

УДК 531.391.

А. Н. Лагуткин

О ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ДЕЛИТЕЛЯХ ЧАСТОТЫ
С РЕЗКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

В рамках метода медленно меняющихся амплитуд рассмотрен режим синхронных колебаний в параметрических генераторах, когда нелинейный элемент неоднократно отпирается за период субгармонических колебаний. Показывается, что при многократном отпирании нелинейного элемента полосы внутренней автосинхронизации и деления уменьшаются с ростом порядка автосинхронизации n быстрее ($\sim 1/n^{3/2}$), чем при однократном отпирании ($\sim 1/n$). Однако это убывание остается все же более слабым по сравнению с убыванием полос при образовании комбинационных тонов на плавной нелинейности.

Известно, что в двухчастотных параметрических генераторах может иметь место явление автосинхронизации, обусловленное взаимодействием основных генерируемых тонов с комбинационными [1].

В случае образования комбинационных тонов на плавной нелинейности системы, например барьерной емкости p - n -перехода, теория явления автосинхронизации была подробно разработана в [1].

В работе [2] изучалось явление автосинхронизации в случае образования комбинационных тонов на резкой нелинейности, например, резкой активной проводимости полупроводникового диода. При этом в [2] предполагалось, что за период субгармонического колебания через диод проходит лишь один импульс активного тока. Подобный режим имеет место, если выполняется следующее соотношение, которое может быть получено из результатов, приведенных в [2, 3]:

$$n^2 \leq \frac{\pi^2}{2u_0} \cdot \frac{A_1 A_2 \omega_n^2}{A_1 \omega_1^2 + A_2 \omega_2^2} \quad (1)$$

Здесь n — порядок автосинхронизации ($n \gg 1$), A_k , ω_k ($k=1, 2$) — амплитуды и частоты генерируемых колебаний, ω_n — частота колебания накачки, u_0 — величина максимального напряжения на диоде, характеризующая диапазон резкого изменения $[0, u_0]$ нелинейности в системе, при этом $A_k, A_n \gg u_0$.

Из (1) видно, что при достаточно больших порядках автосинхронизации n предположение об однократном отпирании нелинейного элемента за период субгармонического колебания становится несправедливым.

В данной работе рассматриваются параметрические делители частоты с резкой нелинейностью при достаточно больших порядках автосинхронизации, когда нелинейный элемент отпирается неоднократно за период субгармонических колебаний в системе. В качестве примера резкого нелинейного элемента будет рассматриваться полупроводниковый диод, обладающий при отпирании резкой нелинейностью.

¹ Как и в [2], будем считать, что A_k ($k=1, 2$) намного превосходят амплитуду накачки A_n . Это предположение, вообще говоря, не влияет на основные выводы работы.

В [2, 3] отмечалось, что при составлении укороченных уравнений, описывающих колебательные процессы в системах с резкой нелинейностью, необходимо знать времена достижения колебательным процессом уровня отпираания нелинейного элемента, т. е. необходимо решать относительно времен отсечки уравнение

$$A_1 \cos \Phi_1 + A_2 \cos \Phi_2 - E = 0. \quad (2)$$

Здесь $\Phi_k = \omega_k t + \Phi_k$ ($k=1, 2$) — полные фазы генерируемых колебаний, E — величина постоянной составляющей колебательного процесса.

Решить уравнение (2) в общем виде, вообще говоря, невозможно. Однако, учитывая, что режим отпираания имеет место при значениях $\Phi_k \sim 2\pi m_k$ (m_k — целое) [2, 3], разложим тригонометрические функции в (2) в ряд по степеням ($\Phi_k - 2\pi m_k$). Отбрасывая члены $\sim (\Phi_k - 2\pi m_k)^4$ и выше, получим квадратное уравнение, решив которое, будем иметь следующие выражения для определения моментов отпираания нелинейного элемента:

$$\Phi_k - 2\pi m_k = (-1)^l \frac{A_l n_l Z(\gamma)}{A_1 n_1^2 + A_2 n_2^2} \pm \omega_k \sqrt{\frac{2u_0}{A_1 \omega_1^2 + A_2 \omega_2^2} - \frac{A_1 A_2 Z^2(\gamma)}{(A_1 \omega_1^2 + A_2 \omega_2^2)^2} \cdot \frac{1}{n^2}}. \quad (3)$$

Здесь $\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$, $n_1 + n_2 = n$, $\gamma = n_2 \Phi_1 - n_1 \Phi_2$, $\begin{Bmatrix} k \\ l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix}$; $\begin{Bmatrix} 2 \\ 1 \end{Bmatrix}$;

$Z(\gamma) = \gamma + 2\pi(m_2 n_1 - m_1 n_2)$ — величина, характеризующая длительность пребывания нелинейного элемента в открытом состоянии. При этом из (3) видно, что наиболее длительному отпираанию соответствует наименьшее значение величины $|Z(\gamma)|$. На рис. 1 показано множество значений функций $Z(\gamma)$, соответствующих различным длительностям отпираания. Жирной линией выделена зависимость для максимальной длительности отпираания, а пунктирной линией — зависимость для меньшей длительности отпираания и так далее. При этом значение максимальной величины $|Z(\gamma)|$ определяется из условия неотрицательности подкоренного выражения в (3).

Имея в своем распоряжении выражения для величин времен отсечки (3), вычислим амплитуды компонентов тока, проходящего через полупроводниковый диод при его отпираании¹. Проведя преобразования, аналогичные [3], получим с точностью до членов второго порядка малости относительно $(\Phi_k - 2\pi m_k)$ следующие выражения для амплитуд компонентов тока ($I_{ск}$, $I_{ск}$ — косинусоидальная и синусоидальная на ω_k частоте [1]):

$$I_{ск} \simeq I_0, \\ I_{sk} \simeq (-1)^l \frac{n_l A_l}{n_1^2 A_1 + n_2^2 A_2} \cdot I_0 \frac{\sum_{\substack{C \geq |Z(\gamma)| \\ C \geq |Z(\gamma)|}}^{Z(\gamma)} \sqrt{C - Z^2(\gamma)}}{\sum_{C \geq |Z(\gamma)|} \sqrt{C - Z^2(\gamma)}} = \\ = (-1)^l \frac{n_l A_l}{n_1^2 A_1 + n_2^2 A_2} I_0 Z_*(\gamma). \quad (4)$$

Здесь I_0 — средний ток, проходящий через полупроводниковый диод при его отпираании [2],

$$\begin{Bmatrix} k \\ l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix}; \begin{Bmatrix} 2 \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad C = \frac{2u_0}{A_1 A_2 \omega_n^2} (A_1 \omega_1^2 + A_2 \omega_2^2) n^2 -$$

¹ Как и в [2], рассматривается случай, когда влиянием диффузионной емкости при отпираании диода можно пренебречь.

величина, определяющая максимально возможное значение $|Z(\gamma)|$ (см. рис. 1) или количество импульсов активного тока, проходящих через полупроводниковый диод за период субгармонического колебания. Суммирование в (4) проводится по всем зависимостям $Z(\gamma)$ (см. рис. 1), которые отвечают различным длительностям отпираания полупроводникового диода.

Сравнивая (4) с выражениями для амплитуд компонентов тока полупроводникового диода в случае однократного отпираания его за

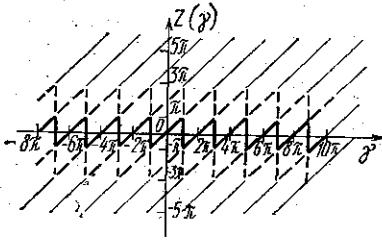


Рис. 1. Зависимости функций Z от γ при многократном отпираании нелинейного элемента за период субгармонического колебания

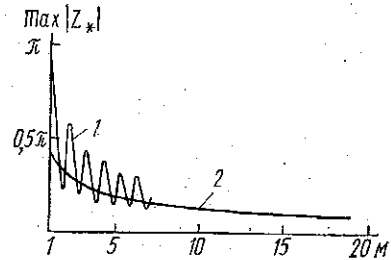


Рис. 2. Зависимость величины $\max |Z_*|$ от числа отпирааний нелинейного элемента за период субгармонического колебания (1 — численный расчет, 2 — асимптотика)

период субгармонического колебания [2], нетрудно установить, что (4) переходят в соответствующие выражения работы [2], если вместо $Z_*(\gamma)$ подставить $Z(\gamma)$, которая соответствует наиболее длительному отпираанию полупроводникового диода (жирная линия на рис. 1), а следовательно, и наибольшей величине импульса активного тока.

Таким образом, чтобы выяснить поведение стационарных характеристик делителей частоты при многократном отпираании полупроводникового диода, необходимо в выражения для стационарных характеристик делителей частоты, которые были получены в работе [2], вместо $\max |Z(\gamma)| = \pi$ подставить $\max |Z_*(\gamma)|$.

Численно рассчитанная зависимость $\max |Z_*|$ от количества отпирааний полупроводникового диода

$$M = n \sqrt{\frac{2u_0}{\pi^2 \omega_n^2 A_1 A_2} (A_1 \omega_1^2 + A_2 \omega_2^2)} \quad (5)$$

за период субгармонических колебаний представлена на рис. 2 (кривая 1). Если число отпирааний полупроводникового диода за период субгармонических колебаний $M \gg 1$, то можно найти асимптотику $\max |Z_*|$ от числа отпирааний M . Не приводя простые, но достаточно громоздкие выкладки, запишем лишь конечный результат:

$$\max_{M \rightarrow \infty} |Z_*| \approx \frac{1,36}{\sqrt{M}} \quad (6)$$

Эта зависимость построена на рис. 2 (кривая 2).

Из рассмотрения этого рисунка, а также выражения (4) легко установить, что увеличение количества отпирааний диода за период субгармонического колебания ведет к тому, что интенсивность образования комбинационных тонов, которым обязан своим существованием синхронный режим, уменьшается, так как $\max |Z_*| < \pi$.

Если при однократном отпирании полупроводникового диода внутренняя полоса автосинхронизации и малые полосы деления уменьшались с ростом порядка автосинхронизации как $1/n$ [2], то при многократном отпирании соответствующая зависимость в силу выражений (6), (5), (4) будет уже $1/n^{3/2}$. Однако это уменьшение с ростом n будет все же более слабым, чем при образовании комбинационных тонов на плавной нелинейности — барьерной емкости p — n -перехода диода [1, 2].

Следовательно, с точки зрения образования режима субгармонических колебаний наиболее эффективным, хотя и более трудноосуществимым, является режим однократного отпирания нелинейного элемента за период субгармонических колебаний.

Таким образом, в настоящей работе показано, что, во-первых, рассмотрение синхронного режима в параметрических генераторах при многократном отпирании нелинейного элемента формально сводится к рассмотрению синхронного режима при однократном отпирании нелинейного элемента, во-вторых, увеличение числа отпираний нелинейного элемента ведет к уменьшению внутренней полосы автосинхронизации и полосы деления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М., 1966.
2. Лагуткин А. Н., Лихарев К. К. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астроном.», 1973, 14, № 5, 565.
3. Лагуткин А. Н. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астроном.», 1974, 15, № 2, 210.

Поступила в редакцию

11.12 1974 г.

Кафедра
физики колебаний