2(\tau)$  в течение всего переходного процесса. Такая замена дает ошибку на 3—5% больше, чем в случае расчета на машине. Эта ошибка будет меньше для амплитуд, близких к стационарным. Следовательно, для аналитических расчетов в ПГ с автосмещением действительно можно заменить систему (1) из трех дифференциальных уравнений системой из двух укороченных уравнений для амплитуд и фаз, где величина  $h$  заменена на  $h = \kappa r^2$ , что и было сделано нами в [2].

### Основные результаты численного интегрирования укороченных уравнений для случая синусоидальной ( $\sigma \approx 1$ ) и прерывистой ( $\sigma \ll 1$ ) автомодуляции

Анализ устойчивости ненулевых стационарных состояний системы (1) (см. [1]) показал, что в случае, когда отношение постоянной времени установления колебаний в контуре к постоянной времени цепи автосмещения  $\sigma$  сравнимо или меньше единицы, в ПГ возникают автомодуляционные процессы со значительными изменениями формы колебания. Наличие инерционности цепи автосмещения вызывает некоторое запаздывание изменения фазы и смещения относительно амплитуды; при этом, естественно, замена  $h$  на  $\kappa r^2$  теряет смысл. В этом случае нахождение периодических решений системы (1) связано со значительными трудностями, хотя для случая  $\sigma \ll 1$  можно с некоторым приближением рассчитать период, а также форму колебаний для прерывистой автомодуляции [4].

Более интересными, особенно с практической точки зрения, являются результаты расчетов процессов установления колебания в ПГ с автосмещением при наличии автомодуляции, которые мы представим в виде картины временного изменения амплитуды, фазы и смещения от изменения параметров системы.

На рис. 3 показаны зависимости  $p$  от  $\tau$  при изменении расстройки  $\xi_0$ . Из этого рисунка виден непрерывный переход от начальных осцилляций к синусоидальной автомодуляции. Вблизи границы неустойчивости ( $\xi_0 \approx -1,6$ ) установление амплитуды может носить монотонный характер. При переходе к середине области неустойчивых амплитуд глубина модуляции по амплитуде (фазе и смещению) соответственно увеличивается. Подобный эффект вызывает изменение коэффициента модуляции параметра  $k$ : при больших значениях  $k$  изменения амплитуд соответствуют непрерывным переходам фазы через различные области притяжения; при этом огибающая колебаний при синусоидальной авто-

модуляции может быть дополнена пилчками в связи с переходом фазы через инкрементные зоны. Нами получены графики для  $p(\tau)$ ,  $\varphi(\tau)$ ,  $h(\tau)$  при изменении  $\xi_0$  от  $-1,6$  до  $1,6$  через интервал расстройки, равный  $0,4$  (при  $\sigma=1$ ;  $\alpha=0,25$ ;  $\kappa=2$ ;  $K=2$ ;  $p_0=h_0=0,01$ ;  $\varphi=1,658$  радиан). Получены также графики установления для различных значений  $K=1,5; 1,7; 1,8; 1,9; 2; 5$  (при нулевой расстройке  $\xi_0$  и при указанных выше значениях параметров) [4].

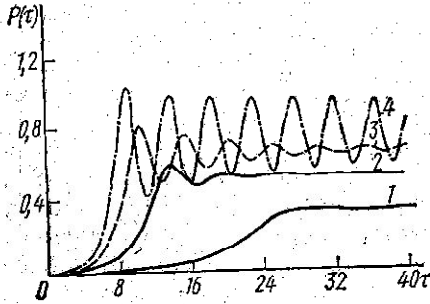


Рис. 3. Влияние расстройки  $\xi_0$  на характер процесса установления амплитуды колебаний  $p(\tau)$  в ПГ с автосмещением при наличии автомодуляции (случай  $\sigma \approx 1$ ) 1 —  $\xi_0 = -1,6$ ; 2 —  $\xi_0 = -1,4$ ; 3 —  $\xi_0 = -1,2$ ; 4 —  $\xi_0 = -1$

Интересно проследить процессы установления  $p$ ,  $\varphi$ ,  $h$  от изменения коэффициента нелинейности  $\alpha$ ,  $\beta$ . Нами получены графики изменения  $p(\tau)$ ,  $\varphi(\tau)$ ,  $h(\tau)$  для различных значений  $\alpha$ . Часть этих расчетов показана на рис. 4. Из этих графиков видно, что процесс установления синусоидальной автомодуляции протекает за конечный интервал времени до установления режима стационарной синусоидальной автомодуляции. При некоторых значениях коэффициента нелинейности  $\alpha$  фаза колебаний может претерпевать непрерывные скачкообразные изменения. Фаза переходит через значение  $\pi$  (см. кривую 3 для  $\alpha=0,1$ ), через  $2\pi$  (см. кривую 4 для  $\alpha=0,05$ ) или через несколько интервалов значения  $\pi$  (см. кривую 5 для  $\alpha=0$ ). При этом каждый раз, когда фаза переходит через ин-

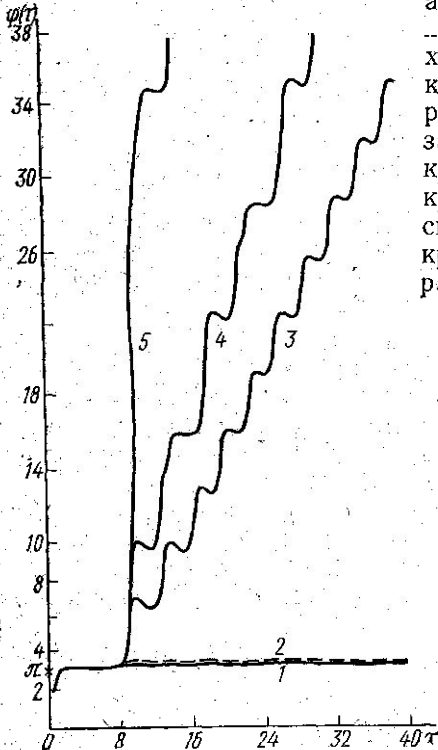


Рис. 4. Влияние коэффициента нелинейного затухания  $\alpha$  на характер процесса установления фазы колебаний  $\varphi(\tau)$  в ПГ с автосмещением при наличии автомодуляции (случай  $\sigma \approx 1$ ) 1 —  $\alpha=1$ ; 2 —  $\alpha=0,7$ ; 3 —  $\alpha=0,1$ ; 4 —  $\alpha=0,05$ ; 5 —  $\alpha=0$

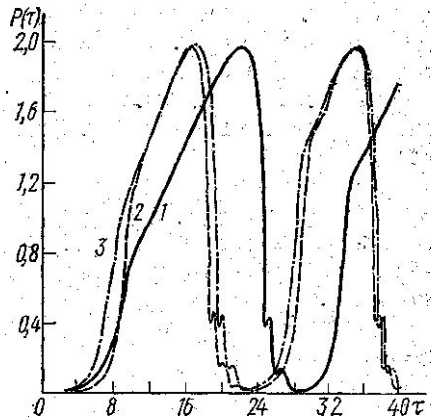


Рис. 5. Влияние расстройки  $\xi_0$  на характер процесса установления амплитуды колебаний  $p(\tau)$  в ПГ с автосмещением при наличии прерывистой автомодуляции (случай  $\sigma \ll 1$ ) 1 —  $\xi_0=1,2$ ; 2 —  $\xi_0=0,4$ ; 3 —  $\xi_0=0,8$

крементную зону, изменение амплитуды связано с появлением дополнительных пиков. Такое изменение вызывает деформацию формы огибающей амплитуды при синусоидальной автомодуляции. Обнаружена также некоторая своеобразная «модуляция» огибающей амплитуды, свидетельствующая о потере устойчивости предельного цикла при наличии синусоидальной автомодуляции. Изменение коэффициента нелинейности  $\kappa$  также может вызвать непрерывное скачкообразное изменение фазы, подобно описанному выше.

Для случая прерывистой автомодуляции ( $\sigma \ll 1$ ) графики установления  $p(\tau)$ ,  $\varphi(\tau)$ ,  $h(\tau)$  получены [4] для различных значений  $\xi_0 = -1,6, -1,3, -1,2, -0,8, -0,4, 0,04, 0,8, 1,2, 1,6, 2, 2,2$  (при  $\sigma = 0,1, \alpha = 0,25, k = 2, \kappa = 2, p_0 = h_0 = 0,01, \varphi_0 = 1,658$  радиан). При этом было замечено, что существует некоторый конечный этап установления стационарного режима прерывистой автомодуляции. Инерционность цепи смещения приводит к некоторому затягиванию процесса установления фазы и смещения относительно амплитуды: напряжение смещения продолжает расти и после некоторого уменьшения огибающей амплитуды.

На рис. 5 показаны графики изменения  $p(\tau)$  для нескольких значений  $\xi_0$ . Из рис. 5 видно, что огибающая амплитуды может быть дополнена пиками, связанными с переходом фазы через инкрементные зоны. При этом на начальном этапе происходит известное стягивание фазы к линейной стационарной фазе, затем идет начальный экспоненциальный рост амплитуды. Напряжение смещения начинает расти практически только после достижения амплитудой  $0,1$  стационарного значения. Процесс роста напряжения смещения (заряд) происходит почти по линейному закону для интервала расстройк ( $|\xi_0| \leq 0,8$ ). При больших расстройках этап начального экспоненциального роста напряжения смещения играет существенную роль при определении периода прерывистой автомодуляции.

Этап линейного роста напряжения смещения также оказывает влияние на изменение амплитуды колебаний. Было замечено [4], что изменением нулевой расстройки  $\xi_0$ , а также начального напряжений смещения  $h_0$  можно изменять длительность линейного этапа роста амплитуд. Пользуясь этим свойством, можно в принципе получить радиоимпульс с управляемой длительностью линейного этапа роста амплитуды. Форма колебаний смещения  $h(\tau)$  имеет релаксационный характер. В основном заряд происходит по линейному закону, а разряд происходит по экспоненте. Наклоны этих кривых мало зависят от расстройки.

Из численных расчетов [4] и экспериментов [1] видно также, что максимальная амплитуда огибающей  $p_{\max}$  при прерывистой автомодуляции мало зависит от расстройки. Подробное изложение результатов численных расчетов режима автомодуляции в ПГ с автосмещением дано в [4].

В этой работе показано, что  $p_{\max}$  определяется по следующей формуле:

$$p_{\max}^2 = \frac{k - \delta}{\alpha}, \quad (2)$$

где  $\delta$  в связи с нормировкой равняется единице. Расчет по формуле (2) совпадает с результатами, полученными из численных расчетов, с погрешностью менее 1%.

Проведен подробный расчет периода прерывистой автомодуляции, расчет формы огибающей колебаний амплитуды и смещения в случае прерывистой автомодуляции. Полученные результаты по определению

частоты прерывистой автомодуляции с погрешностью менее 10% совпадают с результатами приведенных численных расчетов.

Таким образом, численный расчет процессов установления в параметроне с автосмещением при учете одновременного действия трех механизмов ограничения колебания с учетом влияния инерционности цепи автосмещения показал особенности влияния тех или иных параметров системы на процессы установления и подтвердил, что при аналитических расчетах режима автосмещения (для  $\sigma \gg 1$ ) можно с большой точностью заменить  $h = \kappa p^2$  и получить соответствующие аналитические выражения [2]. В случае автомодуляции обнаружена возможность получения непрерывного перехода от начальных осцилляций к синусоидальной и прерывистой автомодуляции внутри области неустойчивых амплитуд; наблюдается конечный этап установления стационарного режима автомодуляции; имеется режим, когда огибающая амплитуды при синусоидальной автомодуляции осциллирует около некоторого среднего значения, а фаза параметрических колебаний непрерывно меняется. Обнаружено, что изменением начальных значений расстройки и напряжения смещения можно управлять длительностью этапа линейного роста амплитуды параметрических колебаний, что может быть использовано для получения радиоимпульсов переменной длительности. Получены также соотношения для определения максимальной амплитуды огибающей, а также периода прерывистой автомодуляции, которые хорошо согласуются с численными расчетами и с результатами экспериментов.

Проведенные исследования позволяют получить представление о колебательных процессах, происходящих в переходном режиме в параметроне с автосмещением при наиболее широких допущениях в отношении параметров рассматриваемой колебательной системы. Результаты численных расчетов могут быть полезны для разработчиков вычислительных, логических и иных устройств, которые основаны на использовании параметронов с автосмещением.

Авторы выражают глубокую признательность канд. физ.-мат. наук Б. Е. Бальбуцьеву и К. К. Вьюнг за предоставленную возможность провести ряд численных расчетов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М., 1966.
2. Ву Ань Фи, Медведев В. И. «Вестн. Моск. ун-та», сер. III, физ., астроном., 1976, 17, № 2, 187.
3. Ахманов С. А., Рошаль А. С. «Изв. вузов, радиоф.», 1963, 6, вып. 5.
4. Ву Ань Фи. Канд. дисс. МГУ, 1974.

Поступила в редакцию  
11.4 1975 г.

Кафедра  
физики колебаний