

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 6—1976

УДК 293; 535.215.12

В. Л. БОНЧ-БРУЕВИЧ, П. Г. ЖУМАТИИ

К ТЕОРИИ ВНУТРЕННЕГО ФОТОЭФФЕКТА В ПОЛУПРОВОДНИКЕ С ПЛАВНО МЕНЯЮЩИМСЯ ГАУССОВСКИМ СЛУЧАЙНЫМ ПОЛЕМ

С учетом зависимости параметров случайного поля от концентрации свободных носителей заряда изучено влияние хвостов плотности состояний в неупорядоченных полупроводниках на концентрацию названных носителей в условиях стационарной их генерации. Показано, что при некоторых условиях в невырожденном полупроводнике реализуется сублинейный рост концентрации свободных носителей заряда с увеличением скорости генерации.

Введение

Одна из основных особенностей полупроводника со случайным полем состоит в наличии хвостов плотности состояний в запрещенной зоне¹. Параметры случайного поля, определяющие плотность состояний и общее их число в области хвоста, могут зависеть от концентрации свободных носителей заряда [1]. Следовательно, при генерации последних (например, в условиях внутреннего фотоэффекта) происходит и изменение общего числа электронов и дырок в хвостах. (Мы будем говорить об этом как о «самозахвате» носителей заряда.) В результате при стационарной генерации, например, светом с частотой $\omega > \Delta/\hbar$ (Δ — ширина запрещенной зоны) концентрация свободных носителей заряда может оказаться нелинейно связанной с интенсивностью света. Теоретическое исследование этой возможности составляет предмет настоящей работы.

§ 1. Концентрация свободных носителей заряда

Для определенности будем рассматривать полупроводник n -типа в отсутствие вырождения. Случайное поле будем считать гауссовым и достаточно плавным, так что справедливо известное квазиклассическое приближение. Конкретные примеры систем, в применении к которым указанные предположения действительно выполняются, хорошо извест-

¹ Последний термин употребляется нами в том же смысле, что и «щель для подвижности». Иначе говоря, состояния на хвосте — дискретные или квазинепрерывные по определению, а «разрешенная зона» соответствует непрерывному спектру.

ны [1]. В этих условиях полная концентрация электронов (на хвосте и в зоне проводимости) дается выражением [1, 2]

$$n = 2 \left(\frac{mT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{\mu}{T} + \frac{\psi_1}{2T^2} \right). \quad (1)$$

Здесь μ — уровень (или квазиуровень) Ферми, отсчитанный, как и все энергии в дальнейшем, от дна зоны проводимости ($\mu < 0$), T — температура в энергетических единицах, ψ_1 — средний квадрат флуктуации потенциальной энергии электрона в рассматриваемом случайном поле, m — эффективная масса электрона в отсутствие случайного поля¹. Формула (1) справедлива, если $|\mu| \gg T$, $|\mu|/T \gg \psi_1$. В тех же условиях концентрация электронов в зоне проводимости есть [3]

$$n_c = 2 \left(\frac{mT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{\mu}{T} + \frac{\psi_1}{2T^2} \right) \frac{\sqrt{2}}{\pi} \times \\ \times \left\{ \Gamma \left(\frac{5}{4} \right) \Gamma \left(\frac{3}{4}, \frac{\psi_1}{2T^2} \right) + \Gamma \left(\frac{3}{4} \right) \Gamma \left(\frac{5}{4}, \frac{\psi_2}{2T^2} \right) \right\}. \quad (2)$$

Здесь

$$\Gamma(a, x) = \int_x^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$$

есть неполная гамма-функция. Из выражений (1) и (2) легко получить следующую формулу для n_c :

$$n_c = n \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left\{ \Gamma \left(\frac{3}{4} \right) \Gamma \left(\frac{5}{4}, \ln \frac{n}{n_0} \right) + \Gamma \left(\frac{5}{4} \right) \Gamma \left(\frac{3}{4}, \ln \frac{n}{n_0} \right) \right\}, \quad (3)$$

где

$$n_0 = 2 \left(\frac{mT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{\mu}{T} \right)$$

есть концентрация свободных электронов, которая была бы в рассматриваемом материале в отсутствие случайного поля. При малых и больших значениях $\ln n/n_0$ вид функции n_c определяется соответственно выражениями

$$n_c \simeq n_0 \left\{ 1 - \frac{\ln^{3/4} \left(\frac{n}{n_0} \right)}{2\Gamma \left(\frac{7}{4} \right)} \right\}, \quad n_c \simeq \frac{n_0 \ln^{1/4} \left(\frac{n}{n_0} \right)}{2\Gamma \left(\frac{5}{4} \right)}, \quad (4)$$

а при $\ln \left(\frac{n}{n_0} \right) \simeq 0,15$ функция $n_c(n)$ имеет минимум.

Итак, при заданных значениях n_0 (т. е. μ) и ψ_1 концентрация n_c довольно слабо зависит от n . Если, однако, величина ψ_1 сама зависит от n_c , то соотношения (3) и (4) превращаются в трансцендентные уравнения для n_c .

¹ Во избежание недоразумений заметим следующее. Хорошо известно, что неравновесное распределение носителей заряда может быть описано с помощью представления о квазиуровне Ферми, лишь если время рекомбинации τ_r заметно превышает время релаксации по энергии τ_e . Наличие хвостов плотности состояний усложняет картину, поскольку для состояний на хвосте указанное неравенство может и не выполняться. В рассматриваемых ниже условиях, однако, большая часть уровней на хвосте расположена сравнительно близко к краю зоны проводимости. По этой причине принятая аппроксимация, видимо, достаточна.

§ 2. Концентрация свободных носителей заряда в условиях, когда ψ_1 есть функция n_c

Отметим два случая, в которых $\psi_1 = \psi_1(n_c)$.

а. Полупроводник с большим максвелловским временем релаксации τ_M : $\tau_M \gg \tau$ — времени релаксации импульса.

При этом [1]

$$\psi_1 \cong \frac{e^2 T}{\pi \epsilon r_0}, \quad (5)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость образца, а r_0 — радиус экранирования. Последний можно записать в виде

$$r_0 = \left(\frac{4\pi n_c e^2}{\epsilon T} + r_1^{-2} \right)^{-1/2}. \quad (6)$$

Первое слагаемое в скобках правой части (6) описывает экранирование невырожденным газом. Через r_1 обозначен радиус экранирования, обусловленного другими механизмами.

б. Сильно легированный полупроводник:

$$\psi_1 = \frac{2\pi n_t e^4}{\epsilon^2} r_0,$$

где n_t — эффективная концентрация примеси [1].

Рассмотрим случай а, полагая для начала

$$r_1^{-2} \ll \frac{4\pi n_c e^2}{\epsilon T}. \quad (7)$$

Тогда

$$\psi_1 = \frac{2e^3}{(\pi \epsilon^3)^{1/2}} (n_c T)^{1/2}$$

и, следовательно, в условиях применимости дебаевского приближения $\psi_1 \ll 2T^2$. Соответственно равенство (2) принимает вид

$$n_c \cong n_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} \left(\frac{\psi_1}{2T^2} \right)^{3/4} \right\}. \quad (8)$$

Комбинируя (5) и (8), получаем уравнение относительно n_c :

$$n_c = n_0 \left\{ 1 - \frac{n_c^{3/8}}{2\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} \left[\frac{e^3}{(\pi \epsilon^3 T^3)^{1/2}} \right]^{3/4} \right\}. \quad (9)$$

В том же приближении $n_c \approx n$.

В рассматриваемых условиях уравнение (9) можно решать итерациями. Мы получаем для n_c формулу (9) с заменой n_c на n_0 в правой части.

Обозначим эффективную (с учетом возможной компенсации) концентрацию доноров в образце через N_d , а энергию ионизации донора — через E_d ¹. Тогда, как известно, при достаточно низких и достаточно

¹ Представление об определенном значении E_d не означает полного пренебрежения «размазкой» донорного уровня в случайном поле: под $-E_d$ можно понимать и эффективный уровень [4]. Мы предполагаем лишь, что не возникает примесная (донорная) зона и что $E_d > \psi_1^{1/2}$.

высоких температурах темновая концентрация свободных электронов дается выражениями

$$n_0^T [N_d A(T)]^{1/2} \exp\left(-\frac{E_d}{2T}\right), \quad n_0^T = N_d. \quad (10)$$

Здесь $A(T)$ есть сравнительно медленная (степенная) функция температуры, явный вид которой определяется видом плотности состояний вблизи края зоны.

При стационарной генерации (безразлично, примесной или собственной) мы имеем

$$n_c = n_0^T + G\tau, \quad (11)$$

где G — темп генерации, τ — время жизни носителей заряда. Подставляя в формулу (9) выражение (11) с учетом (10), мы получаем при низких и высоких температурах

$$n_c = \left[(N_d A)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_d}{2T}\right) + G\tau \right] \left\{ 1 - \frac{1}{2\Gamma(7/4)} \left[\frac{e^3}{(\pi e^3 T^3)^{1/2}} \right]^{3/4} \left[(N_d A)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_d}{2T}\right) + G\tau \right]^{3/8} \right\} \quad (12)$$

и

$$n_c = (N_d + G\tau) \left\{ 1 - \frac{1}{2\Gamma(7/4)} \left[\frac{e^3}{(\pi e^3 T^3)^{1/2}} \right]^{3/4} (N_d + G\tau)^{3/8} \right\}. \quad (13)$$

Видим, что здесь действительно имеет место сублинейный рост концентрации свободных носителей заряда с увеличением темпа генерации. Эффект, однако, оказывается довольно малым, чего и следовало ожидать: коль скоро принято неравенство (7), характерная энергия электрона в случайном поле $\Psi_1^{1/2}$ мала по сравнению с T . Заменяем теперь условие (7) на обратное, полагая

$$r_0 \simeq r_1 \left(1 - \frac{2\pi n_c e^2}{\epsilon T} r_1^2 \right). \quad (14)$$

Из уравнений (1) и (2) с учетом (5) и (6) получим

$$n_c = n \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left\{ \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}, \frac{\Psi_1^1}{2T^2}\right) + \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \Gamma\left(\frac{5}{4}, \frac{\Psi_1^1}{2T^2}\right) - \frac{n_c e^6}{\pi e^3 T \Psi_1^1} \left[\left(\frac{2T^2}{\Psi_1^1}\right)^{1/4} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{\Psi_1^1}{2T^2}\right)^{1/4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \right] \exp\left(-\frac{\Psi_1^1}{2T^2}\right) \right\}. \quad (15)$$

Здесь Ψ_1^1 определяется формулой (5), в которой $r_0 \rightarrow r_1$. Из уравнения (15) с учетом (11) получим

$$n_c = \frac{(n_0^T + G\tau) \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left\{ \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}, \frac{\Psi_1^1}{2T^2}\right) \right\}}{1 + (n_0^T + G\tau) \frac{\sqrt{2} e^6}{\pi^2 e^3 T \Psi_1^1} \left[\left(\frac{2T^2}{\Psi_1^1}\right)^{1/4} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \right]}$$

$$+ \frac{\Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \Gamma\left(\frac{5}{4}, \frac{\psi_1^1}{2T^2}\right)}{\left(\frac{\psi_1^1}{2T^2}\right)^{1/4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} \exp\left(-\frac{\psi_1^1}{2T^2}\right). \quad (16)$$

Формула (16) справедлива, если $\mu < 0$, $|\mu| \gg T$, $T|\mu| \gg \psi_1$. Видно, что в рассматриваемых условиях концентрация свободных носителей заряда растет сублинейно с увеличением темпа генерации. Отметим, что темновая концентрация n_0^T может быть и малой по сравнению с $G\tau$. В частности, при достаточно сильной генерации самозахват носителей заряда приводит к насыщению: n_c перестает зависеть от $G\tau$.

Рассмотрим далее случай, когда $T|\mu| \ll \psi_1^1$, $\psi_1^1 \gg T^2$, $\mu < 0$. Как можно показать (см. Приложение), в этих условиях

$$n_c = \frac{1}{\Gamma(5/4)} \left(\frac{\psi_1^1}{2T^2}\right)^{1/4} \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \ln(1 + e^{\mu/T}). \quad (17)$$

Выражение для полной концентрации n при $\psi_1 \gg T^2$ и $\psi_1 \gg \mu^2$ имеет вид [3]¹

$$n = \frac{2^{5/4} \Gamma(5/4) m^{3/2} \psi_1^{3/4}}{3\pi^{5/2} \hbar^3} \left\{ 1 + \frac{3\pi\mu}{8\psi_1^{1/2} \Gamma^2(5/4)} \right\}. \quad (18)$$

Введем обозначение

$$n_1 = \frac{2^{5/4} \Gamma(5/4) m^{3/2} \psi_1^{3/4}}{3\pi^{5/2} \hbar^3}. \quad (19)$$

Тогда из выражений (17), (18) (19) и (11) следует

$$n_c = \frac{1}{\Gamma(5/4)} \left(\frac{\psi_1^1}{2T^2}\right)^{1/4} \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \ln \left[1 + \exp\left(\frac{8\Gamma^2(5/4) \psi_1^{1/2}}{3\pi T n_1} (n_0^T + G\tau - n_1)\right) \right]. \quad (20)$$

Как видно из формулы (20), в рассматриваемых условиях имеет место суперлинейный рост концентрации свободных носителей с увеличением темпа генерации.

Причина такого поведения концентрации свободных электронов n_c состоит в следующем. В рассматриваемых условиях полная концентрация n с точностью до величин более высокого порядка малости совпадает с концентрацией электронов, заполняющих хвост плотности состояний и образующих сильно вырожденный газ. Эти электроны определяют положение уровня Ферми μ . Из формулы (18) видно, что μ зависит от концентрации n линейно². Отсюда и получается суперлинейный рост n_c с увеличением темпа генерации.

¹ Формула (18) получается из содержащегося в [3] более общего выражения разложением по $|\mu| \psi_1^{-1/2}$.

² Во избежание недоразумений подчеркнем, что сильное вырождение электронного газа имеет место в хвосте плотности состояний, а не в разрешенной зоне. Электронный газ в зоне может быть либо невырожденным, либо слабо вырожденным, в зависимости от отношения $|\mu|/T$; которое может быть любым.

§ 3. Роль захваченных носителей заряда в явлениях переноса

Рассмотрим сначала монополярную (для определенности, электронную) плазму. В отсутствие электрического поля захваченный электрон, конечно, покоится. При наличии поля он, будучи привязан к своей потенциальной яме, движется вместе с волной объемной плотности заряда (с дрейфовой скоростью v_n). Следовательно, захваченный электрон также участвует в переносе заряда: Вместе с тем свободных электронов остается меньше. Здесь возможны два предельных случая, отвечающих различным соотношениям между временем релаксации энергии τ_e и τ_M .

а. Пусть $\tau_e \gg \tau_M$. Тогда все время, пока флуктуация не затухнет, место в зоне проводимости, откуда захватился электрон, остается вакантным. При этом захват электронов все же влияет на плотность тока, ибо захваченный электрон движется со скоростью v_n , а в зоне проводимости он двигался бы с какой-то скоростью $v(E)$, зависящей от энергии E . Изменение плотности тока Δj при захвате имеет вид

$$\Delta j = e \int dE \rho(E) f(v) \{ \alpha(E) v - v_n \}. \quad (21)$$

Здесь $\rho(E)$ — плотность состояний, $f(v)$ — функция распределения электронов в приложенном поле, $\alpha(E)$ — относительная доля электронов, захватываемых из окрестности точки E ; при $\alpha(E) = \text{const} (=1$ по условию нормировки $\alpha)$ $\Delta j = 0$, чего и следовало ожидать.

Из выражения (21) следует, что в зависимости от вида функций α и f Δj может быть как параллельным j , так и антипараллельным.

б. $\tau_e \ll \tau_M$. При этом, очевидно, $\Delta j = 0$.

Обратимся теперь к биполярной плазме. Здесь, как известно, возможно появление флуктуационных волн двух типов. Волна, распространяющаяся со скоростью

$$v_1 = \frac{e \mu_n \mu_p (n_c - p_0)}{\sigma} E_0, \quad (22)$$

будет называться в дальнейшем «акустической». Здесь μ_n, μ_p — подвижности электронов и дырок соответственно, e — заряд электрона, n_c и p_0 — равновесные концентрации свободных электронов и дырок в отсутствие флуктуаций, E_0 — напряженность электрического поля в отсутствие флуктуаций, $\sigma = \sigma_n + \sigma_p$ — электропроводность. Эта волна, возможная только в биполярной плазме, распространяется в направлении дрейфа неосновных носителей заряда. При $n_c \gg p_0$, $\sigma_n \gg \sigma_p$ формула (22) дает: $v_1 \simeq v_p \equiv \mu_p E_0$.

Ограничивая рассмотрение полупроводниками n -типа, мы интересуемся случаем, когда $n_c \gg p_0$. В этих условиях амплитуда акустической волны относительно мала. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать только волны второго типа — «оптическую» ветвь. Скорость этой волны имеет вид

$$v_2 = \frac{e (\mu_p^2 p_0 - \mu_n^2 n_c)}{\sigma} E_0 \simeq -\mu_n E_0 \equiv v_n. \quad (23)$$

Последнее приближенное равенство справедливо, если $\mu_p^2 p_0 \ll \mu_n^2 n_c$. При захвате основных носителей заряда здесь все обстоит так же, как и в монополярном случае. Однако волна захватывает и неосновные но-

сители — дырки. Они движутся при этом вместе с волной, т. е. со скоростью дрейфа v_n . Очевидно, это изменяет плотность тока на величину

$$\Delta j = -e(\mu_n + \mu_p) p_{\text{захв}} E_0. \quad (24)$$

Иначе говоря, дело обстоит так, как если бы захваченные дырки стали неподвижными, а эффективная их концентрация $p_{\text{эфф}}$ была равна

$$p_{\text{эфф}} = \left(1 - \frac{\mu_n}{\mu_p}\right) p_{\text{захв}}. \quad (25)$$

Величина $p_{\text{захв}}$ дается разностью $p_v^1 - p_v$. Здесь p_v^1 — концентрация дырок в отсутствие захвата, определяемая формулой (2), в которой следует заменить «электронные» величины на «дырочные». Величина p_v — концентрация дырок при наличии захвата — определяется формулой вида (15):

$$p_v = (p_0^T + G\tau) \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left\{ \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}, \frac{\psi_1^1}{2T^2}\right) + \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \Gamma\left(\frac{5}{4}, \frac{\psi_1^1}{2T^2}\right) - \left[\left(\frac{2T^2}{\psi_1^1}\right)^{1/4} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{\psi_1^1}{2T^2}\right)^{1/4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \right] \frac{n_c e^3}{\pi \epsilon^3 T \psi_1^1} \exp\left(-\frac{\psi_1^1}{2T^2}\right) \right\}. \quad (26)$$

Здесь концентрация n_c дается формулой (16). Видим, что концентрация неосновных носителей заряда зависит от концентрации основных.

С учетом всего сказанного имеем

$$p_{\text{захв}} = (p_0^T + G\tau) \frac{n_c e^3 \sqrt{2}}{\pi^2 \epsilon^3 T \psi_1^1} \left[\left(\frac{2T^2}{\psi_1^1}\right)^{1/4} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) + \left(\frac{\psi_1^1}{2T^2}\right)^{1/4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \right] e^{-\frac{\psi_1^1}{2T^2}}. \quad (27)$$

Подставляя выражение (27) в (24) с учетом формулы (16), находим

$$\Delta j = -\frac{(p_0^T + G\tau)(n_0^T + G\tau)A}{1 + (n_0^T + G\tau)B} E_0. \quad (28)$$

Вид констант A и B ясен из способа получения формулы (28).

В случае, когда экранирование определяется в основном невырожденным газом свободных электронов, аналогично выражению (9) имеем с учетом (11)

$$p_v = (p_0^T + G\tau) \left\{ 1 - \frac{n_c^{3/8}}{2\Gamma(7/4)} \left[\frac{e^3}{(\pi \epsilon^3 T^3)^{1/2}} \right]^{3/4} \right\}, \quad (29)$$

где n_c определяется формулой (11); концентрация захваченных дырок $p_{\text{захв}}$, следовательно, имеет вид

$$p_{\text{захв}} = \frac{(p_0^T + G\tau) n_c^{3/8}}{2\Gamma(7/4)} \left[\frac{e^3}{(\pi \epsilon^3 T^3)^{1/2}} \right]^{3/4}. \quad (30)$$

Соответственно, уменьшение плотности тока Δj вследствие захвата дырок волной плотности заряда, распространяющейся со скоростью v_n , определяется выражением

$$\Delta j = -e(\mu_n + \mu_p) \frac{(\rho_0^T + G\tau)(n_0^T + G\tau)^{3/8}}{2\Gamma(7/4)} \left[\frac{e^3}{(\pi e^3 T^3)^{1/2}} \right]^{3/4} E_0. \quad (31)$$

Итак, в невырожденном случае ($\mu < 0$, $|\mu|T \gg \psi_1$, $|\mu| \gg T$) люксамперная характеристика сублинейна, если экранирование свободными носителями заряда играет сколько-нибудь заметную роль. Когда $\mu < 0$, $|\mu|T \ll \psi_1$, $\psi_1 \gg T^2$, $\psi_1 \gg \mu^2$, так что хвост плотности состояний заполнен сильно вырожденным электронным газом, люксамперная характеристика суперлинейна независимо от природы случайного поля. Заметим в заключение, что в качественном отношении все наши результаты относятся к случайным полям любого типа, не обязательно гауссовым.

Мы признательны А. Г. Миронову за полезную дискуссию.

Приложение [3].
$$n_c = \frac{2m^{3/2} \psi_1^{3/4}}{(2\pi)^2 \hbar^3} \int_0^\infty \frac{D_{-3/2}(-x)}{1 + \exp[\xi(x - \alpha)]} \exp\left(-\frac{x^2}{4}\right) dx,$$

где

$$\xi = \frac{\psi_1^{1/2}}{T}, \quad \alpha = \frac{\mu}{\psi_1^{1/2}}.$$

Используя разложение

$$e^{-\frac{x^2}{4}} D_{-3/2}(-x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (-x)^n D_{-3/2+n}(0),$$

получим, ограничиваясь нулевым членом ряда, формулу (20).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бонч-Бруевич В. Л. В сб.: Статистическая физика и квантовая теория поля. М., 1973.
2. Dyakonov M. J., Efros A. L., Mitchell D. L. «Phys. Rev.», 1969, 180, 819.
3. Жуматий П. Г. «Электронные свойства неупорядоченных полупроводников с плавно меняющимся случайным полем. I. Концентрация носителей заряда и уровень Ферми». Деп. рук. № 1068—75 от 14.04. 1975.
4. Бонч-Бруевич В. Л. «Физика и техника полупроводников», 1968, 2, 363.

Поступила в редакцию
27.1 1976 г.

Кафедра
физики полупроводников

*11 мес. за работу
а. Физиком не 3-4 мес.
Вместо Г и
задачами*