5. Хргиан А. Х., Березин В. М. «Метеорология и гидрология», 1973, № 4.
6. Conrath B. J., Hanel R. A., Kunde Y. G., Prabhakara C. «The infrared interferometer experiment on „Nimbus—3" Goddard space flight center. Maryland», 1970.
7. Tucker G. B. «Quart. J. Roy. met. Soc.», 1959, 85, No 365.
8. Гутерман И. Г. Распределение ветра над северным полушарием. Л., 1965.

Поступила в редакцию
11.6 1975 г.
Кафедра
физики атмосферы

УДК 533.72/536.75

Е. В. Ступоченко

О КИНЕТИКЕ И ТЕРМОДИНАМИКЕ СМЕСИ ТЯЖЕЛОГО И ЛЕГКОГО ГАЗОВ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ (КВАЗИ)СТАЦИОНАРНОЙ ФУНКЦИЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОДНОГО ИЗ КОМПОНЕНТОВ

В работе [1] введено обобщение свободной энергии для тяжелого компонента (R-компонента) релеевского газа при произвольном (изотропном) распределении по скоростям легких частиц L-компонента, играющего роль «термостата», статистическое равновесие которого существенно нарушено воздействием внешних факторов (например, источников легких частиц). Возможность такого обобщения связана с существованием эффективной температуры T^* в случае существенно неравновесного «термостата». Как показано в [2], стационарным распределением R-частиц релеевского газа при произвольном распределении легких частиц является (в диффузионном приближении) максвелловское распределение с некоторой температурой T^*, не совпадающей с газокинетической температурой L-частиц. T^* определяется функцией распределения L-частиц и законом взаимодействия R- и L-частицы.

Плотность φ^* обобщенной свободной энергии R-компонента определяется как

$$\varphi^* = \rho u - T^* \rho s, \tag{1}$$

где u—энергия единицы массы R-компонента, s—ее энтропия—термодинамическая при максвелловском распределении R-частиц и газокинетическая в общем случае, ρ — плотность R-компонента. Из фоккер-планковского приближения для газокинетического уравнения вытекает [1], что в процессе установления стационарного состояния R-системы

$$\frac{d\varphi^*}{dt} \leqslant 0. \tag{2}$$

В релеевском газе R-частицы составляют небольшую примесь и при исследовании кинетики можно пренебречь $(R—R)$-столкновениями.

В настоящей статье рассматривается обобщение свободной энергии для R-системы в том случае, когда концентрации R- и L-частиц есть величины одного порядка при произвольной (изотропной) функции распределения L-частиц.

Прежде всего отметим, что в этом случае при исследовании кинетики R-системы L-система может рассматриваться как неравновесный термостат с тем же основанием, что и в случае релеевского газа. Парадоксальность ситуации (числа частиц «термостата» и «термостатируемой системы» — величины одного порядка!) разъясняется двумя обстоятельствами: а) совокупность L-частиц либо является открытой системой, возмущаемой источниками (положительными и отрицательными) L-частиц, либо возмущается другими внешними воздействиями, механизм которых достаточно эффективен; «достаточная эффективность» означает, что совместное влияние этих возмущений и $(L—L)$-столкновений приводит к существенно немаксвелловскому распределению L-частиц (стационарному или квазистационарному); б) в силу большого различия масс R- и L-частицы возмущающее влияние $(R—L)$-столкновений на установившееся распределение L-частиц пренебрежимо мало.

Действительно, газокинетические уравнения для плотностей $f(E, t)$ и $f^{(L)}(\varepsilon, t)$ распределения R- и L-частиц в пространствах их энергий E и ε соответственно имеют вид

$$\frac{\partial f(E, t)}{\partial t} = I_{RR}(f, f) + J_{RL}(f, f^{(L)}), \tag{3}$$

$$\frac{\partial f^{(L)}(\varepsilon,\ t)}{\partial t} = J_{LL}(f^{(L)},\ f) + A(f^{(L)}) + J_{LR}(f^{(L)},\ f), \tag{4}$$

где выражения J_{ik} в правых частях уравнений описывают изменения распределений за счет $(i—k)$-столкновений, $A(f^{(L)})$ учитывает влияние внешних воздействий на $f^{(L)}$ систему.

Члены J_{LL} и $A(f^{(L)})$ в правой части (4) — величины одного порядка, так как (квази) стационарное распределение L-частиц в отсутствие R-частиц предполагается существенно немаксвелловским; член J_{LR} вносит в распределение L-частиц поправку порядка отношения $\frac{m}{M}$ (m и M массы L- и R-частицы соответственно), таков же порядок относительной величины соответствующей поправки в выражении J_{RL} в правой части (3). Но именно с точностью до величин порядка $\frac{m}{M}$ осуществляется переход от газокинетического интеграла столкновений $J_{RL}(f,\ f^{(L)})$ в (3) к фоккер-планковскому оператору $D(f)$ [2].

Поэтому при описании кинетики R-системы с помощью уравнения

$$\frac{\partial f(E,\ t)}{\partial t} = J_{RR}(f,\ f) + D(f), \tag{5}$$

L-система играет роль «неравновесного термостата», т. е. системы, практически невозмущаемой $(R—L)$-столкновениями.

В уравнении (5) [2]

$$D(f) \equiv -\frac{\partial}{\partial E}\left\{(aE + 3/2b)f - \frac{\partial}{\partial E}(bEf)\right\}, \tag{6}$$

$$a = 4/3\,\frac{m}{M}\iiint \frac{\partial F(g)}{\partial g}\,4\pi g^4 \sin^2\frac{\chi}{2}\,b\,db\,d\varepsilon\,dg, \tag{7}$$

$$b = 4/3\,M\left(\frac{m}{M}\right)^2\iiint F(g)\,4\pi g^5 \sin^2\frac{\chi}{2}\,b\,db\,d\varepsilon\,dg, \tag{7'}$$

$F(c_2) \equiv F(\mathbf{c}_2)$ — функция распределения L-частиц в пространстве их скоростей $\mathbf{c}_2$, нормированная на число L-частиц в единице объема; b и ε в подъынтегральных выражениях — прицельное расстояние и угловой параметр $(L—R)$-столкновения, χ — угол отклонения относительной скорости частиц в результате столкновения.

Уравнение (5) отличается от рассмотренного в [2] уравнения для релеевского газа членом J_{RR}, равным нулю при максвелловском распределении R-частиц. Поэтому стационарным решением (5), как и в случае релеевского газа, является максвелловское распределение с температурой T^*, определяемой соотношением

$$kT^* = -\frac{b}{a}\,(a < 0). \tag{8}$$

Это позволяет определить плотность φ^* обобщенной свободной энергии R-компонента в рассматриваемом случае соотношением (1), где

$$\rho u = \int_0^\infty Ef(E,\ t)\,dE \quad \text{и} \quad \rho s = -k\int_0^\infty f(E,\ t)\left\{\ln\frac{f(E,\ t)}{\sqrt{E}} + \text{const}\right\}dE.$$

Очевидно, как и для релеевского газа [2], одним из решений уравнения (5) является максвелловское распределение $f_{\text{м}} \sim \frac{\sqrt{E}}{(kT)^{3/2}}\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$, где T меняется по уравнению $\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau_0}(T - T^*)$, $\tau_0 = -\frac{1}{a}$, и для уничтожения обобщенной свободной энергии φ^* остается справедливым выражение [1]

$$\frac{d\varphi^*}{dt} = -3/2nk\,\frac{1}{\tau_0}\,\frac{(T - T^*)^2}{T} \leqslant 0. \tag{9}$$

В общем случае немаксвелловского начального распределения R-частиц имеем

$$\frac{d\varphi^*}{dt} = \Delta_{RR}(\varphi^*) + \Delta_{RL}(\varphi^*), \tag{10}$$

где $\Delta_{RR}(\varphi^*)$ и $\Delta_{RL}(\varphi^*)$ учитывают вклады $(R-R)$ = и $(R-L)$-столкновений, соответственно.

$$\Delta_{RR}(\varphi^*) = \Delta_{RR}(\rho u) - T^* \Delta_{RR}(\rho s). \tag{11}$$

Первый член в правой части (11) равен нулю, так как плотность числа R-частиц и их энергия являются сумматорными инвариантами $(R—R)$-столкновений; второй член $\Delta_{RR}(\rho s) \geqslant 0$ в силу H-теоремы. Поэтому

$$\Delta_{RR}(\varphi^*) \leqslant 0. \tag{12}$$

Используя в (11) фоккер-планковское приближение для $\Delta_{RL}(f) \equiv J_{RL}(f, f^{(L)})$, можно, согласно [1], второй член в правой части (11) преобразовать к виду

$$\Delta_{RL}(\varphi^*) = -3/2nk \frac{1}{\tau_0} \frac{(T-T^*)^2}{T} - kT^* \int_0^\infty bE \frac{f_M}{\psi} \left(\frac{\partial\psi}{\partial E}\right)^2 dE, \tag{13}$$

где $\psi(E, t)$ определяется соотношением $f(E, t) = f_м(E, t)\psi(E, t)$ и условиями нормировки максвелловского распределения $f_м(E, t)$:

$$\rho u = \int_0^\infty E f_м dE, \quad n = \int_0^\infty f_м dE.$$

Подставляя в правую часть уравнения (10) результаты (12) и (13), получаем выражение, определяющее уничтожение обобщенной свободной энергии R-компонента в процессе установления стационарного состояния: $\dfrac{d\varphi^*}{dt} \leqslant 0$.

Отметим очевидное существенное различие характерных времен процессов, соответствующих первому и второму членам в правой части (10) $\left(\text{их отношение порядка } \sqrt{\dfrac{m}{M}}\right)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ступоченко Е. В. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1976, 17, № 2, 233.
2. Ступоченко Е. В. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1974, 15, № 2, 246.

Поступила в редакцию
11.11 1976 г.
Кафедра
молекулярной физики и механики