Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1976

УДК 523.442

И. А. ГЕРАСИМОВ

О ДВИЖЕНИИ АСТЕРОИДОВ ТИПА ГЕКУБЫ

Рассмотрена эволюция элементов орбит астероидов типа Гекубы. Приведены теоретические расчеты.

Группа астероидов типа Гекубы интересна тем, что средние движения n этих астероидов близки к соизмеримости 2:1 со средним движением Юпитера n'. Этой соизмеримости соответствует люк в распределении средних движений астероидов. Список астероидов группы приведен в работе [1].

Случай соизмеримости представляет значительные трудности для классической теории возмущений: уже после первого приближения ряды, представляющие возмущения, теряют свойство равномерной сходимости и могут вообще оказаться расходящимися. Предпринятая нами попытка применения классической теории возмущений для описания движения астероидов группы успеха не имела [1].

Для резонансных случаев в настоящее время применяется осредненная схема Н. Д. Моисеева, которая, однако, осуществима только для плоского варианта. Ее правомерность доказана пока только для интервала времени $\sim$1000 лет. Ввиду чего мы применили метод численного интегрирования на интервалах времени $\sim 10^4$ лет, причем проблема рассматривалась в рамках круговой ограниченной задачи трех тел.

Для пространства кеплеровых элементов приняты следующие обозначения: a — большая полуось, e — эксцентриситет, i — угол наклонения, ω — долгота перигея, Ω — долгота узла и l — средняя долгота. Штрихованные элементы относятся к орбите Юпитера.

Переход от прямоугольной системы координат к кеплеровым элементам осуществляется по стандартным формулам [2].

Если принять за единицу длины астрономическую единицу, времени — средние солнечные сутки, массы — массу Солнца, то уравнения движения пассивно гравитирующей точки (движущейся в поле двух центров, обращающихся по круговым орбитам) в неподвижной декартовой системе координат, плоскость OXY которой совпадает с плоскостью орбиты Юпитера, могут быть записаны следующим образом [3]:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -k^2 \left\{ \frac{x}{r^3} - m' \left(\frac{a' \cos n't - x}{\Delta^3} - \frac{\cos n't}{a'^2} \right) \right\},$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2 \left\{ \frac{y}{r^3} - m' \left(\frac{a' \sin n't - y}{\Delta^3} - \frac{\sin n't}{a'^2} \right) \right\}, \quad (1)$$
$$\frac{d^2z}{dt^2} = -k^2 z \left\{ \frac{1}{r^3} + \frac{m'}{\Delta^3} \right\},$$

где x, y, z — координаты астероида, m' — масса Юпитера, t — время, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$,

$$\Delta = \sqrt{(x - a' \cos n't)^2 + (y - a' \sin n't)^2 + z^2}.$$

Значения постоянных суть следующие величины [3]:

$$m' = \frac{1}{1047,39} \quad a' = 5,2032354 \quad k = 0,017202099.$$

Для интегрирования системы уравнений (1) мы применили метод Рунге — Кудта с точностью до четвертой степени шага. Интегрирование велось с постоянным шагом, равным пяти суткам на машине БЭСМ-4М. Методика выбора шага, точность интегрирования и сходимость процесса обсуждены в [1].

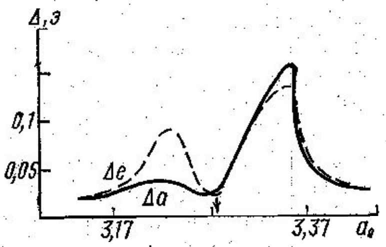

Рис. 1

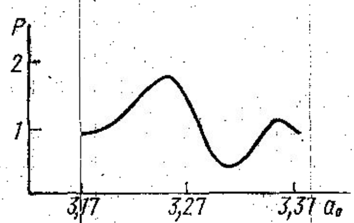

Рис. 2

П л о с к и й в а р и а н т: в качестве начальных условий были выбраны

$$l_0 = l_0' = 0, \ e_0 = 0, \ a_0 \in [3,13, \ 3,45].$$

Мы ставили своей задачей получение зависимости возмущений $\Delta\ni$ элемента $\ni$, которое определили

$$\Delta \ni (t) = sup \ni (t) - inf \ni (t),$$

от начального значения большой полуоси на интервале времени порядка 1000 лет. Условимся называть зависимость $\Delta\ni(a_0)$ резонансной кривой.

Было просчитано 20 вариантов зависимостей $\Delta\ni(a_0)$, результаты приведены на рис. 1. Стрелкой указано значение $a_{рез} = 3,2767903$, соответствующее точной соизмеримости 2 : 1. Обращает на себя внимание значительная асимметрия резонансных кривых и, что самое интересное, сдвиг их максимумов от значения точной соизмеримости к Юпитеру. Кроме того, $\Delta e(a_0)$ подчиняется следующей зависимости:

$$a_0 < a_{рез} \quad inf\, e(t) = e_0,$$
$$a_0 > a_{рез} \quad sup\, e(t) = e_0,$$

что подтверждает найденное эмпирическим путем правило Брауна [4].

Интересно, что асимметричная форма $\Delta a(a_0)$ приводит при начальном равномерном единичной плотности распределении астероидов по a_0 к появлению люка через отрезок времени порядка 400 лет, форма которого характеризуется коэффициентом Шютте $S=0{,}50$ и устойчива по t. Этот люк изображен на рис. 2. Полученный нами коэффициент

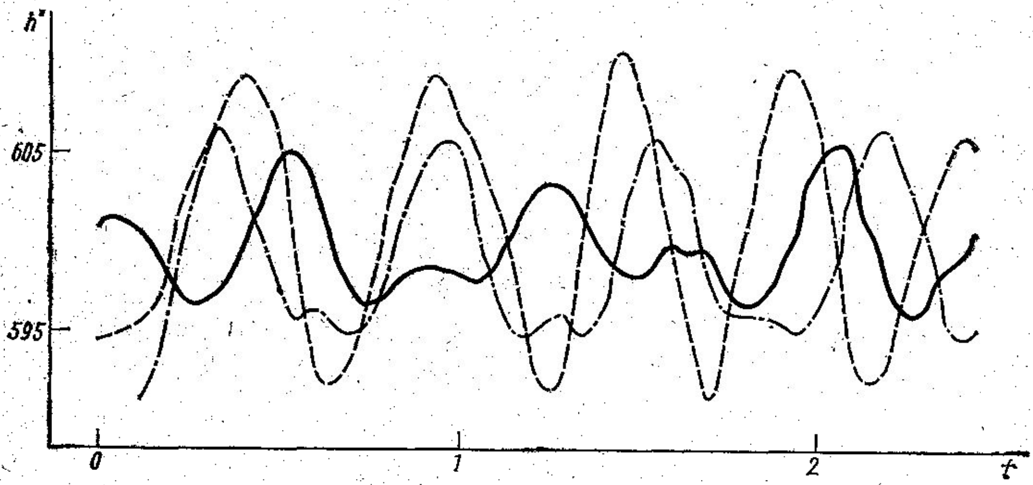

Рис. 3

Шютте для люка, соответствующего группе Гекубы, $S=0{,}56$ [4]. В связи с чем нам представляется возможным объяснение образования люков при помощи только ньютоновского закона взаимодействия в рамках ограниченной задачи трех тел.

Пространственный вариант: начальные условия те же, но величина a_0 принимала лишь три значения: $a_{\text{раз}}$ (на рисунках — сплошная линия), $a_{\text{рез}}+0{,}02$ (пунктир), $a_{\text{рез}}-0{,}02$ (штрих-пунктир).

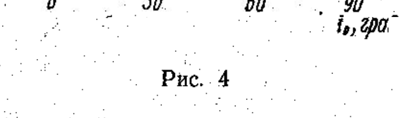

Рис. 4

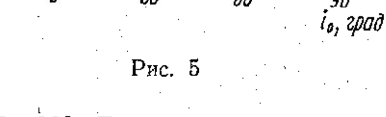

Рис. 5

Значения i_0 выбирались: 10, 30, 60, 90°. В качестве примера на рис. 3 представлена эволюция элемента n для $i_0=30°$ на интервале времени 2500 лет. Графики эволюции элементов для всех значений i_0 представлены в работе [1].

Для элементов a, e, i на интервале времени $\sim 10^4$ лет возмущения носят периодический характер, причем с увеличением i_0 их амплитуда возрастает, а период увеличивается, достигая нескольких тысяч лет.

Эволюция элементов ω и Ω происходит подобно плоскому случаю [4]: возмущения носят вековой характер, порождая обратное вращение перигея и узла, причем скорость вращения уменьшается с увеличением i_0, что видно из рис. 4 и 5, где приведена зависимость коэффициентов вековых членов от начального угла наклона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасимов И. А. О движении астероидов типа Гекубы. Дипломная работа. ГАИШ МГУ, 1975.
2. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М., 1968.
3. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. Под ред. Г. Н. Дубошина. М., 1971.
4. Герасимов И. А. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. III, физ., астрон.», 1975, 16, № 6, 749.

Поступила в редакцию
15.10 1975 г.

Кафедра
небесной механики
и гравиметрии