Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1976

УДК 533.951

А. Н. ВАСИЛЬЕВ

К ТЕОРИИ АНОМАЛЬНОГО СКИН-ЭФФЕКТА В ПЛАЗМЕ С НЕРЕЗКОЙ ГРАНИЦЕЙ В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе изучается поглощение электромагнитной волны в плазме с нерезкой границей в произвольно направленном магнитном поле в случае, когда концентрация частиц спадает экспоненциально. Получена система функциональных уравнений для лапласовских образов электромагнитного поля. Исследуется связь полученной системы с уравнениями для фурье-компонентов поля в однородной плазме. Обсуждаются решения системы функциональных уравнений в частных случаях и возможности решения в общем случае.

В связи с изучением высокочастотного разряда в плазме при высоком давлении П. Л. Капица поставил вопрос об аномальном скин-эффекте в неоднородной плазме [1]. В предельно аномальном случае теория скин-эффекта в полубесконечной плазме с нерезкой границей была построена в [2], а в магнитном поле, параллельном границе — в [3]. Решения были получены в случае экспоненциального и степенного убывания концентрации электронов вне плазмы. Обобщение случая экспоненциального спадания концентрации на произвольную степень аномальности скин-эффекта изучено в [4]. В работе [4] также изучен случай, когда магнитное поле направлено вдоль градиента концентрации плазмы. В работе [5] рассматривается поглощение обыкновенных волн в плазме в случае, когда магнитное поле параллельно границе плазмы. Во всех работах [2—5] изучались функциональные уравнения для лапласовских образов, соответствующие интегро-дифференциальным уравнениям для электромагнитного поля в плазме. Подобные уравнения получались и изучались с других точек зрения и ранее, но только для случая магнитного поля, перпендикулярного градиенту концентрации плазмы (см., например, [6]). Настоящая работа посвящена получению соответствующих функциональных уравнений в случае, когда магнитное поле направлено под произвольным углом к поверхности плазмы. Будут сделаны также некоторые замечания относительно их решения.

Будем предполагать, что размер переходной зоны на границе плазмы мал по сравнению с характерными размерами плазмы, но велик по сравнению с глубиной проникновения электромагнитной волны в однородную плазму с концентрацией электронов и ионов, которая достигается в глубине плазмы. В этих условиях концентрацию частиц можно считать функцией одной координаты x. В отсутствие электромагнитной волны подсистемы ионов и электронов по отдельности предполагаются равновесными с температурами T_i и T_e соответственно. В этом случае плотности частиц выражаются формулой распределения Больцмана

$$n_e(x) = n_0 \exp(-U_e(x)/kT_e),$$
$$n_i(x) = n_0 \exp(-U_i(x)/kT_i), \tag{1}$$

где $U_e(x)$ и $U_i(x)$ — эффективные потенциальные энергии электронов и ионов. Из условия электронейтральности плазмы следует, что $n_e(x) = n_i(x)$. Поэтому потенциальные энергии ионов и электронов в плазме должны быть связаны соотношением

$$U_e(x) = \beta U_i(x), \quad \beta = T_e/T_i,$$

Силы, действующие на электроны и ионы (потенциальная часть), также пропорциональны друг другу:

$$F_e(x) = -\frac{dU_e}{dx} = -\beta \frac{dU_i}{dx} = \beta F_i(x). \tag{2}$$

В плазме с заданным профилем концентрации, образованным силами неэлектрического происхождения, соотношение (2) удовлетворяется автоматически для стационарных конфигураций, поскольку из-за разделения зарядов под действием неэлектрических (например, гравитационных) сил возникает электрическое поле как раз такой величины, что полная сила, действующая на частицы разных типов, удовлетворяет соотношению (2).

В настоящей работе будут получены функциональные уравнения для лапласовских образов поля в случае, когда концентрация частиц вне плазмы спадает экспоненциально

$$n_e(x) = n_i(x) = n_0 e^{x/a}, \quad x \to -\infty, \tag{3}$$

a — характерная длина, на которой концентрация уменьшается в e раз.

Система уравнений Максвелла для электромагнитной волны $E_i(x)e^{i\omega t}$, распространяющейся в плазме с нерезкой границей по оси x вдоль градиента концентрации плазмы при пренебрежении током смещения, записывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2 E_x}{c^2} &= \frac{4\pi i\omega}{c^2} j_x, \\ \frac{d^2 E_\nu}{dx^2} &= \frac{4\pi i\omega}{c^2} j_\nu \end{aligned} \tag{4}$$

(греческие индексы пробегают значения y, z, а латинские — x, y, z; в первом уравнении системы (4) током смещения пренебрегать нельзя, так как это — основной член в левой части). Эти уравнения необходимо дополнить кинетическими уравнениями для электронов и ионов плазмы. Линеаризованные по переменному электромагнитному полю кинетические уравнения легко решаются в общем виде в приближении постоянных эффективных частот столкновений ν_e и ν_i методом интегрирования по траектории частицы. Приведем сразу выражение для тока в плазме через электромагнитное поле

$$j_i = j_i^{(e)} + j_i^{(i)}. \tag{5}$$

$$j_i^{(\alpha)}(x) = \frac{e^2}{kT_\alpha} \iiint d^3 v v_i f_\alpha(\varepsilon) \int\limits_{-\infty}^{0} dt v_j(t) E_j(x(t)) e^{(i\omega+\nu_\alpha)t}, \qquad (6)$$

где $\alpha = e, i$;

$$f_\alpha(\varepsilon) = \left(\frac{m_\alpha}{2\pi kT_\alpha}\right)^{3/2} n_\alpha(x) \exp\left(-\frac{m_\alpha v^2}{2kT_\alpha}\right) -$$

равновесная функция распределения частиц с температурой T_α, зависящая только от энергии частицы

$$\varepsilon = \frac{m_\alpha v^2}{2} + U_\alpha(x);$$

$n_\alpha(x)$ — из (1); $x(t)$ и $v_j(t)$ — соответственно x-координата траектории частицы и скорость ее в точке, в которой она находилась в момент времени t, если в начальный момент времени $t=0$ частица находится в точке с координатой x и имеет скорость v_j.

Направим оси y и z таким образом, чтобы магнитное поле $\mathbf{H}$ лежало в плоскости xy и образовывало бы с осью y угол θ. В предположении (3) потенциальные силы, действующие на частицы, не будут зависеть от координаты x:

$$F_\alpha = kT_\alpha/a.$$

В этом случае легко написать выражение для траектории и скорости частицы в скрещенных постоянных и однородных полях $\mathbf{F}_\alpha$ и $\mathbf{H}$ (см., например, [7]). Для удобства можно перейти к безразмерным переменным $\xi = x/a$, $\eta_i^{(\alpha)} = v_i/\bar{v}_\alpha$, где $\bar{v}_\alpha = (2kT_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$ — тепловые скорости частиц. Введем еще следующие обозначения: $\Omega_\alpha = |e|H/m_\alpha c$ — ларморовские частоты вращений частиц; $t_\alpha = a/\bar{v}_\alpha$ — время пролета частицей расстояния порядка характерной длины неоднородности концентрации; $\tau = -t/t_\alpha$ — безразмерное время движения частицы по траектории; $\sigma_\alpha = t_\alpha \Omega_\alpha$; $\gamma_\alpha = t_\alpha(\omega - i\nu_\alpha)$.

В дальнейшем для краткости записи будем опускать индекс α. Различие в формулах для электронов и ионов, связанное с разными знаками зарядов, будет учитываться с помощью множителя ε_α; для электронов $\varepsilon_e = 1$, а для ионов $\varepsilon_i = -1$. В силу линейности теории все ядра проводимости и их лапласовские образы будут являться суммой типа (5) соответствующих величин для ионов и электронов. В этих обозначениях

$$\xi(\tau) = \xi - \eta_x \sigma^{-1}(\cos^2\theta \sin\sigma\tau + \sigma\tau \sin^2\theta) + \eta_y \sigma^{-1} \sin\theta\cos\theta(\sin\sigma\tau - \sigma\tau) -$$
$$- \varepsilon\eta_z \sigma^{-1}\cos\theta(1 - \cos\sigma\tau) + \frac{\sigma^{-2}}{2}\cos^2\theta(1 - \cos\sigma\tau) + \frac{\tau^2}{4}\sin^2\theta; \qquad (7)$$

$$\eta_x(\tau) = \eta_x(\cos\sigma\tau\cos^2\theta + \sin^2\theta) + \eta_y \sin\theta\cos\theta(1 - \cos\sigma\tau) +$$
$$+ \varepsilon\eta_z \sin\sigma\tau\cos\theta - \frac{1}{2}\tau\sin^2\theta - \frac{1}{2}\sigma^{-1}\cos^2\theta\sin\sigma\tau;$$

$$\eta_y(\tau) = \eta_x \cos\theta\sin\theta(1 - \cos\sigma\tau) +$$
$$+ \eta_y(\cos^2\theta + \sin^2\theta\cos\sigma\tau) - \varepsilon\eta_z \sin\theta\sin\sigma\tau - \frac{1}{2}\tau\sin\theta\cos\theta +$$
$$+ \frac{1}{2}\sigma^{-1}\sin\theta\cos\theta\sin\sigma\tau; \qquad (8)$$

$$\eta_z(\tau) = -\varepsilon\eta_x \cos\theta \sin\sigma\tau + \varepsilon\eta_y \sin\theta \sin\sigma\tau +$$
$$+ \eta_z \cos\sigma\tau + \frac{1}{2}\varepsilon\sigma^{-1}\cos\theta\,(1-\cos\sigma\tau).$$

Подставляя формулы (7) и (8) в выражение (6), получим

$$j_i^{(\alpha)}(\xi) = A_\alpha e^{\xi}\int_0^\infty d\tau \iiint d^3\eta\,\eta_i\eta_j(\tau)\,e^{-\eta^2+i\gamma_\alpha\tau}E_j(\xi(\tau)), \tag{9}$$

где

$$\eta^2 = \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2, \quad A_\alpha = \frac{2e^2 a n_0}{\pi^{3/2} m_\alpha \bar{v}_\alpha}.$$

Применим теперь двустороннее преобразование Лапласа

$$\tilde{f}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)\,e^{-k\xi}d\xi, \quad f(\xi) = (2\pi i)^{-1}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\tilde{f}(k)\,e^{k\xi}dk$$

к уравнению (9):

$$\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dk\,e^{k\xi}\tilde{j}_i(k) = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dk\,e^{(k+1)\xi}\sum_\alpha A_\alpha\int_0^\infty d\tau\iiint d^3\eta\,\times$$
$$\times\,\eta_i\eta_j(\tau)\exp\left[-\eta^2 - i\gamma_\alpha\tau + k(\xi(\tau)-\xi)\right]\tilde{E}_j(k). \tag{10}$$

Из (7) легко видеть, что $\xi(\tau)-\xi$ не зависит от ξ (именно в этом проявляется специфика выбранной конфигурации асимптотического поведения плотности плазмы при $x \to -\infty$). Тогда, сдвигая контур интегрирования в первом интеграле (10) на 1 вправо и переобозначая k на $k+1$ (необходимые для этого условия рассмотрены в [2, 4]), получаем

$$\tilde{j}_i(k+1) = \Sigma_{ij}(k)\,\tilde{E}_j(k), \tag{11}$$

где

$$\Sigma_{ij}(k) = \Sigma_{ij}^{(e)} + \Sigma_{ij}^{(j)},$$
$$\Sigma_{ij}^{(\alpha)}(k) = A_\alpha\int_0^\infty d\tau\iiint d^3\eta\,\eta_i\eta_j(\tau)\,e^{-\eta^2-i\gamma_\alpha\tau+k(\xi(\tau)-\xi)}. \tag{12}$$

Подстановка выражения (11) в (4) дает интересующую нас систему функциональных уравнений для лапласовского образа поля $\tilde{E}_j(k)$:

$$k_0^2\tilde{E}_x(k+1) = P_{xj}(k)\,\tilde{E}_j(k),$$
$$(k+1)^2\tilde{E}_\nu(k+1) = P_{\nu j}(k)\,\tilde{E}_j(k), \quad k_0 = \frac{\omega a}{c} \ll 1. \tag{13}$$

где матрица P_{ij} связана с тензором приводимости Σ_{ij} следующим образом:

$$P_{ij} = \frac{4\pi i\,\omega a^2}{c^2}\Sigma_{ij}.$$

В выражении (12) все интегралы по скоростям η_i легко вычисляются, после чего получаем

$$P_{ij}^{(\alpha)}(k) = 2ie^{L_\alpha}\int_0^\infty d\tau\, f_{ij}^{(\alpha)} \exp\left\{-i\gamma_\alpha \tau - z_\alpha\left[\frac{1}{2}\sigma_\alpha^2\tau^2\sin^2\theta + \right.\right.$$

$$\left.\left. + (1-\cos\sigma_\alpha\tau)\cos^2\theta\right]\right\}, \qquad (14)$$

где $L_\alpha = \ln(a/\delta_{0\alpha})^3$, $\delta_{0\alpha} = \left(\frac{c^2\bar{v}_\alpha m_\alpha}{4\pi e^2 n_0\omega}\right)^{1/3}$ — глубина проникновения электромагнитной волны в однородную плазму с плотностью частиц n_0 в условиях аномального скин-эффекта, а

$$z_\alpha = -\frac{k(k+1)}{2\sigma_\alpha^2};$$

$f_{ij}^{(\alpha)}$ выражается по следующим формулам (индекс α опущен):

$$f_{xx} = \sin^2\theta + \cos^2\theta\cos\sigma\tau - zC_x^2;$$

$$f_{yy} = \cos^2\theta + \sin^2\theta\{\cos\sigma\tau - z\cos^2\theta\, C_y^2\};$$

$$f_{zz} = \cos\sigma\tau + z\cos^2\theta\, C_z^2;$$

$$f_{xy} = -f_{yx} = \sin\theta\cos\theta\{1-\cos\sigma\tau - zC_xC_y\};$$

$$f_{zx} = -f_{xz} = \varepsilon\cos\theta\{\sin\sigma\tau - zC_zC_x\};$$

$$f_{yz} = -f_{zy} = \varepsilon\sin\theta\{\sin\sigma\tau + z\cos^2\theta\, C_yC_z\}; \qquad (15)$$

$$C_x = \cos^2\theta\sin\sigma\tau + \sigma\tau\sin^2\theta;$$

$$C_y = \sigma\tau - \sin\sigma\tau;$$

$$C_z = 1 - \cos\sigma\tau.$$

Выражение (14) можно преобразовать к более удобной в ряде случаев форме, используя известное разложение

$$e^{z\cos\sigma\tau} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(z)\, e^{in\sigma\tau},$$

где I_n — функция Бесселя мнимого аргумента (см., напр., [8]). После интегрирования по τ получаем

$$P_{ij}^{(\alpha)} = \frac{i\sqrt{\pi}\exp(L_\alpha)}{\sqrt{-k(k+1)}\sin\theta} \times$$

$$\times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}_{ij}^{(\alpha)} e^{-z_\alpha\cos^2\theta} I_n(z_\alpha\cos^2\theta)\, w\left(\frac{\gamma_\alpha - n\sigma_\alpha}{\sqrt{-k(k+1)}\sin\theta}\right), \qquad (16)$$

где оператор $\hat{\varphi}_{ij}^{(\alpha)}$ записывается в виде

$$\hat{\varphi}_{ij} = A_{ij} + z^{-1}\cos^{-2}\theta\,\hat{B}_{ij};$$

в этой формуле

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta & 0 \\ -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{B}_{ij} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta\,\widehat{D}_x^2 & \sin\theta\cos\theta\,\widehat{D}_x\widehat{D}_y & i\cos\theta\,\widehat{D}_x\widehat{D}_z \\ -\sin\theta\cos\theta\,\widehat{D}_x\widehat{D}_y & \sin^2\theta\,\widehat{D}_y^2 & i\sin\theta\,\widehat{D}_y\widehat{D}_z \\ -i\cos\theta\,\widehat{D}_x\widehat{D}_z & -i\sin\theta\,\widehat{D}_y\widehat{D}_z & \widehat{D}_z^2 \end{pmatrix},$$

$$\widehat{D}_x = n + \sigma^{-1}k(k+1)\sin^2\theta\,\frac{\partial}{\partial\gamma},$$

$$\widehat{D}_y = n - \sigma^{-1}k(k+1)\cos^2\theta\,\frac{\partial}{\partial\gamma}, \tag{17}$$

$$\widehat{D}_z = z\frac{\partial}{\partial z};$$

$w(x)$ — широко употребляемая в электродинамике плазмы функция

$$w(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ix)^n}{\Gamma\left(\frac{n}{2}+1\right)} = e^{-x^2}\left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{t^2}\,dt\right) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-z^2}\,dz}{x-z}.$$

Сделаем теперь ряд замечаний относительно решения уравнений (13) в некоторых предельных случаях. Если $\theta=\pi/2$, последние два уравнения (13) не связаны с первым, описывающим продольные колебания в плазме. Более того, введением право- и левовращающихся круговых поляризаций поля $\widetilde{E}_{\pm}=\widetilde{E}_x \pm i\widetilde{E}_y$ оставшаяся система двух уравнений диагонализуется, и обе циркулярно поляризованные волны распространяются в плазму независимо друг от друга. Этот случай подробно исследован в [4]. Для $\widetilde{E}_{\pm}$ получаются уравнения

$$(k+1)^2\widetilde{E}_{\pm}(k+1) = P_{\pm}(k)\widetilde{E}_{\pm}(k), \tag{18}$$

где

$$P_{\pm}(k) = 2ie^{L_e}\int_0^{\infty} d\tau \exp\left[-i(\gamma_e \mp \sigma_e)\tau + \frac{1}{4}k(k+1)\tau^2\right] \tag{19}$$

(при переходе от (14) и (15) к (18) и (19) необходимо пренебречь вкладом ионов, так как вдали от ионных резонансных частот он значительно меньше электронного вклада). Выражение (19) с точностью до обозначений совпадает с (2.30) работы [4] [1]. В этой же работе подробно изучены уравнения типа (18) с соответствующими граничными условиями. В частности, показано, что в случае одного функционального уравнения типа (18) решение имеет вид

$$\widetilde{E}(k) = -i\frac{4\pi^2 k_0\,|E_{\text{пад}}(-\infty)|}{1-\cos 2\pi k}\exp\left\{\frac{1}{2i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dz\,\frac{\sin k\pi\,\ln[P(z)/(z+1)^2]}{\sin z\pi\,\sin(z-k)\pi}\right\},$$

---

[1] В формуле (2.30) работы [4] знак перед $k(k+1)x^2$ в подынтегральной экспоненте — плюс.

откуда импеданс плазмы также может быть выражен через ядро $P(k)$ функционального уравнения:

$$Z = -\frac{2\pi^2 \omega a i}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dw}{\operatorname{ch}^2 \pi w} \ln \frac{P(iw - 1/2)}{(iw + 1/2)^2}. \qquad (20)$$

В другом предельном случае $\theta = 0$ необходимо заметить, что аргумент функции $w(x)$ в (16) стремится к бесконечности при $\theta \to 0$, поэтому необходимо перейти к асимптотическому значению $w(x)$:

$$w(x) \to i\pi^{-1/2} x^{-1}, \quad x \to \infty,$$

откуда

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{1}{\sqrt{-k(k+1)}\,\sin\theta}\, w\left(\frac{\gamma - n\sigma}{\sqrt{-k(k+1)}\,\sin\theta}\right) = \frac{i}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\gamma - n\sigma}.$$

Поскольку k входит в (14) или (16) в комбинации $k(k+1)$, матрица

$$Q_{ij}\left(w^2 + \frac{1}{4}\right) = P_{ij}\left(iw - \frac{1}{2}\right)$$

зависит только от аргумента $w^2 + 1/4$. При $\theta = 0$

$$Q_{yy}(\varkappa^2) = \sum_{n,\alpha} e^{L_\alpha - \varkappa^2/2\sigma_\alpha^2} \frac{I_n(\varkappa^2/2\sigma_\alpha^2)}{\gamma_\alpha - n\sigma_\alpha}; \qquad (21)$$

$$Q_{xx}(\varkappa^2) = \sum_{n,\alpha} e^{L_\alpha - \varkappa^2/2\sigma_\alpha^2} \frac{2\sigma_\alpha^2}{\varkappa^2} \frac{n^2 I_n(\varkappa^2/2\sigma_\alpha^2)}{\gamma_\alpha - n\sigma_\alpha};$$

$$Q_{zz}(\varkappa^2) = Q_{yy} + \sum_{n,\alpha} 2\sigma_\alpha^2 e^{L_\alpha} \frac{d}{d\varkappa^2} \varkappa^2 \frac{d}{d\varkappa^2} \frac{\exp(-\varkappa^2/2\sigma_\alpha^2) I_n(\varkappa^2/2\sigma_\alpha^2)}{\gamma_\alpha - n\sigma_\alpha};$$

$$Q_{xz}(\varkappa^2) = -Q_{zx} = -i \sum_{n,\alpha} \varepsilon_\alpha 2\sigma_\alpha^2 e^{L_\alpha} n \frac{d}{d\varkappa^2} \frac{\exp(-\varkappa^2/2\sigma_\alpha^2) I_n(\varkappa^2/2\sigma_\alpha^2)}{\gamma_\alpha - n\sigma_\alpha}. \qquad (22)$$

Остальные компоненты матриц Q_{ij} и соответственно P_{ij} обращаются в ноль. Из формул (21), (22) видно, что уравнение для компоненты E_y отделяется от остальных, и поэтому его возможно исследовать аналогично уравнению (18). Это исследование (без вывода выражения для P_{yy}) проводится в работе [5]. В [5] обнаружено, что поглощение волн в неоднородной плазме тесно связано с существованием собственных волн в однородной плазме, уравнение для которых принимает вид [9]:

$$-\varkappa^2 E_y(\varkappa) = \frac{n_g}{n_0} Q_{yy}(\varkappa^2) E_y(\varkappa)$$

(n_g — плотность плазмы, $\varkappa$ — безразмерный вектор фурье-преобразования). В [5] показано, что бесстолкновительное поглощение обыкновенных волн связано только с возбуждением собственных электромагнитных волн на плотностях, при которых в однородной плазме существуют собственные волны, причем возбуждаются только волны с $\varkappa > 1/2$. Проследить подобную аналогию на необыкновенных волнах труднее, поскольку не удается получить полного решения соответствующих функциональных уравнений. Однако тот факт, что уравнения для необыкновенных волн в однородной плазме также записываются с помощью (22) в виде

$$k_0^2 E_x(\varkappa) = \frac{n_g}{n_0}\left[Q_{xx}(\varkappa^2) E_x(\varkappa) + Q_{xz}(\varkappa^2) E_z(\varkappa)\right],$$

$$-\varkappa^2 E_z(\varkappa) = \frac{n_g}{n_0}\left[Q_{zx}(\varkappa^2) E_x(\varkappa) + Q_{zz}(\varkappa^2) E_z(\varkappa)\right],$$

позволяет заключить о тесной связи поглощения и необыкновенных волн с собственными волнами однородной плазмы.

Более того, отличие матрицы Q_{ij} от соответствующей для однородного случая при произвольном направлении магнитного поля [9] состоит в наличии членов в выражениях (17), содержащих производные функции $w(x)$ по γ. Эти производные связаны с линейными и квадратичными по τ членами в выражениях (15) и существенно связаны с неоднородностью плазмы. Соответствующие им волны обычно называются дрейфовыми волнами. Однако провести подробное рассмотрение системы функциональных уравнений в случае матриц P_{ij} произвольного вида и соответственно исследовать связь поглощения падающей волны с возбуждением собственных и дрейфовых волн затруднительно.

Таким образом, в работе получена система (13) функциональных уравнений для лапласовских образов электромагнитного поля в плазме с экспоненциальной формой границы (3). Пределы применимости подобных уравнений в случае аномального скин-эффекта связаны только с формой границы. Уравнения (13) верны, если падающая волна затухает, не дойдя до области, в которой концентрация начинает отличаться от экспоненты. В [5] показано, что границы применимости соответствующего функционального уравнения для $E(k)$ очень сильно зависят от частоты и могут значительно изменяться в зависимости от близости к электронным и ионным циклотронным частотам: чем ближе к резонансной частоте, тем меньше глубина проникновения падающей волны в плазму и соответственно тем шире диапазон применимости функциональных уравнений.

Полученные уравнения применимы и к задаче исследования собственных поверхностных волн в неоднородной плазме.

Автор благодарен акад. Е. М. Лифшицу и Б. Э. Мейеровичу за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капица П. Л. ЖЭТФ, 1969, 57, 1801.
2. Либерман М. А., Мейерович Б. Э., Питаевский Л. П. ЖЭТФ, 1972, 62, 1737.
3. Дикман С. М., Мейерович Б. Э. ЖЭТФ, 1973, 64, 1653.
4. Васильев А. Н., Мейерович Б. Э. ЖЭТФ, 1974, 67, 1738.
5. Васильев А. Н. ЖЭТФ (в печати).
6. Михайловский А. Б. В сб.: Вопросы теории плазмы, 1963, т. 3, с. 141.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1973, § 22.
8. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1971, с. 987.
9. Электродинамика плазмы. Под ред. А. И. Ахиезера. М., 1974, гл. 5.

Поступила в редакцию
24.6 1976 г.

Кафедра
квантовой теории

1,5 1 →