шает единицу для всех частот и уравнение (1) с импульсной реакцией (3) описывает некоторую гипотетическую АКС с бесконечной полосой пропускания частот.

Расчет показывает, что при $K_0>e^{\sigma\tau}$ автоколебательный процесс имеет разрывной характер. Присутствие малой дисперсии запаздывания сигнала в цепи обратной связи, не ограничивая количество возможных режимов стационарной генерации, приводит к тому, что при малых амплитудах начального воздействия $f(t)$ всегда устанавливается один и тот же режим с преобладанием амплитуды основного тона из-за неодинаковой скорости нарастания амплитуд возбуждающихся в линейном режиме колебательных компонентов [2]. Графики *в* и *г* изображают два переходных процесса, рассчитанных в случае $K_0>e^{\sigma\tau}$ при длине $x=1$ км отрезка кабеля РК 50-2-11 для начальных воздействий в виде прямоугольного импульса длительности $t_и=\tau$ и двух треугольных импульсов. График *д* изображает переходный процесс в случае $K_0<e^{\sigma\tau}$, рассчитанный при $K_0=7{,}15$ и длине $x=4$ км отрезка кабеля РК50-2-11 для начального воздействия в виде прямоугольного импульса длительности $t_и=\tau$. Как следует из расчетов, из-за большой неравномерности коэффициента передачи отрезка кабеля для частот спектра автоколебаний, т. е. $(K_{об}(\omega)-1)\gg(K_{об}(3\omega)-1)>0$, независимо от вида начального воздействия $f(t)$ всегда устанавливается автоколебательное движение, близкое к гармоническому частоты $\omega\lessapprox\pi/\tau$.

Сопоставление переходных процессов показывает, что характерные времена установления автоколебаний в АКС с фазовым и АКС с реальным физическим запаздыванием для равных значений $K_{об}$ имеют один порядок. Различия в форме переходных процессов обусловлены не видом запаздывания, а величиной дисперсии запаздывания и наличием или отсутствием четко выраженной частоты среза цепи обратной связи.

Физический смысл эквивалентности фазового и реального физического запаздывания сигнала в АКС заключается в том, что фазовое запаздывание сигнала, например, в LC-цепочке, связано с конечной скоростью распространения полной энергии импульса. Действительно, при наличии частоты среза ω_0 основная энергия импульса переносится частотами $\omega<\omega_0$, тогда, пренебрегая энергией частот $\omega>\omega_0$, что означает пренебрежение величиной импульсной реакции $h_\delta(t)$ для $t\ll 2N$, приходим к некоторому эквивалентному реальному физическому запаздыванию сигнала.

Таким образом, в ряде случаев при изучении основных качественных закономерностей в системах автоматического регулирования с запаздыванием сигнала, запаздывание может быть представлено в наиболее простой с точки зрения математического аппарата форме фазового или реального физического запаздывания. Переходный процесс может быть рассчитан с небольшими затратами машинного времени методом «цифрового моделирования».

ЛИТЕРАТУРА

1. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. М., 1970.
2. Азьян Ю. М., Мигулин В. В. «Радиотехника и электроника», 1956, 1, 4.
3. Азьян Ю. М., Снигирев О. В., Мкртумов А. С. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1972, 13, № 1.

Поступила в редакцию
15.6 1976 г.
Кафедра
физики колебаний

УДК 536.7;519.25

Л. С. Кузьменков
П. А. Поляков

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ И ПРЕОБРАЗОВАНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ В КОВАРИАНТНОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Закон преобразования температуры в релятивистской термодинамике при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой явился предметом длительной дискуссии. Полученные Планком и Лауэ [1, 2] формулы подвергались критике и пересмотру Оттом [3], Киблом [4], Мёллером [5]. В защиту результата Планка выступил Луи де Бройль [6].

Статистическое определение релятивистской температуры дано в работе [7]. Однако это определение при малых скоростях частиц не совпадает с нерелятивистским. Кроме того, температура является параметром равновесных статистических распределений и, поэтому, выражение температуры через статистические средние должно удовлетворяться тождественно для равновесных распределений.

Правильный нерелятивистский предел имеет формула

$$\Theta = -\frac{mc}{3}\langle u_k(v^k - \langle v^k\rangle)\rangle = -\frac{mc^2}{3}\langle (u_k - \langle u_k\rangle) v^k\rangle, \tag{1}$$

в которой u_α, $v^\alpha = \dot{x}^\alpha = dx^\alpha/dt$ соответственно 4 — вектор и 3 — вектор скорости частиц, а операция усреднения определена по правилу [8]

$$\langle \ldots \rangle = \int \langle \ldots \rangle\, p^0 f(x,\, p)\, d\,\Omega \Big/ \int p^0 f(x,\, p)\, d\,\Omega. \tag{2}$$

Здесь $d\Omega$ — инвариантный объем интегрирования в пространстве импульсов p_α. В римановой геометрии

$$d\,\Omega = dp_1 dp_2 dp_3/p^0\sqrt{-g}.$$

Рассмотрим в качестве $f(x,\, p)$ релятивистское распределение Оорта [9], допускающее твердотельное вращение системы гравитирующих частиц:

$$f(x,\, p) = A \exp\left[\frac{1}{\lambda}\left(\sqrt{p^2\Lambda^2 + m^2\Lambda^4} + \omega p_\varphi\right)\right], \tag{3}$$

где A, λ, ω — постоянные, $\Lambda^2 = c^2 + U$, U — гравитационный потенциал.

Согласно (2) будем иметь

$$\langle p_2\dot{r}\rangle = \langle p_z\dot{z}\rangle = \lambda, \tag{4}$$

$$\langle p_\varphi\rangle = \frac{r^2\omega^2\lambda}{\Lambda^2\left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{\Lambda^2}\right)}\left(3 + \frac{m\Lambda^2\sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{\Lambda^2}}}{\lambda}\,\frac{K_1}{K_2} + \frac{\Lambda^2}{r^2\omega^2}\right), \tag{5}$$

$$\langle p_\varphi\rangle = \frac{r^2\omega^2\lambda}{\Lambda^2\left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{\Lambda^2}\right)}\left(4 + \frac{m\Lambda^2\sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{\Lambda^2}}}{\lambda}\,\frac{K_1}{K_2}\right), \tag{6}$$

$$\langle\dot{\varphi}\rangle = \omega, \tag{7}$$

где $K_{1,2} = K_{1,2}\left(\frac{m\Lambda^2\sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{\Lambda^2}}}{\lambda}\right)$ — функция Макдональда. Подставляя полученные значения для статистических средних в определение (1), которое для рассматриваемого случая можно представить в виде

$$\Theta = \frac{1}{3}\langle (p_\varphi - \langle p_\varphi\rangle)\dot{\varphi} + p_r\dot{r} + p_z\dot{z}\rangle, \tag{8}$$

находим, что $-\Theta = \lambda$. Этот результат полностью согласуется с нерелятивистской статистикой.

С помощью непосредственных вычислений нетрудно убедиться, что формула (1) обращается в тождество для релятивистского распределения Максвелла—Больцмана в инерциальной системе отсчета

$$f(x,\, p) = A \exp\left\{\frac{-1}{\Theta}\sqrt{p^2\Lambda^2 + m^2\Lambda^4}\right\}, \tag{9}$$

а также для распределения Максвелла—Больцмана во вращающейся с постоянной угловой скоростью ω сопутствующей системе отсчета:

$$f(x,\, p) = A \exp\left\{-\frac{c}{\Theta}\left[-g^{02}p_2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sqrt{(g^{02}g^{02} - g^{00}g^{22})\,p_2^2 - g^{00}g^{11}p_1^2 - g^{00}g^{33}p_3^2 + g^{00}m^2c^2}\;/g^{00}\right]\right\}, \tag{10}$$

где метрические коэффициенты согласно работе [10] равны:

$$\sqrt{g_{00}} = \Lambda'^2/c^2,\quad g_{km}/\sqrt{g_{00}} = -b_{km},\quad g_{02}/\sqrt{g_{00}} = -\omega r^2/c.$$

Здесь $\Lambda'^2 = c^2 + U - \frac{\omega^2 r^2}{2}$, b_{km} — метрический тензор евклидова пространства в цилиндрических координатах, U — потенциал гравитационного поля.

Рассмотрим статистическую систему гравитирующих частиц (3) в сопутствующей системе отсчета. Нетрудно показать, что в этом случае функция распределения частиц будет иметь вид (10).

Согласно [8] плотности числа частиц n и n' в инерциальной S и сопутствующей S' системах связаны формулами преобразования:

$$n \sqrt{g_{\alpha\beta} \langle v^\alpha \rangle \langle v^\beta \rangle} = n' \sqrt{g'_{\alpha\beta} \langle v^\alpha \rangle' \langle v^\beta \rangle'} = Inv. \tag{11}$$

По определению $n = \int p^0 f(x, p)\, d\Omega$. Поэтому

$$n = \frac{4\pi A m^2 c^5 \Theta}{\Lambda^4 \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{\Lambda^2}\right)} K_2 \left(\frac{m\Lambda^2}{\Theta} \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{\Lambda^2}}\right), \tag{12}$$

$$n' = \frac{4\pi A m^2 c^2 \Theta'}{\Lambda'^2} K_2 \left(\frac{mc\Lambda'}{\Theta'}\right). \tag{13}$$

Подстановка (12) и (13) в инвариантное равенство (11) приводит к результату

$$\Theta/\Lambda^2 \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r^2}{\Lambda^2}} = \Theta'/\Lambda'^2. \tag{14}$$

Формула (14) дает закон преобразования температуры при переходе от системы S' к системе S.

Как следует из работы [8], величина $\tau^0/u^0 = Inv$, где τ^α — 4-вектор гидродинамической скорости. Учитывая это, легко убедиться, что $\tau^0\Theta = Inv$. Последнее равенство дает закон преобразования температуры в общем случае:

$$\Theta / \sqrt{g_{\alpha\beta} \langle v^\alpha \rangle \langle v^\beta \rangle} = \Theta' \sqrt{g'_{\alpha\beta} \langle v^\alpha \rangle' \langle v^\beta \rangle'}. \tag{15}$$

Формула (14) является частным случаем соотношения (15).

В специальной теории относительности равенство (15) принимает вид

$$\Theta / \sqrt{1 - \frac{\langle v \rangle^2}{c^2}} = \Theta' \sqrt{1 - \frac{\langle v \rangle'^2}{c^2}} = \Theta_0.$$

Этот результат совпадает с законом преобразования температуры, установленным Планком и Лауэ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Plank M. «Ann. d. Phys.», 1971, 76, 1908.
2. Laue M. Die Relativitättheorie, 3 rd. ed. Braunschweig, 1952.
3. Ott H. «Zt. f. Phys.», 1963, 175, 70.
4. Kibble T. W. B. «Nuovo Cimento», 1966, 41B, 72.
5. Müller C. Bernardini Festschrift ed by G. Popi. Akad. Press. p. 202, 1968.
6. Loui de Broglie. «C. R. Acad. Sci. Paris», Serie B, 1967, N 10.
7. Мычелкин Э. Г. «Вестн. АН КазССР», 1971, № 4, 51—53.
8. Кузьменков Л. С. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1973, 14, № 4.
9. Кузьменков Л. С., «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1975, 16, № 2.
10. Кузьменков Л. С. «Изв. вузов. Физика», 1975, № 5.

Поступила в редакцию
25.6 1976 г.
Кафедра
теоретической физики

УДК 548 : 534

Г. С. Грачев
К. К. Ермилин
В. Е. Лямов

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

Ранее [1] электродинамический метод приема акустических волн применялся для абсолютных измерений параметров ультразвуковых полей. Отмечалось, что наряду с простотой и надежностью измерений электродинамический приемник является идеально