

УДК

Н. В. Гордиенко
А. В. Гусев
В. Н. Руденко

ЭФФЕКТ ДИНАМИЧЕСКОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ МАЛЫХ СИЛ

Рассматривается измерение малых сил по отклику механического осциллятора радиофизическими методами. Указано на возможность реализации квазиидеального датчика за счет эффекта динамического демпфирования шума датчика на парциальной частоте осциллятора. Приведен расчет такого режима для осциллятора с параметрическим емкостным преобразователем.

В экспериментах с пробными телами [1] внешнее воздействие регистрируется по отклику механического осциллятора. Обычно осциллятор связан с каким-либо датчиком, трансформирующим механическое возмущение в электрический сигнал. Наиболее часто используются пьезоэлементы, магнитострикционные элементы, параметрические емкостные или индуктивные преобразователи и т. п. [2]. Прогресс экспериментальной техники уже сегодня позволяет добиться весьма низкого уровня собственного броуновского шума пробного осциллятора за счет сверхглубокого охлаждения до $T_{\mu} \sim 10^{-1} \text{ К}$ и за счет высокой механической добротности $Q_{\mu} \sim 10^{10}$ [2]. В этих условиях чувствительность системы механический осциллятор — датчик определяется электрическими флуктуациями датчика. Радикальное решение задачи об идеальном преобразовании с низким собственным шумом, по-видимому, связано с развитием принципа квантовых неразрушающих измерений [3].

Укажем на одну возможность реализации квазиидеального датчика, основанную на общих свойствах связанной колебательной системы с двумя степенями свободы. Обычно связь между механической степенью свободы (пробный осциллятор) и электрической (датчик) выбирается из условия согласования, т. е. максимальной перекачки механической энергии в электрическую. Согласующая связь $\lambda_{\text{отт}}$ обеспечивает максимум сигнального отклика на выходе датчика и некоторое фиксированное отношение сигнала к шуму. Если увеличить связь, то можно увеличить отношение сигнал/шум. При этом в жертву приносится абсолютная величина сигнала: его амплитуда падает во столько раз, во сколько увеличивается чувствительность. Однако прогресс в области создания малозумящих параметрических усилителей с шумовой температурой 10^{-5} К и менее [4] позволяет в ряде случаев надеяться на последующее усиление ослабленного сигнала.

Качественное пояснение необходимого режима работы дает рис. 1. Здесь X_1 , M , K_1 принадлежат пробному осциллятору, X_2 , m , K_2 — датчику, который для упрощения мы изображаем в эквивалентной механической форме. Сигнальное воздействие изображено в виде силы F_0 , действующей на координату X_1 ; наблюдаемый отклик датчика — это смещение координаты X_2 . Флуктуационная сила действует со стороны датчика, т. е. на координату X_2 и имеет белый спектр, по крайней мере в полосе частот сигнала. На рис. 1, б приведены две резонансные кривые: амплитуда X_2 в зависимости от частоты силы, приложенной к X_2 (сплошная кривая), и амплитуда X_2 (пунктирная кривая) в зависимости от частоты силы, приложенной к X_1 . Отклик на «свою силу»

(приложенную к X_2) обращается в нуль на парциальной частоте пробного осциллятора $n_1^2 = K_1 M^{-1}$ (затухание считается малым, частота $n_2^2 = (K_1 + K_2)/m \gg n_1^2$). Это известный эффект динамического демпфирования [5]: действие силы на X_2 компенсируется реакцией со стороны степени свободы X_1 . В то же время на этой частоте отклик X_2 конечен, если возмущающая сила приложена к пробному осциллятору X_1 . Но сила, действующая на X_1 , является сигнальной, действующая на X_2 — флуктуационной. Таким образом, ясно, что для достаточно длинного дуга сигнальной силы F_c со спектром, занимающим узкую полосу частот вблизи парциальной частоты n_1 , чувствительность оказывается значительно выше, чем на горбе — в области максимума сигнального

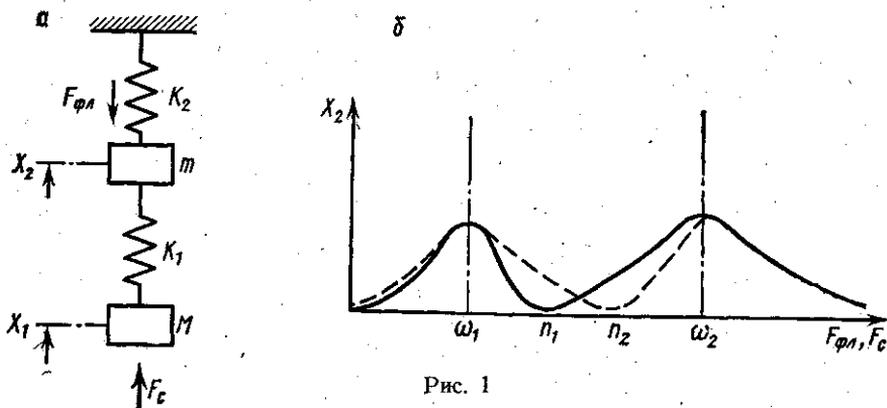


Рис. 1

отклика. Рисунок 1, б уже соответствует коэффициенту связи $K_1(K_1 + K_2)^{-1}$ больше согласующего значения связи. Дальнейшее увеличение связи приведет к еще большему раздвижению горбов, уменьшению интенсивности шума в полосе τ^{-1} и росту чувствительности при дальнейшем ослаблении сигнального отклика. Для силы F_c с очень узким спектром вблизи n_1 чувствительность теоретически может оказаться сколь угодно большой.

Возможность значительного увеличения коэффициента связи типична для параметрических датчиков, например емкостного резонансного преобразователя, где величина связи пропорциональна квадрату амплитуды накачки. Здесь нет простой аналогии с приведенным выше примером в силу сильного различия в частотах пробного осциллятора ω_μ и электрического контура датчика ω_e : $\omega_\mu \ll \omega_e$. Однако анализ, проведенный в работе [6], показал, что переменная $\eta_{с.д.}$, образуемая после синхронного детектирования напряжения датчика с опорным сигналом, имеющим фазу накачки в контуре, является аналогом координаты x_2 в предыдущем примере. На выходе такого синхронного детектора отношение сигнал/шум будет возрастать с увеличением напряжения накачки в $(V/V_{\text{онт}})$ раз, где $V_{\text{онт}}$ — напряжение согласования, и во столько же раз будет уменьшаться сигнал.

Приведем конкретный расчет сигнала и шума для осциллятора с емкостным датчиком. В такой системе колебания пробной массы M изменяют емкость электрического контура, модулируя напряжение V высокой частоты ω_n , которое подается в контур от внешнего источника. Выходное напряжение датчика имеет вид $\eta(t) = (C_0 + a) \cos \omega_n t + b \sin \omega_n t$, $|a|, |b| \ll C_0$, причем медленные функции a, b определяются уравнениями

$$\begin{aligned}
 (\rho^2 + \omega_\mu^2) \xi - \omega_\mu^2 \lambda C_0 a &\approx \omega_\mu^2 f_e(\tau) - \\
 - \left(\rho + \frac{\omega_e}{2Q_e} \right) a + \Delta b &\approx \left(\frac{\omega_e}{2} \right) U_s,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$\left(\frac{\omega_e}{2}\right) C_0 \xi + \Delta a + \left(p + \frac{\omega_e}{2Q_e}\right) b \approx \left(\frac{\omega_e}{2}\right) U_c.$$

Мы использовали обозначения из работы [6]: $C_0 = V_{\text{н}}/V_0$, V_0 — нормировочная константа; $\xi = X/d$, X — смещение механического осциллятора, d — начальный зазор емкости контура C ; $f_e = \frac{F_c}{m\omega_\mu^2 d}$ —

внешняя сигнальная сила, $U_c U_s$ — нормальные независимые белые шумы со спектральной интенсивностью $N_e = 8\kappa T_e / Q_e \omega_e C$; ω_μ , ω_e — резонансные частоты осциллятора и контура; $p = d/dt$. В отличие от [6] уравнения (1) записаны в упрощенной форме, соответствующей известной «фазе» накачки $C(t) = C_0 \cos \omega_{\text{н}} t$, т. е. $\varphi_{\text{н}} = 0$ (см. в [6]). Сигнал $F_c(t)$ рассматриваем как короткий дуг длительности $\hat{\tau}$ с частотой заполнения $\omega_c \sim \omega_\mu$, $|\omega_c - \omega_\mu| = \chi \ll \omega_\mu$. Последующие выводы получены на основе решения системы (1) в двух практически интересных режимах: режим на «склоне» — $\omega_\mu \ll (\omega_e/2Q_e)$, и режим « U_p — conversion» $\Delta = \omega_\mu \gg (\omega_e/2Q_e)$.

1. Выделение из $\eta(t)$ медленного компонента, содержащего информацию о сигнале, возможно следующими способами: а) при компенсации накачки $C(t)$ с последующим линейным детектированием на выходе имеем переменную $\eta_0 = (a^2 + b^2)^{1/2}$; б) при детектировании без компенсации накачки получим

$$\eta_{\text{д}} = \{(C_0 + a)^2 + b^2\}^{1/2} \approx C_0 + a + b^2/2C_0;$$

в) при синхронном детектировании с опорным напряжением $C_0 \text{const} \omega_{\text{н}} t$ на выходе будет $\eta_{\text{с.д}} = C_0/2(C_0 + a)$. При $\chi = 0$ отношение сигнал/шум после согласованного фильтра, как следует из (1), для переменной η_0 достигает максимума при некотором оптимальном значении $C_0 = [C_0]_{\text{опт}}$. Для переменной $\eta_{\text{с.д}}$ характерен непрерывный рост μ с увеличением C_0 , физическая причина роста аналогична рассмотренному выше эффекту динамического демпфирования шума.

Обращаясь к переменной $\eta_{\text{д}}$, заметим, что сигнал главным образом сосредоточен в $a(t)$, так как $|a_c| \sim |b_c| \gg \left| \frac{b_c}{C_0} \right| |b_c|$. Для оценки интенсивности флуктуаций ограничимся условием $V_{\text{к}} > V_{\text{опт}}$ ($C_0 > [C_0]_{\text{опт}}$), при котором в полосе $(\omega_\mu \pm \hat{\tau}^{-1})$ детерминант системы (1) (см. [6]) приблизительно равен $\text{Det}(j\omega) \approx -\frac{\lambda}{2} \omega_e \omega_\mu^2 C_0^2 = \text{const}$. Это дает возможность легко определить энергетический спектр помех на выходе амплитудного детектора, поскольку шумовые компоненты $a_{\text{фл}}$ и $b_{\text{фл}}$ некоррелированы. В итоге отношение сигнал/шум для переменной $\eta_{\text{д}}$ при $V_{\text{к}} > V_{\text{опт}}$ определяется соотношением

$$\mu_{\text{д}} \approx 4 \frac{(f_0 \hat{\tau})^2}{\lambda^2 N_e} \left\{ \gamma^{-1} \left(\frac{Q_e}{4} \right) (N_e \hat{\tau}^{-1}) + 4 (1/\omega_{\text{н}} \tau_{\text{взм}})^2 \frac{2}{(\lambda C_0)^2} \right\}^{-1}.$$

Анализ этой формулы приводит к существованию характерного «плато», выход на которое имеет место при некотором $(V_{\text{к}})_{\text{пл}}$, определяемом условием

$$(V_{\text{к}})_{\text{пл}} \approx V_{\text{опт}} (\hat{\tau}/\tau_{\text{взм}}) \left\{ \frac{m\omega_\mu^2 d^2}{\kappa T_e} Q_e^{-1} \frac{\Delta}{\omega_\mu} \right\}^{1/2}.$$

Отсюда при $\tau_{\text{взм}} = \hat{\tau}$

$$(V_{\text{к}})_{\text{пл}} \approx \left\{ \frac{m\omega_\mu^2 d^2}{\kappa T_e Q_e} \frac{\Delta}{\omega_\mu} \right\}^{1/2} V_{\text{опт}}.$$

Для типичных значений параметров $(V_{\text{к}})_{\text{пл}}/V_{\text{опт}} \gg 1$. Результаты численного расчета чувствительности для этих трех случаев даны на рис. 2.

2. Оптимальная фильтрация $\eta(t)$ с помощью синхронного детектирования и последующего согласованного фильтра обеспечивает следующее значение отношения сигнала к шуму:

$$\mu(\chi) = C_0 (f_0^2 \tau / N_e)^{1/2} \left| \frac{\sin \chi \hat{\tau} / 2}{\chi \hat{\tau} / 2} \right|. \quad (2)$$

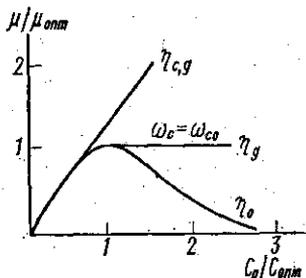


Рис. 2

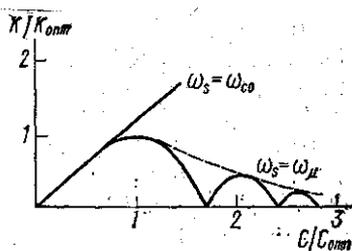


Рис. 3

В то же время коэффициент преобразования будет

$$k(\chi) = a f_0^{-1} \approx 0,25 C_0 Q_e \omega_\mu \hat{\tau} \left| \frac{[\sin [\omega_\mu (1 - \kappa) - \omega_c] \hat{\tau} / 2]}{[\omega_\mu (1 - \kappa) - \omega_c] \hat{\tau} / 2} \right|; \quad (3)$$

$$\kappa = \lambda C_0^2 Q_e / 4.$$

Удобно ввести обобщенный параметр качества фильтрации $\theta = \mu(\chi) k(\chi)$. Максимизация этого параметра определяет оптимальный режим работы, сочетающий хорошую чувствительность с высоким коэффициентом преобразования. Интересны два случая: частота сигнала совпадает с парциальной частотой осциллятора $\omega_c = \omega_\mu$ и частота сигнала совпадает с собственной частотой ω_{co} связанной системы. В первом случае μ неограниченно растет с увеличением накачки и падает k ; во втором — ситуация противоположная. В любом варианте параметр качества равен

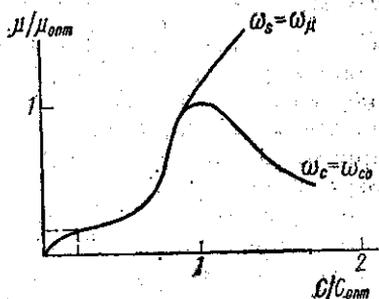


Рис. 4

$$\theta \approx (f_0^2 / N_e \cdot 1 / \hat{\tau})^{1/2} \lambda^{-1} \sin \left[\frac{\lambda}{4} C_0^2 Q_e \omega_\mu \hat{\tau} \right] = \text{const} \sin \left[\frac{\lambda}{4} C_0^2 Q_e \omega_\mu \hat{\tau} \right]. \quad (4)$$

Он достигает постоянного максимального значения, если накачка равна

$$[C_0^2]_{\text{опт}} \approx 2\pi^{-1} (\lambda Q_e \omega_\mu \hat{\tau})^{-1},$$

что совпадает с оптимальным значением накачки (см. [1, 6]).

Зависимость коэффициента преобразования от величины накачки дана на рис. 3. На практике согласованный фильтр для сигналов в виде короткого цуга может быть заменен на полосовой шириной $2\hat{\tau}^{-1}$ вокруг частоты несущей ω_μ ; в режимах слабой связи $C_0 \ll [C_0]_{\text{опт}}$ и сильной связи $C_0 \gg [C_0]_{\text{опт}}$ полосовой фильтр практически не отличается от оптимального. Численные расчеты отношения сигнал/шум при использовании полосового фильтра представлены на рис. 4.

3. Применение на практике режима демпфирования для достижения лучшей чувствительности зависит от шумовых качеств усилителя, следующего за емкостным датчиком. Используя формулу (3), несложно

получить выражение для мощности сигнала в контуре датчика (через амплитуду силы F_0 и смещения

$$\Delta x = \frac{F_0 \tau}{2} (m \omega_\mu)^{-1};$$

$$P \approx 2\pi^{-1} \frac{(F_0 \tau)^2}{m} \frac{\omega_e}{\omega_n} \left(\frac{V_{\text{опт}}}{V_k} \right)^2 \sim \frac{m (\Delta \omega_\mu)^2}{\tau} \frac{\omega_e}{\omega_\mu} \left(\frac{V_{\text{опт}}}{V_k} \right)^2. \quad (5)$$

Сравнение (5) с шумовой мощностью $\kappa T_{\text{ш}} (\Delta f)^{-1}$ позволяет сформулировать требования к шумовой температуре последующего каскада. Приведем пример, демонстрирующий возможность повышения чувствительности за счет эффекта демпфирования. Пусть механический осциллятор имеет $m \sim 10$ г, $\omega_\mu \sim 100$; параметры контура датчика: $\omega_e \sim 10^7$, $Q_e \sim 10^2$, $d \sim 10^{-2}$ см, $C \approx 100$ пФ — легко реализуемы на практике. Длительность дуга внешней силы $\tau \sim 10$ с (10^2 периодов). В этих условиях имеем $V_{\text{опт}} \approx 3$ В и резерв увеличения V_k до напряжения пробоя составляет более двух порядков.

В режиме $V_k = V_{\text{опт}}$ доступно регистрации смещение

$$\Delta x = \left(\frac{\kappa T}{m \omega_\mu \omega_e} \right)^{1/2} \sim 3 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

В режиме демпфирования требование к шумовой температуре усилителя из (5) будет $T_{\text{ш}} \leq 10^{26} (\Delta x)^2 \left(\frac{V_{\text{опт}}}{V_k} \right)^2$. Параметрические усилители на полевых транзисторах имеют шумовую температуру порядка единиц градусов на частотах ~ 1 МГц [4]. Таким образом, с таким усилителем можно будет регистрировать смещение пробного осциллятора $(\Delta x)_{\text{эф}} \approx \Delta x \frac{V_{\text{опт}}}{V_k} \sim 5 \cdot 10^{-14}$ см при $(V_{\text{опт}}/V_k) \sim 3 \cdot 10^{-2}$. Мощность предельного сигнала составит $\sim 10^{-22}$ вт. Такого же улучшения чувствительности в принципе можно добиться, увеличивая частоту накачки ω_n ; однако из-за корневой зависимости пришлось бы поднять ω_n более чем на три порядка, т. е. $\omega_n > 10^{10}$, что в ряде случаев технически менее приемлемо. Кроме того, с ростом ω_n начинают сказываться квантовые ограничения [3].

4. Снижение эффективной интенсивности шума датчика за счет демпфирования, по-видимому, наиболее рационально в случае достаточно длинного дуга, когда спектральная плотность сигнала занимает узкую полосу вокруг ω_n ; а также при нетепловом характере шума преобразователя. Отметим, что для нашего примера параметрического датчика эффект демпфирования должен выражаться в подавлении спектральной интенсивности шума вокруг комбинационных частот.

В заключение авторы благодарят проф. В. Б. Брагинского за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский В. Б. Физические эксперименты с пробными телами. М., 1970.
2. Брагинский В. Б., Манукин А. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М., 1975.
3. Брагинский В. Б., Воронцов Ю. И., Кривченков В. Д. ЖЭТФ, 1976, 68, 55.
4. Webb R. A., Giffard R. P., Wheatley L. C. ILTP, 1973, 13, 383.
5. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М., 1972.
6. Гусев А. В., Руденко В. Н. «Радиотехника и электроника», 1976, № 9, 1872.

Поступила в редакцию
20.7.1976 г.
Кафедра
физики колебаний