ВЕСТНИК
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1976

УДК 539.172

В. С. РОСТОВСКИЙ, Н. П. ЮДИН

К ВОПРОСУ О ФОРМИРОВАНИИ ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

Получены формулы для усредненного по энергии сечения резонансного упругого рассеяния в следующей модели; имеется связанное с непрерывным спектром входное состояние и «фон» эквидистантно расположенных уровней компаунд-ядра; матричные элементы взаимодействия входного состояния с компаунд-уровнями считаются постоянными, а флуктуации ширин компаунд-уровней — малыми.

1. Важной задачей теории ядерных реакций при малых и средних энергиях является изучение роли компаунд-состояний. Несмотря на определенные успехи в этой области [1], вплоть до настоящего времени отсутствует полное понимание особенностей многоуровневой задачи даже в простейших моделях ядерных реакций, которые казалось бы давно должны быть досконально изучены. В качестве примера можно привести недавний пересмотр [2] правила $\rho\Gamma < \frac{2}{\pi}$ для случая упругого рассеяния (где ρ — плотность компаунд-состояний, Γ — их ширина) или теории эриксоновских флуктуаций в одноканальном приближении [3]. Эти факты заставляют с определенным вниманием отнестись к решаемым моделям, в которых учитывается вклад компаунд-состояний.

В настоящей работе изучается одна из таких моделей, а именно модель упругого s-рассеяния бесспиновой частицы на бесспиновом ядре с возбуждением входного состояния [4] и последующим, через входное состояние, возбуждением эквидистантно расположенных уровней компаунд-ядра. Задача характеризуется следующими исходными параметрами: E_0, E_λ, ρ — «затравочные» энергия входного состояния и энергии и плотности компаунд-состояний, Γ_0, γ_λ — «затравочные» упругая ширина входного состояния и полные ширины компаунд-состояний ($\Gamma_0 \gg \gamma_\lambda$), V_λ, V_0 — матричные элементы взаимодействия входного состояния с состояниями $|\lambda\rangle$ и с непрерывным спектром (который мы для простоты будем считать неискаженным самосогласованным потенциалом); $|V_\lambda|^2$ полагается постоянным. Нами будут получены формулы для усредненного по энергетическому интервалу $\frac{1}{\rho} \ll I \ll \Gamma_0$ сечения рассеяния.

Такая модель уже рассматривалась в [5, 6]. Однако в этих статьях аналитические результаты были найдены только в предельных случаях $\rho\gamma_\lambda \ll 1$, $\Gamma_0/\Gamma_S \gg 1$ или $\Gamma_0/\Gamma_S \ll 1$, где $\Gamma_S = 2\pi\rho \overline{V_\lambda^2} \gg \rho$ есть ширина «разбрасывания» входного состояния по компаунд-состояниям. В настоящей статье дается решение задачи при значительно менее ограничительном предположении: $\rho\Delta\gamma_\lambda \ll 1$, где $\Delta\gamma_\lambda$ — разность полных ширин любых двух затравочных компаунд-уровней.

2. Амплитуда рассеяния T (см., например, [5, 6]) имеет следующий вид:

$$T = \frac{|V_0|^2}{E - E_0 + i\frac{\Gamma_0}{2} - \Sigma(E)} = |V_0|^2 G(E), \tag{1}$$

где

$$\Sigma(E) = \sum_\lambda \frac{|V_\lambda|^2}{E - E_\lambda + i\frac{\gamma_\lambda}{2}}. \tag{2}$$

В конечном счете нас интересует усредненное эффективное сечение, т. е. величина

$$\overline{|G(E)|^2} = \overline{\left|\frac{1}{E - E_0 + i\frac{\Gamma_0}{2} - \Sigma(E)}\right|^2}.$$

Усреднение условимся проводить (как это обычно и делается) с помощью весовой функции

$$\rho(E, E') = \frac{I/2\pi}{(E - E')^2 + (I/2)^2}, \tag{3a}$$

I удовлетворяет условию

$$\frac{1}{\rho} \ll I \ll \Gamma_0. \tag{3б}$$

Соответственно

$$\overline{|G|^2} = \int |G(E')|^2 \rho(E, E')\, dE'. \tag{4}$$

Рассмотрим сначала методически важный случай $\gamma_\lambda = 0$. В таком случае «собственная энергия» $\Sigma(E)$ выражается [5] следующим образом:

$$\Sigma(E) = \frac{1}{2}\Gamma_0 \operatorname{ctg} \pi\rho(E - E_\lambda), \tag{5}$$

где E_λ — произвольный опорный уровень, определяющий просто начало отсчета.

Взаимодействие входного и компаунд-состояний приводит к перестройке затравочных уровней системы. Возникающие физические компаунд-состояния мы будем обозначать индексом c. Очевидно, что энергия E_c и ширина γ_c физических состояний определяются полюсами пропагатора $G(E)$, т. е. условием

$$E_c - i\frac{\gamma_c}{2} - E_0 + i\frac{\Gamma_0}{2} = \frac{\Gamma_S}{2} \operatorname{ctg}\left(E_0 - E_\lambda + i\frac{\gamma_c}{2}\right). \tag{6}$$

(Непосредственной проверкой легко убедиться, что знаки мнимых частей полюсов $G(E)$ являются отрицательными.) Анализируя это выражение, нетрудно установить, что при $\Gamma_0 < \Gamma_S$ среди решений этого уравнения имеется один уровень с энергией E_0 и большой шириной $\Gamma_0 - \Gamma_S \gg \gg \gamma_\lambda$; при $\Gamma_0 > \Gamma_S$ такое решение отсутствует. В соответствии с этим разложение $G(E)$ по полюсным членам будет выглядеть следующим образом:

$$G(E) = \begin{cases} \sum_c \frac{A_c}{E - E_c + i\frac{\gamma_c}{2}} + \frac{1}{E - E_0 + i\frac{\Gamma - \Gamma_S}{2}}, & \Gamma_0 < \Gamma_S \\ \sum_c \frac{A_c}{E - E_c + i\frac{\gamma_c}{2}}, & \Gamma_0 > \Gamma_S, \end{cases} \tag{7}$$

где A_c — вычеты в полюсах, т. е.

$$A_c = \left[\frac{d}{dE}\left(E - E_0 + i\frac{\Gamma_0}{2} - \Sigma(E)\right)\right]^{-1}\Bigg|_{E=E_c - i\frac{\gamma_c}{2}} =$$

$$= \frac{\Gamma_S/2\pi\rho}{\left(E_c - E_0 + i\frac{\Gamma_0 - \Gamma_S}{2}\right)\left(E_c - E_0 + i\frac{\Gamma_0 + \Gamma_S}{2}\right)}. \tag{8}$$

Полученные формулы (7), (8) поучительны в двух отношениях. Во-первых, из них явно видно, как происходит постепенное «растворение» входного уровня в море компаунд-состояний; при $\Gamma_S > \Gamma_0$ входной уровень исчезает, целиком «растворяясь» в новых компаунд-состояниях. Во-вторых, формулы (7), (8) в явном виде показывают, сколь существенной является интерференция вкладов отдельных уровней. Действительно, если рассматривать A_c как примесь входного состояния в физические уровни компаунд-ядра, то мы получаем совершенно неожиданную зависимость этого вклада от разности $E_c - E_0$:

$$|A_c|^2 \sim \frac{1}{(E_c - E_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_0 - \Gamma_S}{2}\right)^2} \frac{1}{(E_c - E_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_0 + \Gamma_S}{2}\right)^2}, \tag{9}$$

т. е. при

$$\Gamma_0 \sim \Gamma_S \quad |A_c|^2 \sim \frac{1}{(E_c - E_0)^2}.$$

Отсюда можно было бы сделать вывод о том, что взаимодействие входного и компаунд-состояний не только не уширяет резонанс, но даже сужает его. В действительности такой вывод явился бы, конечно, ошибочным, что обусловлено неправомерностью независимого оперирования вкладами отдельных уровней. Для того чтобы убедиться в том, что усредненное сечение ведет себя правильным образом, воспользуемся условием унитарности

$$Im\,\overline{G(E)} = \frac{1}{2}\Gamma_0 \overline{|G(E)|^2}. \tag{10}$$

Как и следовало ожидать, отсюда следует

$$\overline{|G(E)|^2} = \frac{1 + \Gamma_S/\Gamma_0}{(E - E_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_0 + \Gamma_S}{2}\right)^2}. \tag{11}$$

Найдем теперь важные для дальнейшего ширины γ_c компаунд-состояний, «наведенные» входным состоянием. Для этого воспользуемся следующим методическим приемом. Произведем явное вычисление среднего $|G(E)|^2$ аналогично тому, как это проделано в работе [6]. А именно, заметим, что в интервале $E_c - \frac{1}{2\rho} \leqslant E \leqslant E_c + \frac{1}{2\rho}$ независимо от γ_c имеет место соотношение

$$G(E) = \frac{1}{E - E_0 + i\frac{\Gamma_0 - \Gamma_S}{2}} \frac{1}{E - E_0 + i\frac{\Gamma_0 + \Gamma_S}{2}} \left[E - E_0 + i\frac{\Gamma_0}{2} + \right.$$
$$\left. + \operatorname{ctg} \pi\rho\left(E - E_c + \frac{i\gamma_c}{2}\right)\right]. \qquad (12)$$

Усредняя квадрат этого выражения по энергии в интервале

$$E_c - \frac{1}{2\rho} \leqslant E \leqslant E_c + \frac{1}{2\rho},$$

находим, что

$$\overline{|G(E_0)|^2} = \frac{1}{(E_c - E_0)^2 \left(\frac{\Gamma_0 + \Gamma_S}{2}\right)^2} \times \left[1 + \frac{\Gamma_S^2}{4} \frac{2(i \operatorname{ctg} i\pi\rho\gamma_c - 1)}{(E_c - E_0)^2 + \left(\frac{\Gamma_0 - \Gamma_S}{2}\right)^2}\right]. \qquad (13)$$

(При этом фактически в рассмотренном интервале энергий γ_c слабо зависит от E_c. Это предположение нам представляется вполне естественным.)

Воспользовавшись далее точным соотношением (11), получаем следующую формулу для γ_c:

$$i \operatorname{ctg}(i\pi\rho\gamma_c) = \frac{2}{\Gamma_0\Gamma_S}\left[(E_c - E_0)^2 + \frac{1}{4}(\Gamma_0^2 + \Gamma_S^2)\right]. \qquad (14)$$

3. Рассмотрим случай, когда $\gamma_\lambda \neq 0$, но $\rho \cdot \Delta\gamma_\lambda \ll 1$. Этот случай сводится по существу к предыдущему. С точностью до членов порядка $\rho \cdot \Delta\gamma_\lambda \ll 1$ собственную энергию можно, как и раньше, представить в виде

$$\Sigma(E) = \frac{1}{2}\Gamma_S \operatorname{ctg} \pi\rho\left(E - E_\lambda + i\frac{\gamma_\lambda}{2}\right). \qquad (15)$$

Уровни компаунд-ядра будут определяться из условия

$$E_c - E_0 + i\frac{\Gamma_0}{2} = \frac{1}{2}\Gamma_S \operatorname{ctg} \pi\rho\left(E_c - E_\lambda - i\frac{\Delta\gamma_{c\lambda}}{2}\right), \qquad (16)$$

где $\Delta\gamma_{c\lambda} = \gamma_c - \gamma_\lambda$. (Условие (16), естественно, не справедливо для выделенного уровня с большой шириной $\Gamma_0 - \Gamma_S$.) Сравнив равенства (16) и (6), мы можем получить одно из другого заменой $\Delta\gamma_{\lambda c} \to \gamma_c$. Соответственно для $\Delta\gamma_{c\lambda}$ мы можем сразу написать аналог формулы (14):

$$i \operatorname{ctg}(i\pi\rho\Delta\gamma_{c\lambda}) = \frac{2}{\Gamma_0\Gamma_S}\left[(E_c - E_0)^2 + \frac{1}{4}(\Gamma_0^2 + \Gamma_S^2)\right]. \qquad (17)$$

Полученная формула в предельных случаях $\Gamma_0 \ll \Gamma_S$ и $\Gamma_0 \gg \Gamma_S$ сводится к формулам (28а, б) работы [6]. В то же время интерполяционная формула (30) этой же работы, которую авторы предлагают для описания области $\Gamma_0 \sim \Gamma_S$, является неправильной.

Зная такую важную характеристику, как наведенная ширина $\Delta\gamma_{c\lambda}$ компаунд-состояний, нетрудно рассчитать среднее эффективное сечение упругого рассеяния при наличии у компаунд-состояний затравочных ширин γ_λ. Действительно, поступая точно так же, как и при выводе (13), находим:

$$\overline{|G(E)|^2} = \frac{1+\Gamma_S/\Gamma_0}{(E-E_0)^2+\left(\frac{\Gamma_0+\Gamma_S}{2}\right)^2} - \frac{\Gamma_S/\Gamma_0}{(E-E_0)^2+\frac{1}{4}(\Gamma_0^2+\Gamma_S^2)+i\frac{\Gamma_0\Gamma_S}{2}\operatorname{ctg}(i\pi\rho\gamma_\lambda)}. \tag{18}$$

Среднее эффективное сечение неупругого рассеяния, обусловленного затравочными ширинами γ_λ, пропорционально

$$Im\,\overline{G(E)} - \overline{|G(E)|^2} = \frac{\Gamma_S/\Gamma_0}{(E-E_0)^2+\frac{1}{4}(\Gamma_0^2+\Gamma_S^2)+i\frac{\Gamma_0\Gamma_S}{2}\operatorname{ctg}(i\pi\rho\gamma_\lambda)}.$$

В пределе $\rho\gamma_\lambda \gg 1$ сильно перекрывающихся затравочных уровней получаются хорошо известные формулы

$$\overline{|G(E)|^2} = \left[(E-E_0)^2+\left(\frac{\Gamma_0+\Gamma_S}{2}\right)^2\right]^{-1},$$

$$Im\,\overline{G(E)} - \overline{|G(E)|^2} = \frac{\Gamma_S/\Gamma_0}{(E-E_0)^2+\left(\frac{\Gamma_0+\Gamma_S}{2}\right)^2}. \tag{19}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Moldaner P. A. «Phys. Rev.», 1967, **157**, 907.
2. Feshbach H., Mello P. A. «Phys. Lett.», 1972, **39 B**, 461.
3. Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И. Препринт ОИЯИ, 1975, Р4—8988.
4. Auerbach N., Hufner J. et al. «Rev. Mod. Phys.», 1972, **44**, N 1, 48.
5. Weidenmuller H. A. «Nucl. Phys.», 1967, **A 99**, 269.
6. Зарецкий Д. Ф., Урин М. Г. «Ядерная физика», 1970, **11**, № 2, 361.

Поступила в редакцию
7.5 1976 г.

Кафедра
квантовой теории