

УДК 534.
231.1

Ю. Б. Ланин,
А. Б. Манукин

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ УМЕНЬШЕНИЯ
ЭФФЕКТИВНОЙ ШУМОВОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ
КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Показано, что при взаимодействии двух сильно разнесенных по частоте колебательных систем (механической, электрической и двух электромагнитных) при определенных условиях в системе с меньшей частотой возможно понижение эффективной шумовой температуры.

Большое число экспериментов с пробными телами сводится к проблеме измерения предельно малых сил или механических перемещений. В работах [1, 2] подробно рассмотрены причины, ограничивающие чувствительность в подобного рода экспериментах. Показано, в частности, что в конечном счете минимально обнаружимая сила, действующая на механический осциллятор, определяется величиной обратного флуктуационного влияния измерительного прибора.

В этом коротком сообщении обсуждается одна из возможностей уменьшения обратного флуктуационного влияния. Для определенности, как и в [1], в качестве индикатора малых механических перемещений выбирается емкостный датчик (рис. 1). Тепловые флуктуации напряжения на сопротивлении R приведут к флуктуациям напряжения на емкости, которые, благодаря кулоновскому взаимодействию пластин конденсатора, определяют флуктуационную силу $F_{\text{фл}}$, действующую на механический осциллятор. Выражение для спектральной плотности $F_{\text{фл}}$ при $\omega_{\text{мех}} \ll \omega_{\text{эл}}$ и $\omega_{\text{ген}} = \omega_{\text{эл}}$ ($1 \pm 1/2 Q_{\text{эл}}$) имеет вид

$$(F_{\text{фл}})_{\omega}^2 \simeq \frac{S^2 U_{\sim}^2 Q_{\text{эл}}^2 \times TR}{2\pi^2 d_0^4}, \quad (1)$$

где S — площадь пластин конденсатора, U_{\sim} — амплитуда электрического напряжения на контуре, $Q_{\text{эл}}$ — добротность контура, R — активное сопротивление контура, T — температура, d_0 — среднее расстояние между пластинами конденсатора. В соотношение, которое определяет минимально обнаружимую силу при оптимальной стратегии измерений [1]

$$F_{\text{мин}} = \frac{4}{\tau} \sqrt{\pi \sqrt{2} \times Tm \frac{\omega_{\text{мех}}}{\omega_{\text{эл}}}}, \quad (2)$$

входит только один параметр измерительной системы — частота контура. Добротность $Q_{\text{эл}}$, активное сопротивление контура R и другие параметры, которые присутствуют в соотношении (1), в конечном итоге выпали из-за однозначной связи между параметрами контура $Q_{\text{эл}} = 1/\omega_{\text{эл}} CR$.

Идея уменьшения обратного флуктуационного влияния измерителя состоит в том, чтобы эту однозначную связь нарушить. Действительно, пусть удалось ввести в контур дополнительное «нешумящее» сопротивление R_0 . Тогда добротность такого контура определяется соотношением $Q_{\text{эл}} = 1/\omega_{\text{эл}} C(R_0 + R)$, а тепловые флуктуации напряжения в контуре определяются только сопротивлением R .

Если $R \ll R_0$, то соотношение (2) принимает вид

$$[F_{\text{мш}}] \simeq \frac{4}{\tau} \sqrt{\pi V 2 \kappa T m \frac{\omega_{\text{мех}}}{\omega_{\text{эл}}} \cdot \frac{R}{R_0}}$$

Можно ввести некоторое $T_{\text{эфф}} = T \frac{R}{R_0}$ и говорить о понижении эффективной шумовой температуры контура или о его «охлаждении». Несложный расчет показывает, что в таком контуре средняя энергия тепловых электрических флуктуаций $W = \kappa T \frac{R}{R_0}$.

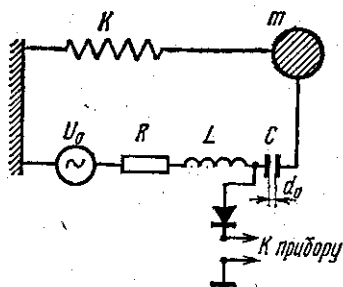


Рис. 1

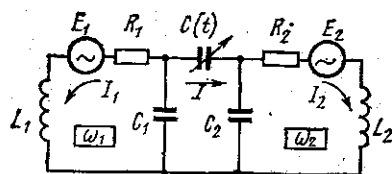


Рис. 2

В случае механического осциллятора осуществить эту идею можно следующим образом. Обратимся снова к электромеханической системе, изображенной на рис. 1. В монографии [2] показано, что в механическую систему вносится дополнительное трение

$$H_0 = \frac{S U_0^2 Q_{\text{эл}}^4}{16\pi d^3 \omega_{\text{эл}}}$$

Данная система описывается уравнениями

$$m\ddot{x} + h\dot{x} - Kx = \frac{2\pi}{S} q^2 + F_{\text{фл}}$$

(3)

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C_0} q + \frac{1}{C_0} \frac{\dot{x}}{d_0} q = U_0 \cos \omega_{\text{ген}} t + U_{\text{фл}}$$

Нас интересует флуктуационная часть кулоновской силы $F_{\text{эл}} = \frac{2\pi}{S} q^2$, действующей на механический осциллятор. Решение системы уравнений (3) дает для спектральной плотности $F_{\text{фл}}$ выражение

$$(F_{\text{фл}})_{\omega}^2 = 4\kappa T \frac{S U_0^2 Q_{\text{эл}}^3}{16\pi d^3 \omega_{\text{эл}}}$$

Величину $H_{\text{ош}} = \frac{S U_0^2 Q_{\text{эл}}^3}{16\pi d^3 \omega_{\text{эл}}}$ естественно назвать «шумящим» трением, внесенным в механический осциллятор, при этом $H_{\text{ош}} = H_0 / Q_{\text{эл}}$. Таким образом, в механическую систему внесено трение H_0 , которое «шумит», как $H_0 / Q_{\text{эл}}$. Это значит, что средняя энергия тепловых колебаний осциллятора

$$W = \kappa T \frac{h + H_0 / Q_{\text{эл}}}{h + H_0}$$

Если $H_0 / Q_{\text{эл}} \gg h$, то $W \simeq \kappa T H_{\text{ош}} / H_0 = \kappa T \cdot 1 / Q_{\text{эл}}$. Новая эффективная шумовая температура механического осциллятора $T_{\text{эфф}} = T / Q_{\text{эл}}$.

Такие свойства осциллятора, как низкие собственные тепловые шумы, при широкой полосе (малой добротности) могут оказаться полезными в ряде физических экспериментов. Подобное «охлаждение» может быть получено в электрической системе.

Рассмотрим два колебательных контура, связанных гармонически изменяющейся емкостью (рис. 2) $C(t) = C_0[1 + m \cos(\nu t + \theta)]$; $E(t)$ — генераторы белого шума, создаваемого активными сопротивлениями контуров R_1 и R_2 со спектральными плотностями $S[E_i, \omega] = \frac{2}{\pi} \kappa T R_i$.

В [3] рассмотрена такая система контуров для случая $\nu = \omega_1 + \omega_2$ (что соответствует регенеративному параметрическому усилителю и отрицательному вносимому затуханию) и получены значения спектральной плотности $S(X, \omega)$ для величин

$$X_1 = \frac{1}{C_1} \int I_1 dt \text{ и } X_2 = \frac{1}{C_2} \int I_2 dt$$

при условии, что добротности контуров велики.

Аналогичным образом и при том же условии можно найти спектральные плотности $S[X_1, \omega]$ и $S[X_2, \omega]$ для случая $\nu = \omega_2 - \omega_1$, соответствующего нерегенеративному параметрическому усилителю и положительному вносимому затуханию, и определить среднюю энергию флуктуаций на емкости

$$\frac{\langle q^2 \rangle}{2C} \simeq \frac{C}{2} \langle X^2 \rangle = \frac{C}{2} \int_0^\infty S[X, \omega] d\omega.$$

Вычисления, проведенные для различных соотношений между собственными частотами контуров ω_1 и ω_2 и коэффициентами затухания $\delta_1 = R_1/2L_1$ и $\delta_2 = R_2/2L_2$, показывают, что эффект «охлаждения» может быть получен только для контура с меньшей частотой, если он имеет также и меньший коэффициент затухания (меньшую полосу пропускания). Взяв для определенности $\delta_1 \ll \delta_2$, для случая сильной накачки можно получить

$$\frac{\langle q_1^2 \rangle}{2C_1} \simeq \frac{1}{2} \kappa T \left(\frac{\delta_1}{\delta_{1\text{вн}}} + \frac{\delta_1}{\delta_2} + \frac{\omega_1}{\omega_2} \right), \quad (4)$$

где $\delta_{1\text{вн}}$ определяет затухание за счет вносимого в контур сопротивления $\delta_{1\text{вн}} \simeq R_{1\text{вн}}/2L_1$

$$\left(R_{1\text{вн}} = \frac{1}{4} \frac{m^2 C_0^2}{C_1^2 C_2^2 \omega_1 \omega_2 R_2} \right).$$

Первые два слагаемых в (4) относятся к собственным шумам контура, последнее — к вносимым. Для достаточно сильной накачки $\delta_{1\text{вн}} \gg \delta_1$, тогда при $\omega_1 < \omega_2$ эффективная шумовая температура контура должна понижаться, т. е. контур «охлаждается». Физически это объясняется тем, что в данном случае как вносимые в контур шумы, так и вносимое сопротивление в пределах полосы пропускания контура можно считать постоянными, равными «резонансному» значению. При этом спектральная плотность вносимой шумовой э. д. с. связана с вносимым сопротивлением известным соотношением (см. например, [4])

$$(E_{1\text{вн.ш}})_{\omega}^2 = \frac{2}{\pi} \kappa T R_{1\text{вн}} \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Следовательно, в контур вносится сопротивление $R_{1\text{вн}}$, которое «шумит» как $R_{1\text{вн}} \omega_1/\omega_2$, т. е. имеет место та же ситуация, что и в рассмотренной выше механической системе, только вместо множителя $1/Q_{\text{эл}}$

входит отношение частот ω_1/ω_2 . Условие достаточно сильной накачки $\delta_{1 \text{ вн}} \gg \delta_1$, эквивалентное $Q_1 Q_2 \gg 4C_1 C_2 / m^2 C_0^2$, где Q_1 и Q_2 — собственные добротности контуров, легко выполняется для высокодобротных систем.

Возвращаясь к проблеме измерения малых механических перемещений и сил, необходимо отметить, что применение «охлажденного» описанным методом электрического контура в датчике не дает прямого уменьшения величины минимально обнаружимой силы при оптимальной стратегии измерений, так как в формуле (2) для $F_{\text{мин}}$ в знаменателе стоит собственная частота контура. Однако технически такого рода датчик может оказаться выгоднее, так как он позволит значительно уменьшить влияние шумов генератора накачки, поскольку $\omega_1 \ll \omega_2; \nu$.

Авторы выражают признательность В. Б. Брагинскому и А. А. Любшину за ряд ценных критических замечаний и помощь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский В. Б. Физические эксперименты с пробными телами. М., 1970.
2. Брагинский В. Б., Манукин А. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М., 1974.
3. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., 1961.
4. Эткин В. С., Гершензон Е. М. Параметрические системы на полупроводниковых диодах. М., 1964.

Поступила в редакцию
5.11 1975 г.
Кафедра
физики колебаний