УДК 539.1.01

Ю. Г. Павленко
А. Х. Мусса

СПИНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ОНДУЛЯТОРАХ

В работе исследовано влияние квантовых свойств излучения на спиновые состояния частиц, движущихся в произвольном ондуляторе. Проведен анализ полученного выражения для вероятности перехода с переворотом спина частиц в зависимости от энергии этих частиц и от величины аномального магнитного момента.

Одним из проявлений квантовых свойств излучения является эффект самополяризации электронов и позитронов при длительном движении в магнитном поле. Этот новый механизм поляризации, существование которого было предсказано Соколовым и Терновым [1], обусловлен зависимостью вероятности перехода от ориентации спина электрона в начальном состоянии. Еще до экспериментального наблюдения эффекта [2] многие авторы указывали на преимущества, которыми обладает этот механизм поляризации по сравнению с существующими [3]. В этой работе исследовано влияние квантовых свойств излучения на спиновые состояния электронов, движущихся в ондуляторах. В настоящее время интерес к ондуляторам связан с возможностью получения поляризованного электромагнитного излучения в широкой области спектра [4—5].

Матричный элемент излучения фотона частоты ω в направлении $\mathbf{n}$ с поляризацией $\mathbf{e}$, заряженной дираковской частицей, обладающей аномальным магнитным моментом, запишем в виде

$$M = \frac{e\sqrt{4\pi\hbar c^2}}{c\hbar\sqrt{2\omega}} \int e^*_\mu j^\mu e^{ikx} d^4x, \qquad (1)$$

$$j^\mu = \bar{\psi}\left(\gamma^\mu + \frac{\mu'}{e}\sigma^{\mu\nu}k_\nu\right)\psi.$$

Здесь ψ — решение уравнения Дирака,

$$\left[\gamma^\mu\left(i\hbar\partial_\mu - \frac{e}{c}A_\mu\right) - mc\right]\psi = 0. \qquad (2)$$

Известно, что квантовые эффекты обусловлены квантованием самого движения и влиянием излучения на характер движения электрона во внешних полях. Мы будем пренебрегать эффектами первого типа. В этом случае квантовомеханический аспект задачи проявляется только в учете спиновых состояний, тогда как движение может быть описано волновым пакетом $|i>$, перемещающимся по классической траектории. По этой причине решение (2) ищем в виде

$$\Psi = u(p)\,e^{-\frac{i\varepsilon}{\hbar}t}|i\rangle, \quad u(p) = \sqrt{\frac{\varepsilon + mc^2}{2\varepsilon}}\begin{pmatrix}\varphi\\ \dfrac{c(\sigma\mathbf{p})}{\varepsilon + mc^2}\varphi\end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Воспользовавшись явным видом спинора $u(p)$ (3), получим

$$-e^*_\mu j^\mu = \langle \varphi_f | A + i\sigma\mathbf{B} | \varphi_i \rangle e^{i\omega t - i\mathbf{kr}}, \tag{4}$$

$$A = Ne^* \left\{ \left(1 - \frac{\hbar a\omega}{2mc^2}\right) \frac{c\mathbf{p}}{\varepsilon + mc^2} + \left(1 + \frac{\hbar a\omega}{2mc^2}\right) \frac{c\mathbf{p}'}{\varepsilon' + mc^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\hbar a\omega\,[\mathbf{n}\,[\mathbf{pp}']]}{2m\cdot(\varepsilon + mc^2)(\varepsilon' + mc^2)} \right\}, \tag{5}$$

$$B = N \left\{ \left(1 - \frac{\hbar a\omega}{2mc^2}\right) \frac{[\mathbf{e}^*\mathbf{p}]\,c}{\varepsilon + mc^2} - \left(1 + \frac{\hbar a\omega}{2mc^2}\right) \frac{[\mathbf{e}^*\mathbf{p}']}{\varepsilon' + mc^2} + \right.$$

$$+ \frac{\hbar a\omega}{2mc^2}[\mathbf{e}^*\mathbf{n}] - \frac{\hbar a\omega}{2m} \frac{1}{(\varepsilon + mc^2)(\varepsilon' + mc^2)} (\mathbf{p}([\mathbf{e}^*\mathbf{n}]\cdot\mathbf{p}') + \mathbf{p}'([\mathbf{e}^*\mathbf{n}]\cdot\mathbf{p}) -$$

$$\left. - (\mathbf{pp}')[\mathbf{e}^*\mathbf{n}]) \right\}, \tag{6}$$

$$N = \sqrt{\frac{(\varepsilon' + mc^2)(\varepsilon + mc^2)}{4\varepsilon\varepsilon'}}, \quad \mu' = \frac{e\hbar}{2mc} a.$$

Величина a связана с множителем Ланде соотношением $a = (g/2) - 1$. Для электрона $a \simeq \alpha/2\pi$, для протона $a = -1{,}793$.

Разлагая (5) и (6), по отношению $\hbar\omega/\varepsilon$ с точностью до членов $0\left(\frac{\omega^2\hbar^2}{\varepsilon mc^2}\right)$ найдем

$$A = e^*_i a_i, \quad a_i = \frac{cp_i}{\varepsilon}\left(1 + \frac{\hbar\omega}{2\varepsilon}\right),$$

$$B_i = -\frac{\omega\hbar}{2mc^2} e^*_k (\varepsilon_{ikl} b_l + c_{ij}\varepsilon_{jkl} n_l), \tag{7}$$

$$b_l = \alpha_1\beta_l - \alpha_2 n_l, \quad C_{ij} = \alpha_3\beta_i\beta_j, \tag{8}$$

$$\alpha_1 = a + \frac{mc^2}{\varepsilon + mc^2}, \quad \alpha_2 = a + \frac{mc^2}{\varepsilon}, \quad \alpha_3 = \frac{a\varepsilon}{\varepsilon + mc^2}.$$

Учитывая (1), (4), (7) и (8), найдем вероятность перехода с излучением фотона, просуммированную по конечным состояниям

$$dw = \frac{e^2c^2}{\hbar\omega} \sum_{f,\nu} |\langle \varphi_f | A_\omega + i\sigma\mathbf{B}_\omega | \varphi_i \rangle|^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^2} =$$

$$= \frac{e^2c^2}{\hbar\omega} \sum_\nu Sp \left[\left(\frac{1 + \sigma\zeta_i}{2}\right) (A^*_\omega - i\sigma\mathbf{B}^*_\omega) \left(\frac{1 + \sigma\zeta_f}{2}\right) (A_\omega + i\sigma\mathbf{B}_\omega) \right] \frac{d^3k}{(2\pi)^2}, \tag{9}$$

$$(A_\omega,\ \mathbf{B}_\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (A(t),\ \mathbf{B}(t)) e^{i(\varepsilon/\varepsilon')kx(t)}\, dt. \tag{10}$$

Для переходов с переворотом спина положим $\zeta_i = -\zeta_f = \zeta$. После вычисления следа в (9) получим

$$dw = \frac{e^2c^2}{\hbar\omega} \sum_\nu \{ |\mathbf{B}_\omega|^2 - |\zeta\mathbf{B}_\omega|^2 - i\zeta\,[\mathbf{B}_\omega,\ \mathbf{B}^*_\omega] \} \frac{d^3k}{(2\pi)^2}. \tag{11}$$

Теперь, суммируя по поляризациям фотона, получим

$$dw = \frac{e^2c^2}{\hbar\omega} \{ |\mathbf{b}|^2 (1 - (\zeta\mathbf{n})^2) + 2(\zeta\mathbf{n})\,\mathrm{Re}\,(\mathbf{nb})(\zeta\mathbf{b}^*) - i(\zeta - \mathbf{n}(\zeta\mathbf{n}))[\mathbf{b},\ \mathbf{b}^*] +$$

$$+ 2\,\mathrm{Re}\,(c_{ii}(\mathbf{b}^*\mathbf{n}) - c_{il}n_i b^*_l) + |c_{ij}|^2 - |c_{ij}n_j|^2 -$$

$$\left[-2\,\mathrm{Re}\left[c_{ij}\zeta_i\zeta_j(\mathbf{nb}^*)-c_{ij}\zeta_i b_j^*(\boldsymbol{\zeta}\mathbf{n})\right]-|c_{ij}\zeta_j|^2+|c_{ij}\zeta_i n_j|^2+2\,\mathrm{Im}\,(\zeta_k e_{klj}n_i c_{jl}b_i^*)-\right.$$
$$\left.-i\zeta_s e_{slj}(c_{ik}c_{jk}^*-c_{ik}n_k c_{jl}^*n_l)\right]\frac{d^3k}{(2\pi)^2}. \qquad (12)$$

Частицы высокой энергии излучают главным образом в направлении скорости в малый угол $\sim\frac{1}{\gamma}=\frac{mc^2}{\varepsilon}$, а характеристики излучения зависят от соотношения между углом отклонения ψ частиц в поле и углом $1/\gamma$ [6, 7]. Мы ограничимся рассмотрением реализующегося в эксперименте случая, когда $(\psi\gamma\ll 1)$ излучение формируется на многих элементах периодической структуры ондулятора и выполняется условие применимости дипольного приближения:

$$\gamma\frac{\Omega r_\perp}{c}\ll 1,$$

где $L=vT=\frac{2\pi}{\Omega}v$ — период ондулятора, $v=|\mathbf{v}|$ — составляющая скорости в направлении его оси, $\gamma^{-2}=1-\frac{v^2}{c^2}$. В этом случае удобно воспользоваться соотношениями

$$\boldsymbol{\beta}_\omega=\frac{i}{\omega\Delta}\left(\dot{\boldsymbol{\beta}}_\omega+\frac{\mathbf{v}(\mathbf{n}\dot{\boldsymbol{\beta}}_\omega)}{c\Delta}\right),$$

$$\mathbf{n}_\omega=\frac{i\mathbf{n}}{\omega}\left(\frac{\mathbf{n}\dot{\boldsymbol{\beta}}_\omega}{\Delta^2}\right),\quad \Delta=1-(\mathbf{nv})/c,$$

$$(\beta_i\beta_j)_\omega=\frac{i}{\omega c\Delta}(\dot{\beta}_{\omega i}v_j+v_i\dot{\beta}_{\omega j})+\frac{iv_iv_j(\mathbf{n}\dot{\boldsymbol{\beta}}_\omega)}{\omega c^2\Delta^2}. \qquad (13)$$

Для произвольного бесконечно длинного ондулятора

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_\omega=\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\sum_{s=-\infty}^{+\infty}\dot{\boldsymbol{\beta}}_s 2\pi\delta(\omega\Delta-s\Omega);\quad \dot{\boldsymbol{\beta}}_s=\frac{1}{T}\int_0^T\dot{\boldsymbol{\beta}}(t)e^{is\Omega t}\,dt. \qquad (14)$$

Подставляя в (12) явный вид функций b_i и C_{ij} в приближении (13) и проводя интегрирование по d^3k, найдем вероятность перехода с переворотом спина в единицу времени

$$w_\zeta=\sum_{s=1}^{\infty}\frac{se^2\hbar\Omega\gamma^6|\dot{\boldsymbol{\beta}}_s|^2}{15m^2c^5}\left\{\alpha_1^2\left(6\gamma^2-4+\frac{3}{\gamma^2}\right)-\alpha_1\alpha_2(12\gamma^2-7)+\right.$$
$$+3\alpha_2^2(2\gamma^2-1)+\frac{5\alpha_3^2v^2}{c^2\gamma^2}+5\alpha_3\frac{v^2}{c^2}(\alpha_2-\alpha_1)+$$
$$+\frac{v^2}{c^2}\zeta_1^2[\alpha_\perp^2(-3\gamma^2+7)-3\gamma^2\alpha_2^2+6\gamma^2\alpha_1\alpha_2+\alpha_3(\alpha_2-15\alpha_1)+$$
$$+\alpha_3^2\left(5+2\frac{v^2}{c^2}\right)]+\frac{|\zeta\dot{\boldsymbol{\beta}}_s|^2}{|\dot{\boldsymbol{\beta}}_s|^2}\left[\alpha_2^2+\alpha_1^2\left(5-\frac{v^2}{c^2}\right)-5\alpha_1\alpha_2+\right.$$
$$\left.+5\alpha_3\frac{v^2}{c^2}(\alpha_1-\alpha_2)-\frac{5\alpha_3^2v^2}{c^2\gamma^2}\right]+$$
$$\left.+5\zeta_\parallel\frac{\mathrm{Im}\,[\dot{\boldsymbol{\beta}}_s,\dot{\boldsymbol{\beta}}_s^*]_\parallel}{|\dot{\boldsymbol{\beta}}_s|^2}\left(\alpha_1(\alpha_1-\alpha_2)+\frac{\alpha_3^2v^2}{c^2\gamma^2}\right)\right\}. \qquad (15)$$

Из (15) следует, что полная вероятность зависит от поперечной поляризации квадратично, а от продольной — линейно. Выбирая век-

тор ξ параллельным скорости $\mathbf{v}$ и суммируя (15) по двум независимым проекциям, получим величину времени τ спиновой релаксации:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0}\left[1 + \frac{a(6\gamma^2+7\gamma+1)}{\gamma(6\gamma+1)} + \frac{[2a^2(4\gamma^2+3\gamma-1)}{\gamma(6\gamma+1)}\right],$$

$$\frac{1}{\tau_0} = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2se^2\hbar\Omega\gamma^5(6\gamma+1)}{15m^2c^5(\gamma+1)^2} |\dot{\beta}_s|^2. \qquad (16)$$

Асимптотическая степень поляризации

$$\mathbf{P} = \frac{5\left[\frac{a^2v^2}{c_2}\gamma^2 - \gamma a(\gamma+1) - \gamma\right]\sum_{s=1}^{\infty} S\,\mathrm{Im}\,[\dot{\beta}_s,\ \dot{\beta}_s^*]}{\left[6\gamma^2+\gamma+a(6\gamma^2+7\gamma+1)+2a^2(4\gamma^2+3\gamma-1)\sum_{s=1}^{\infty}\right] S|\dot{\beta}_s|^2}. \qquad (17)$$

Для оценки эффекта самополяризации рассмотрим движение частиц в спиральном ондуляторе с магнитным полем [8]:

$$\mathbf{H} = \left(H\sin\frac{2\pi}{L}z,\quad -H\cos\frac{2\pi}{L}z,\ 0\right).$$

При начальных условиях $\mathbf{r}(0)=0$, $\mathbf{v}(0)=\left(0,\ \frac{L\Omega_0}{2\pi},\ v\right)$ ускорение электрона

$$\mathbf{w} = (w_0\cos\Omega t,\ w_0\sin\Omega t,\ 0), \qquad (18)$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{L}v,\quad \Omega_0 = \frac{eH}{mc\gamma},\quad w_0 = v\Omega_0.$$

Подставляя (18) в (14), находим из (16) для электронов ($a \ll 1$, $a\gamma \gg 1$):

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2e^2\hbar\Omega w_0^2\gamma^4}{5m^2c^7}(1+a) \qquad (19)$$

Приведенные выше формулы применимы и для ондулятора конечной длины l, если

$$l > v\tau_0 = \frac{5m^2c^7}{2e^2\hbar\Omega\Omega_0^2 v\gamma^4}.$$

Это условие может быть реализовано в современных ондуляторных системах при $\gamma \sim 10^7$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А. А., Тернов И. М. ДАН СССР, 1963, 153, 1052.
2. Le Duff J., Marin P. C. et all. «Orsay Rap. Techn.», 1973, 4—73.
3. Байер В. Н. «Успехи физических наук» 1971, 105 (3), 441.
4. Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Б. Г. Ондуляторное излучение. Препринт, № 92, ФИАН, 1974.
5. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. ЖЭТФ, 1972, 63, 2121.
6. Jackson J. D. «Rev. Mod. Phys.», 1976, 48, 417.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1967.
8. Мусса А. Х., Павленко Ю. Г., Петухов В. И. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1974, 15, № 3, 335.

Поступила в редакцию
24.7 1976 г.
Кафедра
теоретической физики