УДК 512.98+621.372.061

В. И. Шестаков

ОБ ОДНОМ УНИВЕРСАЛЬНОМ МЕТОДЕ СИМВОЛИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КАСКАДНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ДВУХПРОВОДНЫХ ЦЕПЕЙ

Обычные матричные методы оказываются непригодными, как было показано в [1], для символического представления каскадных соединений 2—Р-цепей (четырехполюсников), когда хотя бы одна из их ветвей имеет импеданс ∞ Ом. В данной статье развивается предложенный ранее метод представления каскадных соединений двухпроводных (2-проводных) цепей, обозначаемых парами (Z_m, Z_n) и $<Z_m, Z_n>$ импедансов Z_m и Z_n (m, n=0,1,2, ...) их ветвей, и показывается, что он пригоден при любых значениях этих импедансов, как конечных, так и бесконечных.

1. 2—P-цепь полностью определяется заданием импедансов Z_{10}, $Z_{11'}$, $Z_{10'}$, $Z_{01'}$, $Z_{00'}$, $Z_{1'0'}$ соответствующих ветвей между ее полюсами — входными 1 и 0 и выходными 1′ и 0′. Кортеж (Z_{10}, $Z_{11'}$, $Z_{10'}$, $Z_{01'}$, $Z_{00'}$, $Z_{1'0'}$) этих импедансов можно поэтому считать символом самой 2—P-цепи (рис. 1, a). Задавая членам этого кортежа конкретные значения, мы получим символ некоторой конкретной 2—P-цепи. В частности, при

$$Z_{10}=Z_{10'}=Z_{01'}=Z_{1'0'}=\infty \text{ Ом}, \; Z_{11'}=Z_1 \text{ и } Z_{00}=Z_0$$

получим кортеж (∞, Z_1, ∞, ∞, Z_0, ∞), а при

$$Z_{10}=Z_{11'}=Z_{00'}=Z_{1'0'}=\infty \text{ Ом}, \; Z_{10'}=Z_1 \text{ и } Z_{01'}=Z_0$$

— кортеж (∞, ∞, Z_1, Z_0, ∞, ∞).

В обозначениях кортежей импедансов мы будем всюду писать ∞ вместо ∞ Ом, т. е. будем опускать наименование единицы импеданса.

Эти кортежи могут служить символами двухпроводных цепей, изображенных на рис. 1, $б$ и 1, $в$ соответственно. Однако, как и прежде [1], мы будем обозначать их более простыми символами (Z_1, Z_0) и $<Z_1, Z_0>$, которые определим формулами

$$(Z_1, Z_0) \underset{D}{=} (\infty, Z_1, \infty, \infty, Z_0, \infty),$$
$$\langle Z_1, Z_0\rangle \underset{D}{=} (\infty, \infty, Z_1, Z_0, \infty, \infty), \tag{D1}$$

где знак $\underset{D}{=}$ читается: «равно по определению».

Определение символов (Z_1, Z_0) и $<Z_1, Z_0>$ посредством формул (D1) имеет то преимущество по сравнению с прежним их определением, что становится излишним прежнее определение [1] равенств $(Z_1, Z_0)=(Z_3, Z_4)$ и $<Z_1, Z_0>=<Z_3, Z_4>$, ибо теперь эти равенства оказываются лишь следствиями определения равенства кортежей — понятия весьма общего и обычного в современной математике. Кроме того и равенство

$$\langle\infty, \infty\rangle = (\infty, \infty) \tag{1}$$

является теперь лишь следствием определения ($D1$), а не равенством по определению, как прежде [1].

Как видно из формул ($D1$), $\langle Z_1, Z_2\rangle \neq (Z_1, Z_2)$ всегда, кроме случая, когда $Z_1=Z_2=\infty$ Ом.

2-проводные цепи, изображенные на рис. 1, *б* и 1, *в*, будем называть *прямой* и соответственно *скрещенной 2-проводной цепью*, а символы (Z_1, Z_0) и $\langle Z_1, Z_0\rangle$ — их *импедансными символами*. Цепи, обозначенные символами (Z_1, Z_0) и $\langle Z_1, Z_0\rangle$, будем называть краткости

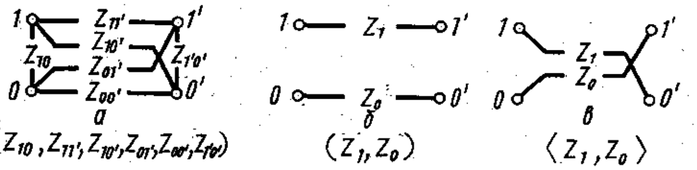

Рис. 1

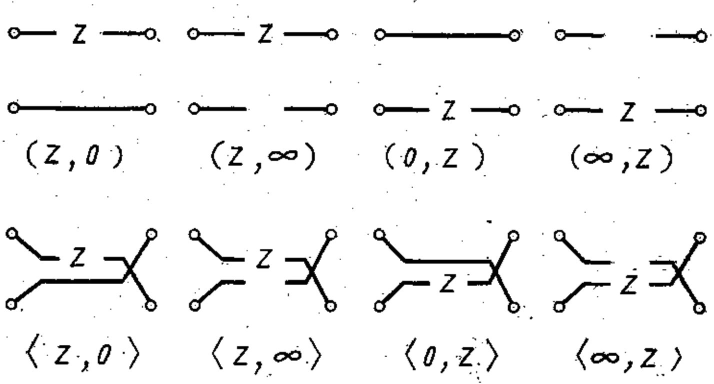

Рис. 2

ради *цепями* (Z_1, Z_0) и $\langle Z_1, Z_0\rangle$. В общем случае, когда речь идет о любой из этих цепей, 2-проводную цепь будем обозначать символом $|Z_1, Z_0|$, который означает либо цепь (Z_1, Z_0), либо цепь $\langle Z_1, Z_0\rangle$.

2. 1—P-цепь (двухполюсник), импеданс которой равен 0 или ∞ Ом, называется [1] *вырожденной* и обозначается строчной буквой z. Цепь $|Z_1, Z_0|$, одна из ветвей которой является вырожденной 1—P-цепью, назовем *частично вырожденной 2-проводной цепью*. Существует, очевидно, 8 различных типов частично вырожденной цепи:

$$(Z, 0),\ (Z, \infty),\ (0, Z),\ (\infty, Z),\ \langle Z, \infty\rangle,\ \langle Z, 0\rangle,\ \langle \infty, Z\rangle,\ \langle 0, Z\rangle,$$

где Z — любая 1—P-цепь (рис. 2).

Цепь $|z_1, z_0|$, обе ветви которой являются вырожденными 1—P-цепями z_1 и z_0, назовем *вырожденной 2-проводной цепью*. В силу равенства (1) существует только 7 различных типов вырожденной цепи $|z_1, z_0|$: $(0, 0)$, $(\infty, 0)$ $(0, \infty)$, $(\infty, \infty)=\langle\infty, \infty\rangle$, $\langle\infty, 0\rangle$, $\langle 0, \infty\rangle$, $\langle 0, 0\rangle$ (рис. 3). Символы (∞, ∞) и $\langle\infty, \infty\rangle$, обозначающие одну и ту же цепь — *пустой четырехполюсник* [1], впредь будем всюду заменять буквой ω. Аналогично и символы $(0, 0)$ и $\langle 0, 0\rangle$ в дальнейшем будем заменять соответственно более компактными символами $\mathbf{0}$ и $\mathbf{0}^\times$.

Каждую переменную, принимающую m ($m \geqslant 2$) из семи значений $\mathbf{0}$, $\langle\infty, 0\rangle$, $(0, \infty)$, ω, $\langle\infty, 0\rangle$, $\langle 0, \infty\rangle$, $\mathbf{0}^\times$, можно считать символами некоторого *m-позиционного 2-проводного переключателя*. Например, переменные k и τ с областями значений $\{\mathbf{0}, \mathbf{0}^\times\}$ и $\{\mathbf{0}, \omega\}$ можно считать символами *двухпозиционного коммутатора* и соответственно *тумблера* (или *2-проводного переключателя*). При такой интерпретации переменных k и τ равенства $\kappa=0$ и $\kappa=0^{\times}$ означают, что *знаки напряжения на входе и на выходе коммутатора* κ *одинаковы* и соответственно *противоположны*, а равенства $\tau=0$ и $\tau=\omega$ — что *тумблер* τ *замкнут* и соответственно что он *разомкнут*.

Наиболее известным примером 3-позиционного 2-проводного переключателя является *3-позиционный коммутатор*. Его символом мы можем считать переменную k с областью значений $\{0, 0^{\times}, \omega\}$. Равенство $k=\omega$ означает, что *коммутатор* k *находится в нейтральной позиции*, в которой он размыкает содержащую его 2-проводную цепь.

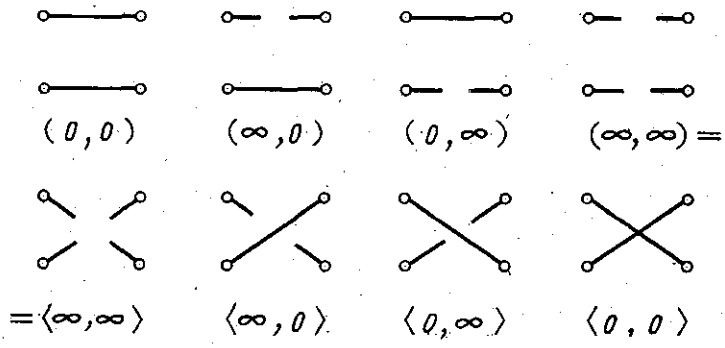

Рис. 3

Символы $|z, Z_0|$ и $|Z_1, z|$, где z — *вырожденная переменная*, т. е. переменная с областью значений $\{0, \infty\}$, можно применять в качестве обозначений частично вырожденных 2-проводных цепей, в одной из ветвей которых содержится: обычный выключатель, кнопка электрического замка, телеграфный ключ, замыкающий или размыкающий контакт какого-либо реле или вообще любая 1—P-цепь, построенная любым способом из контактов любых реле и однопроводных переключателей.

Следует заметить, что импеданс, не являющийся в общем случае вырожденным, может оказаться таковым при некоторых частотах напряжения, приложенного к 1—P-цепи, обладающей этим импедансом. Например, $Z=R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)=\infty$ Ом при $\omega=0$ *рад/с*, хотя в общем случае этот импеданс не является вырожденным. Аналогично импеданс $Z=(j\omega C+1/j\omega L)^{-1}$ 1—P-цепи, образованной параллельным соединением соленоида с индуктивностью L с конденсатором, имеющим емкость C, принимает значение ∞ Ом при $\omega=\omega_0=1/\sqrt{LC}$.

Вырождение импеданса лишь при некоторых частотах приложенного к 1—P-цепи напряжения назовем *частотным вырождением импеданса*, в отличие от ранее рассматривавшегося вырождения импеданса из-за вырождения параметров R, C и L, которое назовем его *параметрическим вырождением*. В общем случае 2-проводная цепь может оказаться частично вырожденной как из-за параметрического, так и из-за частотного вырождения одной из ее ветвей. Но какова бы ни была причина вырождения ветвей 2-проводной цепи, эта цепь в любом случае может быть представлена символом $|Z_1, Z_0|$, т. е. одним из двух импедансных символов: (Z_1, Z_0) или $\langle Z_1, Z_0\rangle$. Матричные же представления цепей, обозначаемых нами символами (Z, ∞), (∞, Z), $\langle\infty, Z\rangle$, $\langle Z, \infty\rangle$ оказываются, как показано ранее [1], невозможными.

3. *Каскадное соединение цепей* $|Z_1, Z_0|$ и $|Z_3, Z_2|$ обозначим символом $|Z_1, Z_0|\oplus|Z_3, Z_2|$, определяемым следующими формулами:

$$(Z_1, Z_0)\oplus(Z_3, Z_2)\underset{D}{=}(Z_1+Z_3,\ Z_0+Z_2), \qquad (D2a)$$

$$\langle Z_1, Z_0\rangle \oplus \langle Z_3, Z_2\rangle \underset{D}{=} (Z_1 + Z_2,\ Z_0 + Z_3), \qquad (D2б)$$

$$\langle Z_1, Z_0\rangle \oplus (Z_3, Z_2) \underset{D}{=} \langle Z_1 + Z_2,\ Z_0 + Z_3\rangle, \qquad (D2в)$$

$$(Z_1, Z_0) \oplus \langle Z_3, Z_2\rangle \underset{D}{=} \langle Z_1 + Z_3,\ Z_0 + Z_2\rangle \qquad (D2г)$$

(см. рис. 4). Эти формулы отличаются от прежних [1] определений (15), (18), (19) и (20) тем, что вместо знака «+» для обозначения каскадного соединения 2-проводных цепей используется теперь специальный знак «$\oplus$».

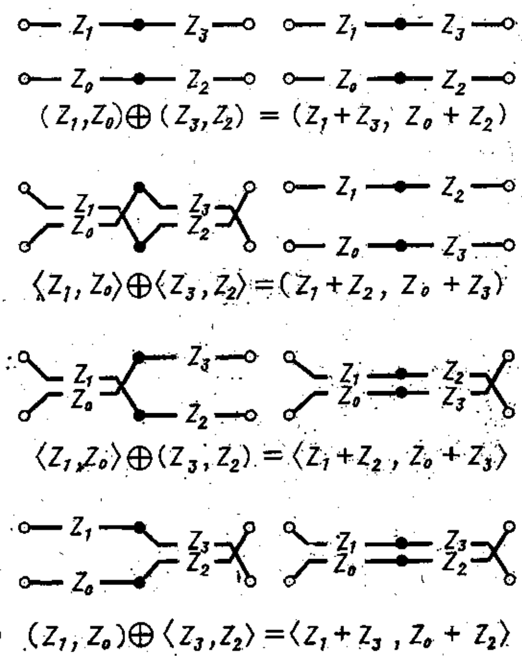

Рис. 4

Использование специального знака позволяет заменить выражение «операция каскадного соединения 2-проводных цепей» более кратким выражением — «операция $\oplus$».

В целях еще большего сокращения текста условимся в дальнейшем символы $|Z_1, Z_0|$, $|Z_3, Z_2|$, ..., $|Z_{2i+1}, Z_{2i}|$ заменять буквой ζ (дзета) с натуральными индексами: $\zeta_0, \zeta_1, \ldots$ ..., ζ_i, т. е. условимся, что

$$\zeta_i \underset{D}{=} |Z_{2i+1},\ Z_{2i}| \qquad (D3)$$

для всякого $i=0, 1, \ldots$. Иначе говоря, ζ_i означает переменную, могущую принимать лишь два значения: (Z_{2i+1}, Z_{2i}) или $\langle Z_{2i+1}, Z_{2i}\rangle$. Нулевой индекс мы будем часто опускать, т. е. вместо ζ_0 будем часто применять букву ζ без всякого индекса. Так как переменные $\zeta, \zeta_1, \zeta_2, \ldots$ используются здесь для обозначения *только 2-проводных цепей*, то эти переменные мы будем называть в дальнейшем *цепями* $\zeta, \zeta_1, \zeta_2, \ldots$.

Операция $\oplus$, как видно из формул ($D2$), *некоммутативна*, т. е. в общем случае $\zeta_1 \oplus \zeta_2 \neq \zeta_2 \oplus \zeta_1$. Но эта операция *ассоциативна*, т. е. равенство

$$(\zeta \oplus \zeta_1) \oplus \zeta_2 = \zeta \oplus (\zeta_1 \oplus \zeta_2) \qquad (2)$$

верно *при любых значениях* ζ, ζ_1 и ζ_2.

То, что это равенство верно при $\zeta = (Z_1, Z_0)$, $\zeta_1 = (Z_3, Z_2)$, $\zeta_2 = (Z_5, Z_4)$, следует из ($D2а$) и ассоциативности сложения. Проверим, что равенство (2) справедливо при $\zeta = \langle Z_1, Z_0\rangle$, $\zeta_1 = \langle Z_3, Z_2\rangle$, $\zeta_2 = \langle Z_5, Z_4\rangle$.

Действительно, используя последовательно ($D2б$), ($D2г$), ассоциативный закон сложения, ($D2в$) и ($D2б$), получим следующую цепь равенств:

$$(\langle Z_1, Z_0\rangle \oplus \langle Z_3, Z_2\rangle) \oplus \langle Z_5, Z_4\rangle = (Z_1 + Z_2,\ Z_0 + Z_3) \oplus \langle Z_5, Z_4\rangle =$$
$$= \langle (Z_1, Z_2) + Z_5,\ (Z_0 + Z_3) + Z_4\rangle = \langle Z_1 + (Z_2 + Z_5),\ Z_0 + (Z_3 + Z_4)\rangle =$$
$$= \langle Z_1, Z_0\rangle \oplus (Z_3 + Z_4,\ Z_2 + Z_5) = \langle Z_1, Z_0\rangle \oplus (\langle Z_3, Z_2\rangle \oplus \langle Z_5, Z_4\rangle),$$

из которой следует равенство (2) при указанных выше значениях ζ, ζ_1 и ζ_2.

Аналогично можно убедиться, что равенство (2) и при остальных значениях переменных ζ, ζ_1 и ζ_2 является следствием формул ($D2$) и ассоциативности сложения.

Таким образом, *множество всех цепей ζ является некоммутативной полугруппой относительно операции $\oplus$. Нейтральным элементом («нулем») этой полугруппы является прямой соединитель* **0**, ибо равенства

$$\zeta \oplus \mathbf{0} = \zeta = \mathbf{0} \oplus \zeta \tag{3}$$

верны для любой цепи ζ.

То, что это множество *не является группой*, очевидно, ибо *не для всякой цепи ζ существует противоположная ей цепь*, т. е. цепь $-\zeta$, удовлетворяющая равенствам

$$-\zeta \oplus \zeta = \mathbf{0} = \zeta \oplus -\zeta. \tag{4}$$

В частности, не существует цепи $-\omega$ противоположной пустой цепи ω, что видно из равенств

$$\omega \oplus \zeta = \omega = \zeta \oplus \omega, \tag{5}$$

справедливых, как следует из ($D2$) и определения ω, для любой цепи ζ.

В силу закона ассоциативности (2), каскадное соединение цепей $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n$ можно записать посредством выражения $\zeta_0 \oplus \zeta_1 \oplus \zeta_2 \oplus \ldots \oplus \zeta_n$, не содержащего скобок. Это выражение назовем *импедансным символом каскадной цепи*, i-м каскадом которой является цепь ζ_{i-1}, $i=1, 2, \ldots$. Из-за некоммутативности операции $\oplus$ переставлять члены этого выражения в общем случае нельзя, так как при перестановке хотя бы одной пары членов этого выражения мы получаем символ другого каскадного соединения, неэквивалентного прежнему.

Импедансным символом $\zeta_0 \oplus \zeta_1 \oplus \zeta_2 \oplus \ldots \oplus \zeta_n$ можно обозначить каскадное соединение *любых цепей* $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n$. Однако каскадное соединение цепей $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n$ нельзя представить произведением $A_{\zeta_0} \cdot A_{\zeta_1} \cdot A_{\zeta_2} \cdot \ldots \cdot A_{\zeta_n}$ их основных матриц $A_{\zeta_0}, A_{\zeta_1}, A_{\zeta_2}, \ldots, A_{\zeta_n}$, когда хотя бы одна из этих цепей описывается импедансным символом вида $|\infty, Z]$ или $|Z, \infty|$, где Z — любой импеданс. Импедансный символ $\zeta_0 \oplus \zeta_1 \oplus \zeta_2 \oplus \ldots \oplus \zeta_n$, является, стало быть, *универсальным представлением* каскадного соединения 2-проводных цепей $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n$, тогда как матричное представление $A_{\zeta_0} \cdot A_{\zeta_1} \cdot A_{\zeta_2} \cdot \ldots \cdot A_{\zeta_n}$ таковым не является.

4. Операцию скрещивания выходных проводов цепи ζ назовем **кросс-инверсией** этой цепи и обозначим символом $\zeta^{\times}$. Как видно из рис. 5, *а*, эта операция может быть определена формулой

$$\zeta^{\times} \underset{D}{=} \zeta \oplus \mathbf{0}^{\times}. \tag{D4}$$

Подставляя в эту формулу вместо переменной ζ ее значения, получим равенства

$$(Z_1, Z_0)^{\times} = \langle Z_1, Z_0 \rangle, \tag{6а}$$

$$\langle Z_1, Z_0 \rangle^{\times} = (Z_1, Z_0) \tag{6б}$$

(см. рис. 5, *б* и 5, *в*), утверждающие, что *кросс-инверсия* преобразует каждую прямую цепь в скрещенную или обратно. Лишь пустую цепь ω она не изменяет:

$$\omega^{\times} = \omega, \tag{7}$$

что является очевидным следствием равенства (1).

Как видно из равенств (6) и (7), *кросс-инверсия* $\zeta^{\times}$ *является* инволютивным преобразованием цепи ζ:

$$(\zeta^{\times})^{\times}=\zeta. \tag{8}$$

Из-за ассоциативности операции $\oplus$ следует равенство

$$\zeta\oplus\zeta_1^{\times}=(\zeta\oplus\zeta_1)^{\times}. \tag{9}$$

Действительно,

$$\zeta\oplus\zeta_1^{\times}=\zeta\oplus(\zeta_1\oplus 0^{\times})=(\zeta\oplus\zeta_1)\oplus 0^{\times}=(\zeta\oplus\zeta_1)^{\times}.$$

Равенство (9) легко обобщается на любое число каскадов:

$$(\zeta_0\oplus\zeta_1\oplus\zeta_2\oplus\ldots\oplus\zeta_n)^{\times}=\zeta_0\oplus\zeta_1\oplus\zeta_2\oplus\ldots\oplus\zeta_n. \tag{10}$$

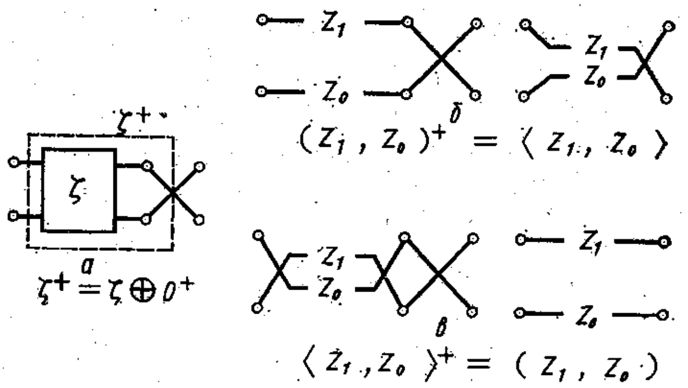

Рис. 5 [1]

Физический смысл этого равенства совершенно ясен — скрещивание выходных проводов любой каскадной цепи равносильно скрещиванию выходов последнего ее каскада.

Заметим, что скрещивание входных проводов цепи ζ не является в общем случае ее кросс-инверсией $\zeta^{\times}$. Действительно, из ($D2$) следуют равенства

$$0^{\times}\oplus(Z_1, Z_0)=\langle Z_0, Z_1\rangle, \tag{11а}$$

$$0^{\times}\oplus\langle Z_1, Z_0\rangle=(Z_0, Z_1), \tag{11б}$$

которые, используя (6), можно объединить в одно равенство

$$0^{\times}\oplus|Z_1, Z_0|=|Z_0, Z_1|^{\times}. \tag{11}$$

Как видно из этого равенства, скрещивание входных проводов цепи производит перестановку ветвей этой цепи и одновременно ее кросс-инверсию.

Отсюда, в частности, следует, что в общем случае $\kappa\oplus\zeta\neq\zeta\oplus\kappa$, т. е. в общем случае небезразлично к входу или выходу цепи присоединить коммутатор κ. Действительно, коммутатор κ в позиции О изменяет лишь знак напряжения на выходе цепи $\zeta\oplus\kappa$, тогда как в цепи $\kappa\oplus\zeta$ он, кроме того, и коммутирует (переставляет) ветви цепи ζ.

Применяя последовательно формулы ($D4$), (9), (11) и (8), получаем цепь равенств

[1] На рис. крестики должны быть косые.

$$\mathbf{0}^\times \oplus |Z_1, Z_0| \oplus \mathbf{0}^\times = (\mathbf{0}^\times \oplus |Z_1, Z_0|)^\times = \mathbf{0}^\times \oplus |Z_1, Z_0|^\times = |Z_0, Z_1|, \quad (12)$$

из которой следует формула

$$\mathbf{0}^\times \oplus |Z_1, Z_0| \oplus \mathbf{0}^\times = |Z_0, Z_1|, \quad (13)$$

имеющая очевидный физический смысл.

5. Цепь ζ, импедансы ветвей которой конечны, назовем *конечной*. Конечную цепь назовем *четной* или *нечетной* в зависимости от того, содержит ли она четное или нечетное число скрещений $\mathbf{0}^\times$.

Из (D4) в силу (3) и (8) следует равенство

$$\mathbf{0}^\times \oplus \mathbf{0}^\times = \mathbf{0}. \quad (14)$$

Используя формулу (13) одну или же совместно с равенством (14), мы *можем всякую четную цепь ζ заменить эквивалентной ей прямой цепью*, т. е. цепью, не содержащей никаких скрещений. Отсюда следует, что *всякая нечетная цепь ζ эквивалентна некоторой цепи, содержащей лишь одно скрещение*. На основании формул (12) и (11) можно утверждать, что *всякую нечетную цепь ζ можно преобразовать в эквивалентную ей цепь, являющуюся кросс-инверсией некоторой прямой цепи.*

Таким образом, множество всех конечных 2-проводных цепей, не содержащих разрывов ветвей, можно разбить на два класса: четных и нечетных цепей, подобно тому, как множество всех целых чисел можно разбить на два класса: четных и нечетных чисел. Простейшими представителями классов четных и нечетных цепей ζ являются соответственно прямой соединитель $\mathbf{0}$ и скрещенный соединитель $\mathbf{0}^\times$ аналогично тому, как простейшими представителями классов четных и нечетных чисел являются числа 0 и 1 соответственно.

Равенства

$$\mathbf{0} \oplus \mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0}^\times \oplus \mathbf{0}^\times, \quad \mathbf{0} \oplus \mathbf{0}^\times = \mathbf{0}^\times = \mathbf{0}^\times \oplus \mathbf{0} \quad (15)$$

аналогичны соответственно сравнениям по модулю 2

$$0 + 0 \equiv 0 \equiv 1 + 1, \quad 0 + 1 \equiv 1 \equiv 1 + 0 \quad (16)$$

или равенствам

$$0 \oplus 0 = 0 = 1 \oplus 1, \quad 0 \oplus 1 = 1 = 1 \oplus 0 \quad (17)$$

для чисел 0 и 1.

Как видно из сравнения равенств (15) и (17), каскадное соединение цепей $\mathbf{0}$ и $\mathbf{0}^\times$ является изоморфом циклического сложения чисел 0 и 1 и, следовательно, каскадное соединение $\kappa \oplus \kappa_1$ двухпозиционных коммутаторов κ и κ_1 моделирует операцию циклического сложения $m \oplus n$ двоичных чисел m и n, т. е. чисел $m, n \in \{0, 1\}$.

Если значениям 0 и 1 взаимно-однозначно сопоставлять значения F (ложь) и T (истина) предложений p и q классической двузначной логики, то, как показал И. И. Жегалкин [2], операция циклического сложения $m \oplus n$ чисел m и n является изоморфом операции $p \not\equiv q$ отрицания эквивалентности $p \equiv q$ предложений p и q, а операция $n \oplus 1$ — изоморфом отрицания $\sim p$ предложения p. Следовательно, если цепи $\mathbf{0}$ и $\mathbf{0}^\times$ считать взаимно-однозначно соответствующими числам 0 и 1, то операции $p \not\equiv q$ и $\sim p$ классического исчисления предложений будут моделироваться соответственно каскадными соединениями $\kappa \oplus \kappa_1^\times$ и $\kappa \oplus \kappa^\times$ двухпозиционных коммутаторов κ и κ_1. В силу определения ($D4$) операция отрицания $\sim p$ моделируется коммутатором $k^\times$ кросс-инверсным коммутатору κ, т. е. работающему в противофазе с коммутатором $k^\times$, моделирующим предложение p.

Заметим, что, ввиду того что коммутатор κ является *симметричной* 2-проводной цепью, а для всякой симметричной цепи $\zeta = |Z, Z|$ справедливо равенство

$$0^\times \oplus \zeta = \zeta^\times, \tag{18}$$

коммутатор $k^\times$, кросс-инверсный коммутатору k, может быть получен из последнего путем скрещивания либо входов, либо выходов его.

Моделью эквивалентности $p \equiv q$ предложений p и q будет служить кросс-инверсия

$(k \oplus k_1)^\times$ цепи $k \oplus k_1$, т. е. либо цепь $k \oplus k_1 \oplus 0^\times$, либо цепь $0^\times \oplus k \oplus k_1$.

При соответствии между числами 0 и 1 и истинностными значениями F и T предложений p и q, противоположными принятому И. И. Жегалкиным [2], моделями предложений p, $\sim p$, $p \equiv q$ и $p \not\equiv q$ будут соответственно коммутаторы $k^\times$, k, $k \oplus k_1$ и $(k \oplus k_1)^\times$.

Каскадное соединение двухпозиционных коммутаторов можно таким образом использовать либо для осуществления некоторых арифметических операций в двоичной системе счисления, либо для осуществления некоторых логических операций обычной (двузначной) логики предложений.

Таблица 1

P	$\sim P$
F	T
T	F
U	U

1'

k	$k^\times$
0	$0^\times$
$0^\times$	0
ω	ω

Таблица 2

$P\ Q$	$\sim(P \supset\subset Q)$
$F\ F$	F
$T\ F$	T
$F\ T$	T
$T\ T$	F
$F\ U$	U
$T\ U$	U
$U\ F$	U
$U\ T$	U
$U\ U$	U

2'

$k_1 k_2$	$k_1 \oplus k_2$
$0\ 0$	0
$0^\times\ 0$	$0^\times$
$0\ 0^\times$	$0^\times$
$0^\times\ 0^\times$	0
$0\ \omega$	ω
$0^\times\ \omega$	ω
$\omega\ 0$	ω
$\omega\ 0^\times$	ω
$\omega\ \omega$	ω

6. Каскадное соединение трехпозиционных коммутаторов точно так же можно использовать как для осуществления некоторых логических операций трехзначной логики высказываний, так и аналогичных этим операциям арифметических операций. Действительно, если мы сравним табл. 1, посредством которой в трехзначной логике Д. А. Бочвара [3] определяется операция отрицания $\sim P$ высказывания P, с табл. 1', в которой позиции трехпозиционного коммутатора $k^\times$ сопоставляются с соответствующими позициями 3-позиционного коммутатора $k^\times$, то увидим, что коммутатор $k^\times$ моделирует операцию отрицания $\sim P$ высказывания P, если истинностные значения F (ложь), T (истина) и U (неопределенность или бессодержательность) высказывания P будем считать соответствующими позициям 0, $0^\times$ и ω коммутатора k. При только что указанном соответствии между истинностными значениями высказываний P и Q и позициями трехпозиционных коммутаторов k_1 k_2, каскадное соединение $k_1 \oplus k_2$ эти коммутаторов моделирует операцию $\sim(P \supset\subset Q)$ отрицания слабой или внутренней эквивалентности [3] $P \supset\subset Q$ высказываний P и Q, что очевидно из сравнения таблиц 2 и 2'. Операция же $P \supset\subset Q$ моделируется, очевидно, кросс-инверсией $(k_1 \oplus k_2)^\times$ каскадного соединения $k_1 \oplus k_2$ 3-позиционных коммутаторов k_1 и k_2 т. е. просто посредством скрещения выходных проводов цепи $k_1 \oplus k_2$.

При соответствии между истинностными значениями высказываний P и Q и позициями трехпозиционных коммутаторов k_1 и k_2, противоположном принятому выше, т. е. когда истинностным значениям F, T

и U высказываний P и Q будут соответствовать позиции $\mathbf{0}^{\times}$, $\mathbf{0}$ и ω коммутаторов k_1 и k_2, мы должны будем считать цепь $k_1 \oplus k_2$ моделью слабой эквивалентности $P \supset\subset Q$, а цепь $(k_1 \oplus k_2)^{\times}$ — моделью отрицания $\sim(P \supset\subset Q)$ операции $P \supset\subset Q$. При $Q = P$ высказывание сводится к одному из основных законов традиционной логики — закону тождества $P \supset\subset P$, или, точнее, к его обобщению в трехзначном исчислении Д. А. Бочвара. Моделью высказывания $P \supset\subset P$ служит каскадное соединение $k \oplus k$ двух одинаковых трехпозиционных коммутаторов. В силу равенств (3), (5) и (14) получаем равенство

$$k \oplus k = \tau, \tag{19}$$

утверждающее, что высказывание $P \supset\subset P$ моделируется также и тумблером τ. Отсюда непосредственно следует равенство

$$(k \oplus k)^{\times} = \tau^{\times}, \tag{20}$$

на основании которого можно утверждать, что отрицание $\sim(P \supset\subset P)$ высказывания $P \supset\subset P$ можно моделировать коммутаторной цепью $(k \oplus k)^{\times}$ или же более просто — тумблером $\tau^{\times}$.

Следует заметить, что, так как для трехпозиционных коммутаторов и тумблеров не существует вполне определенных основных матриц, обычный матричный метод оказывается недостаточным для символического представления каскадных соединений цепей, моделирующих операции $\sim P$ и $P \supset\subset Q$ трехзначного исчисления высказываний. Изложенный же здесь метод символического представления двухпроводных цепей пригоден как в случае, когда переменные P и Q означают предложения двухзначной логики, так и в случае, когда они означают высказывания трехзначной логики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шестаков В. И. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1976, **17**, № 2.
2. Жегалкин И. И. «Математический сборник», 1927, 34.
3. Бочвар Д. А. «Математический сборник», 1938, **4 (46)**, № 2.

Поступила в редакцию
14.5 1976 г.
Кафедра
общей физики для
физфака