УДК 621.373

В. К. Корнев

К РАСЧЕТУ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕКОТОРЫХ СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

В теории колебаний широко применяется интеграл Дюамеля, позволяющий описывать процессы в линейных цепях с помощью импульсной реакции $h_\delta(t)$ четырехполюсника. В рамках такого рассмотрения некоторые колебательные устройства, и в том числе и ряд систем автоматического регулирования, описываются интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода [1]. В частности, к такому же уравнению приводит модель автоколебательной системы неосцилляторного типа с дисперсией запаздывания в линейной цепи обратной связи [2, 3]:

$$F[U(t)] = \int_0^t h_\delta(t-\xi)\,U(\xi)\,d\xi + f(t), \tag{1}$$

где $F[\cdot]$ — «обратная» нелинейность усилителя, выражающая сигнал на входе усилителя $F[U]$ через сигнал на выходе усилителя U, $h_\delta(\cdot)$ — импульсная реакция цепи обратной связи, $f(t)$ — внешнее воздействие.

Как известно из теории интегральных уравнений [1], уравнение (1) имеет единственное решение, которое может быть построено численно методом сжатых отображений, причем погрешность вычисления в этом методе определяется погрешностью вычисления интеграла свертки в уравнении (1).

Однако мгновенные значения переходного процесса $U(t)$ могут быть рассчитаны с меньшими затратами машинного времени методом «цифрового моделирования». Этот метод основан на последовательном вычислении мгновенных значений $U(t)$ в точках $t_i = i\Delta t$ некоторого отрезка времени $[0, t]$ непосредственно из уравнения (1). Так как для цепи с запаздыванием $h_\delta = (0) = 0$, уравнение (1) позволяет вычислить $U(t)$ в любой точке t_i на основании вычисленных ранее значений $U(t_j)$ $(j<i)$; причем, как легко видеть, в первой точке $t_1=0$ значение $U(0)$ определяется из следующего функционального уравнения:

$$F[U(0)] = f(0).$$

Погрешность вычисления мгновенного значения $U(t_i)$ в методе «цифрового моделирования» зависит от погрешностей вычисления предшествующих мгновенных значений и в общем случае имеет нарастающий характер при увеличении номера точки t_i; причем получение точной оценки погрешности довольно сложно. Практически необходимая величина шага Δt, обеспечивающего на отрезке $[0, t_0]$ заданную погрешность ε, в методе «цифрового моделирования» может быть определена путем сопоставления соответствующих мгновенных значений: $\widetilde{U}(t_i)$ — значений, рассчитанных с некоторой точностью ε_1 методом сжатых отображений, и $U(t_i)$ — значений, рассчитанных методом «цифрового моделирования», при условии, что

$$\varepsilon_1 + |\widetilde{U}(t_i) - U(t_i)| \leqslant \varepsilon.$$

Предлагаемым методом «цифрового моделирования» были рассчитаны переходные процессы в автоколебательной системе (АКС), описываемой уравнением (1), для случаев фазового и реального физического запаздывания сигнала в цепи обратной связи при следующей антисимметричной обратной нелинейности усилителя:

$$F[U] = -\mathrm{tg}(U/K_0), \quad \text{где } K_0 > 1.$$

В первом случае рассматривалась система с согласованной LC-цепочкой без потерь в цепи обратной связи, обладающей, как известно [2, 3], следующей импульсной реакцией:

$$h_\delta(t) = 2NJ_{2N}(t)/t, \tag{2}$$

где $J_{2N}(\cdot)$ — цилиндрическая функция Бесселя первого рода порядка $2N$, N — число звеньев цепочки, t — время, нормированное на частоту среза цепочки. Расчет переходных процессов подтверждает выводы работ [2, 3] о характере зависимости формы стационарных автоколебаний от вида начального воздействия $f(t)$ и параметров АКС: коэффициента усиления усилителя и числа звеньев N. На рисунке графики *а* и *б* изображают два переходных процесса в такой АКС, рассчитанных для начальных воздействий в виде прямоугольного импульса длительности $t_{\text{и}} = 2N$ и двух треугольных импульсов при коэффициенте передачи разомкнутой цепи АКС $K_{\text{об}}$, равном 1,5.

Импульсная реакция отрезка согласованного кабеля-устройства с реальным физическим запаздыванием сигнала с независящими от частоты погонными параметрами

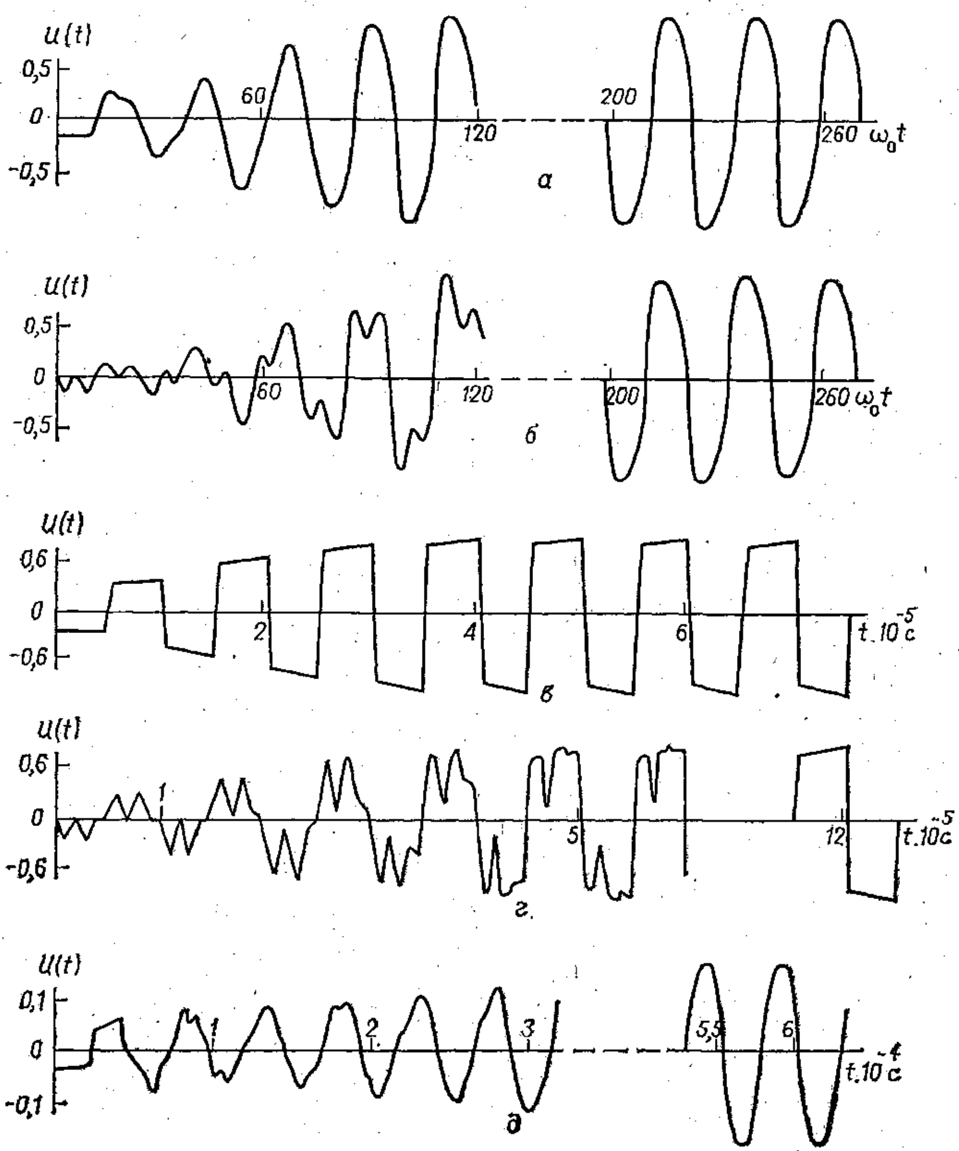
R, L, G, C (сопротивление, индуктивность, утечка, емкость), как известно [2], имеет следующий вид:

$$h_\delta(t) = e^{-\sigma\tau}\,\delta(t-\tau) + e^{-\sigma t}\,\frac{I_1\left(\beta\sqrt{t^2-\tau^2}\right)}{\sqrt{t^2-\tau^2}}\,1(t-\tau), \tag{3}$$

где $\tau = x/v$; x — длина отрезка кабеля, v — скорость распространения электромагнитной волны в кабеле, $\delta(\cdot)$ — импульсная функция Дирака, $I_1(\cdot)$ — цилиндрическая функция Бесселя первого рода мнимого аргумента первого порядка,

$$1(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } t < 0 \\ 1, & \text{если } t \geqslant 0. \end{cases}$$

Анализ (3) показывает, что если $K_0 < e^{\sigma\tau}$, тогда коэффициент передачи разомкнутой цепи $K_{об}$ превышает единицу только для частот $\omega < \omega_г$, где $\omega_г$ — частота, для которой $K_{об} = 1$. В этом случае уравнение (1) с импульсной реакцией (3) может отражать свойства реальных АКС. В противном случае, когда $K_0 > e^{\sigma\tau}$, $K_{об}$ превы-



Переходные процессы в АКС с фазовым (*а* и *б*) и реальным физическим запаздыванием (*в*, *г* и *д*) для начального воздействия в виде прямоугольного импульса или двух треугольных импульсов (*б* и *г*) при $K_{об} = 1{,}5$, для *д* $K_{об} = 1{,}15$

шает единицу для всех частот и уравнение (1) с импульсной реакцией (3) описывает некоторую гипотетическую АКС с бесконечной полосой пропускания частот.

Расчет показывает, что при $K_0 > e^{\sigma\tau}$ автоколебательный процесс имеет разрывной характер. Присутствие малой дисперсии запаздывания сигнала в цепи обратной связи, не ограничивая количество возможных режимов стационарной генерации, приводит к тому, что при малых амплитудах начального воздействия $f(t)$ всегда устанавливается один и тот же режим с преобладанием амплитуды основного тона из-за неодинаковой скорости нарастания амплитуд возбуждающихся в линейном режиме колебательных компонентов [2]. Графики *в* и *г* изображают два переходных процесса, рассчитанных в случае $K_0 > e^{\sigma\tau}$ при длине $x=1$ км отрезка кабеля РК 50-2-11 для начальных воздействий в виде прямоугольного импульса длительности $t_и=\tau$ и двух треугольных импульсов. График *д* изображает переходный процесс в случае $K_0 < e^{\sigma\tau}$, рассчитанный при $K_0=7{,}15$ и длине $x=4$ км отрезка кабеля РК50-2-11 для начального воздействия в виде прямоугольного импульса длительности $t_и=\tau$. Как следует из расчетов, из-за большой неравномерности коэффициента передачи отрезка кабеля для частот спектра автоколебаний, т. е. $(K_{об}(\omega)-1) \gg (K_{об}(3\omega)-1) > 0$, независимо от вида начального воздействия $f(t)$ всегда устанавливается автоколебательное движение, близкое к гармоническому частоты $\omega \lessapprox \pi/\tau$.

Сопоставление переходных процессов показывает, что характерные времена установления автоколебаний в АКС с фазовым и АКС с реальным физическим запаздыванием для равных значений $K_{об}$ имеют один порядок. Различия в форме переходных процессов обусловлены не видом запаздывания, а величиной дисперсии запаздывания и наличием или отсутствием четко выраженной частоты среза цепи обратной связи.

Физический смысл эквивалентности фазового и реального физического запаздывания сигнала в АКС заключается в том, что фазовое запаздывание сигнала, например, в LC-цепочке, связано с конечной скоростью распространения полной энергии импульса. Действительно, при наличии частоты среза ω_0 основная энергия импульса переносится частотами $\omega < \omega_0$, тогда, пренебрегая энергией частот $\omega > \omega_0$, что означает пренебрежение величиной импульсной реакции $h_\delta(t)$ для $t \ll 2N$, приходим к некоторому эквивалентному реальному физическому запаздыванию сигнала.

Таким образом, в ряде случаев при изучении основных качественных закономерностей в системах автоматического регулирования с запаздыванием сигнала, запаздывание может быть представлено в наиболее простой с точки зрения математического аппарата форме фазового или реального физического запаздывания. Переходный процесс может быть рассчитан с небольшими затратами машинного времени методом «цифрового моделирования».

ЛИТЕРАТУРА

1. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. М., 1970.
2. Азьян Ю. М., Мигулин В. В. «Радиотехника и электроника», 1956, 1, 4.
3. Азьян Ю. М., Снигирев О. В., Мкртумов А. С. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1972, 13, № 1.

Поступила в редакцию
15.6 1976 г.

Кафедра
физики колебаний

УДК 536.7;519.25

Л. С. Кузьменков
П. А. Поляков

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ И ПРЕОБРАЗОВАНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ В КОВАРИАНТНОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Закон преобразования температуры в релятивистской термодинамике при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой явился предметом длительной дискуссии. Полученные Планком и Лауэ [1, 2] формулы подвергались критике и пересмотру Оттом [3], Киблом [4], Мёллером [5]. В защиту результата Планка выступил Луи де Бройль [6].

Статистическое определение релятивистской температуры дано в работе [7]. Однако это определение при малых скоростях частиц не совпадает с нерелятивистским. Кроме того, температура является параметром равновесных статистических распределений и, поэтому, выражение температуры через статистические средние должно удовлетворяться тождественно для равновесных распределений.