

УДК 535.411 : 531.715

**М. А. Воронцов**                      **АКТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ПОМЕХ В**  
**В. И. Шмальгаузен**                **ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ МАЙКЕЛЬСОНА**

Рассматривается общий подход к проблеме улучшения качества работы следящей системы компенсации помех в интерферометре Майкельсона. Предложенный метод применим к следящим системам, содержащим чувствительный элемент с распределенными параметрами. Предложена практическая схема, позволяющая на порядок повысить устойчивость следящей системы.

Для регистрации весьма малых длин и смещений широко используются интерферометрические методы. Их успешно применяют для решения целого ряда научных и технических задач: калибровка приемников и излучателей звука, измерение амплитуд и резонансных частот механических элементов, изучение явлений в сегнетоэлектриках в точках фазового перехода и т. д. Интерферометрические методы измерений выгодно отличаются от других методов хорошим пространственным разрешением и большой чувствительностью, позволяющей при наиболее благоприятных условиях достигать точности измерения  $\sim 10^{-6}\lambda$  [1, 2]. Однако указанные достоинства метода практически трудно реализовать в полной мере из-за недостатка присущего всем интерферометрическим установкам: крайняя чувствительность ко всякого рода внешним воздействиям, из которых наиболее существенными являются акустические шумы и шумы лазерного излучения.

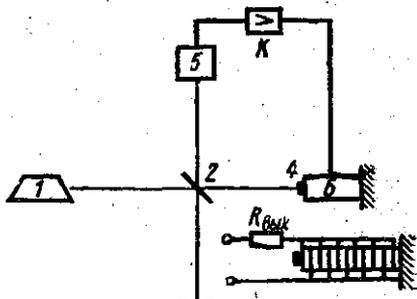


Рис. 1

Рассмотрим принцип работы интерферометра Майкельсона (рис. 1). Луч лазера, работающего в одномодовом режиме, расщепляется полупрозрачным зеркалом (2) на два луча: зондирующий луч направляется в исследуемую точку поверхности (3) и после отражения от объекта поступает на фотодетектор (5). Опорный луч после последовательного отражения от зеркал (4) и (2) также поступает на фотодетектор.

Колебания исследуемой точки объекта  $x(t)$  и воздействие на прибор внешних микросейсмических шумов создают разность хода  $\psi(t) = x(t) + \xi(t)$  интерферирующих лучей. Через  $\xi(t)$  обозначена разность хода, обусловленная внешними воздействиями. Выражение для тока на выходе фотодетектора, согласно [3], имеет вид

$$I(t) = A \left[ \sin \frac{4\pi}{\lambda} \psi(t) + \kappa \right] + \eta(t), \tag{1}$$

где  $\kappa$  — коэффициент, определяющий рабочую точку фотодетектора,  $\lambda$  — длина волны излучения лазера,  $\eta(t)$  — шум фотодетектора. Если интенсивность интерферирующих лучей достаточно велика  $A \gg |\eta(t)|$ ,

то шумами фотодетектора можно пренебречь. Если исследуемые колебания и микросейсмические воздействия таковы, что

$$\frac{4\pi}{\lambda} |\psi(t)| \ll 1, \quad (2)$$

тогда выражение (1) для тока фотодетектора примет вид

$$I(t) \simeq A \left( \frac{4\pi}{\lambda} \psi(t) + \kappa \right). \quad (3)$$

Пусть, кроме того, спектр исследуемого сигнала существенно отличается от спектра шумов. Полезный сигнал  $x(t)$  в этом случае легко можно выделить обычными радиотехническими методами с помощью фильтров. Интенсивность помехи во многих случаях не является малой величиной и (2) не имеет места. Спектр сигнала в этом случае помимо частот помехи и полезного сигнала содержит еще и комбинационные частоты, и спектральное выделение полезного сигнала провести не удастся. Кроме того, в этом случае известные схемы компенсации шумов лазерного излучения [2], хорошо работающие при малой интенсивности микросейсмических шумов  $\xi(t)$ , являются малоэффективными. Пассивные методы компенсации помех связаны с непосредственным уменьшением  $\xi(t)$ : установка интерферометра на массивное основание, специальная конструкция элементов прибора и т. д. Возможности этих методов ограничены и, кроме того, условия работы реальных систем, как правило, не позволяют использовать в полной мере возможности пассивных методов.

Для компенсации влияния помехи используют схемы с отрицательной обратной связью [4]. Зеркало опорного плеча интерферометра (4) крепится на пьезокерамический стержень (6), к которому подводится управляющее напряжение. Под действием приложенной разности потенциалов пьезокерамический стержень изменяет свою длину по некоторому закону  $y(t)$  и перемещает зеркало (4). При этом разность хода интерферирующих лучей имеет вид  $\psi(t) = x(t) + \varepsilon(t)$ , где  $\varepsilon(t) = \xi(t) - y(t)$  — сигнал ошибки слежения. Перемещение зеркала  $y(t)$  должно быть таким, чтобы  $|\varepsilon(t)| \ll \lambda/4\pi$ , тогда, как было указано выше, полезный сигнал  $x(t)$  можно выделить спектральными методами. Использование описанной системы с обратной связью позволяет повысить точность интерферометрических измерений, однако она обладает рядом недостатков, которые существенным образом ограничивают ее возможности. Пьезокерамический блок является механической колебательной системой с распределенными параметрами, совершающей продольные колебания. Амплитудно-частотная характеристика такой системы обладает ярко выраженными резонансами на собственных частотах  $\omega_1, \dots, \omega_n$ . Ряд первых собственных комплексных частот колебательной системы  $\Omega_j = \mu_j + i\omega_j$ ,  $j = 1, \dots, N$ , обладает малыми коэффициентами затухания,  $|\mu_j| \ll \omega_j$ . При замыкании цепи обратной связи возможно самовозбуждение следящей системы, так как в области частот  $\omega_j$  коэффициент усиления в цепи обратной связи  $K$  больше 1 и нарушается фазовое условие устойчивости. Обсудим возможные методы повышения устойчивости следящей системы.

1. Увеличение значений резонансных частот до таких значений, пока не будет выполнено условие устойчивости. Для этого необходимо пьезокерамический стержень сделать возможно более коротким. Однако при уменьшении длины стержня возрастает управляющее напряжение, необходимое для обеспечения требуемой величины удлинения, которая определяется амплитудой микросейсмических шумов. Увеличение величины управляющего напряжения нежелательно по техническим соображениям. В практических схемах для уменьшения управляющего напряжения и увеличения чувствительности системы пьезоблок составляют

из большого числа отдельных пластин (30 штук в [4]), включенных параллельно. Однако при этом собственные частоты получаются сравнительно низкими ( $\sim 10$  кГц).

2. Уменьшение коэффициента усиления в цепи обратной связи на резонансных частотах до такого значения, пока не будет выполнено условие устойчивости, при этом, однако, снижается точность работы системы компенсации.

3. Увеличение коэффициентов затухания  $|\mu_j|$  пассивными методами, например поместив стержень в вязкую среду. Как правило, эти

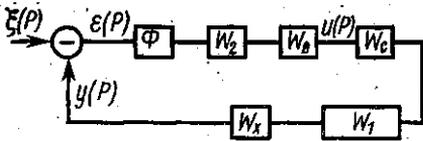


Рис. 2

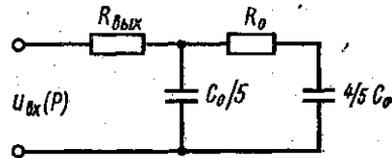


Рис. 3

методы дают некоторый положительный эффект, но не решают задачу, кроме того, их использование приводит к уменьшению статической чувствительности.

Таким образом, ни один из перечисленных методов повышения устойчивости системы компенсации помех не может обеспечить существенного улучшения работы следящей системы, хотя их применение в некоторых случаях полезно. В настоящей работе предлагается активный метод повышения устойчивости, основанный на использовании распределенных свойств объекта управления (секционированного пьезокерамического стержня). Составим структурную схему системы компенсации, рис. 2. Будем предполагать, что она работает в линейном режиме ( $|\varepsilon(t)| \ll \lambda/4\pi$  и характеристики всех звеньев линейны). В этом случае нелинейный блок  $\Phi$  можно заменить идеальным усилителем с коэффициентом усиления  $K_1$ . Динамику пьезокерамического стержня будем описывать передаточной функцией  $W_1(x, \xi, p)$ , которую представим в следующем виде [5]:

$$W_1(x, \xi, p) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\Phi_j(x) \Phi_j(\xi)}{(p - \mu_j)^2 + \omega_j^2}, \quad (4)$$

$\{\Phi_j(x)\}$  — система ортонормированных собственных функций,  $\Omega_j = \mu_j + i\omega_j$  — комплексные частоты продольных колебаний стержня. Через  $W_2(p) = K$  обозначена передаточная функция усилителя. Переходный блок  $W_x(x, p)$  описывает преобразование функции  $\varphi(x, t)$  (относительное удлинение стержня в точке  $x$ ) в сосредоточенный сигнал  $y(t) = \varphi(l, t)$  ( $x=l$  — координата свободного конца стержня). Согласно опре-

делению переходного блока  $W_x(x, p)$ ,  $y(p) = \int_0^l \varphi(x, p) W_x dx$ , т. е.

$W_x(x, p) = \delta(x-l)$ . Емкость пьезокерамического стержня  $C_0$ , которая предполагается постоянной величиной, и выходное сопротивление усилителя  $R_{\text{вых}}$  образуют элементарный блок  $W_b(p)$  с передаточной функцией  $W_b(p) = 1/(T_0 p + 1)$ ,  $T_0 = R_{\text{вых}} C_0$ . Переходный блок  $W_c(\xi, p)$  характеризует распределение управляющего напряжения по секционированному стержню. Передаточная функция этого блока равна отношению силы, действующей на стержень, к управляющему напряжению. Найдём эту силу. Пусть к каждому элементу составного стержня приложено управляющее напряжение  $u(p)$ . Выражение для относительной

деформации при продольном обратном пьезоэффекте, согласно [6], имеет вид  $\frac{\partial \Phi(x, t)}{\partial x} = s\sigma + d_1 E(x, t)$ , где  $E(x, t)$  — электрическое поле в стержне,  $d_1$  — пьезомодуль,  $\sigma$  — напряжение и  $s$  — модуль гибкости (податливости). Отсюда для силы упругости можно записать следующее выражение:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{1}{s} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - d_1 \frac{\partial E}{\partial x} \right).$$

Таким образом, распределение силы вдоль оси стержня, обусловленное явлением обратного пьезоэффекта, выражается формулой

$$F(x, p) = -d \frac{\partial E(x, p)}{\partial x} = d \frac{\partial^2 V(x, p)}{\partial x^2}, \quad d = d_1/s. \quad (5)$$

Предполагается, что распределение потенциала  $V(x, p)$  вдоль оси стержня линейно, т. е.  $V(x, p) = u(p)x/l$ , тогда  $E(x, p) = -u(p)/l$ , подставляя полученное выражение в (5), получим

$$F(x, p) = [\delta(x) - \delta(x-l)]u(p)d/l. \quad (6)$$

Таким образом, при рассмотренной схеме включения пьезокерамического стержня на него действуют две силы, равные по величине и противоположные по направлению, приложенные в точках  $x=0$  и  $x=l$ . Теперь легко записать выражение для переходного блока

$$W_c(\xi, p) = \frac{F(\xi, p)}{u(p)} = [\delta(\xi) - \delta(\xi-l)]d/l.$$

После того как найдены передаточные функции всех элементарных блоков, входящих в состав структурной схемы, можно записать передаточную функцию  $W(p)$  замкнутой системы компенсации [5] (отношение выходного сигнала  $y(p)$  к входному  $\xi(p)$ )

$$W(p) = \frac{K_0 \int_0^l \int_0^l W_c(\xi, p) W_1(x, \xi, p) W_x(x, p) W_b(p) dx d\xi}{1 + K_0 \int_0^l \int_0^l W_c(\xi, p) W_1(x, \xi, p) W_x(x, p) W_b(p) dx d\xi}, \quad (7)$$

или

$$W(p) = \frac{K_0 [W_1(l, 0, p) - W_1(l, l, p)] W_b(p)}{1 + K_0 [W_1(l, 0, p) - W_1(l, l, p)] W_b(p)}. \quad (8)$$

Для статической устойчивости коэффициент  $K_0 = K_1 K d/l$  необходимо выбрать отрицательным  $K_0 < 0$ . Увеличение  $|K_0|$  желательно, так как это приводит к уменьшению динамических ошибок в следящей системе ( $\varepsilon(p) \rightarrow 0$  при  $|K_0| \rightarrow \infty$ ). Ограничение на величину коэффициента усиления накладывает условие устойчивости, к исследованию которого мы и переходим. Комплексные частоты  $p_j = \delta_j + i\nu_j$  замкнутой системы регулирования определяются из следующего характеристического уравнения:

$$K_0 W_b(p) \sum_{j=1}^{\infty} \frac{q_j}{(p - \mu_j)^2 + \omega_j^2} = -1, \quad q_j = \Phi_j(l) [\Phi_j(0) - \Phi_j(l)]. \quad (9)$$

Замыкание цепи обратной связи приводит к тому, что отдельные гармонические составляющие переходного процесса оказываются связанными между собой управляющим воздействием. Из физических соображений ясно, что если собственные частоты  $\omega_j$  достаточно удалены друг от

друга, то связь отдельных гармоник в замкнутой системе будет слабой, если, конечно, коэффициент  $|K_0|$  достаточно мал. Определяющее влияние на изменение комплексных частот будет оказывать резонансный для каждого корня член. Поэтому в выражении (9) для определения комплексной частоты  $p_n = \delta_n + i\nu_n$  можно пренебречь при суммировании по  $j$  нерезонансными членами с  $j \neq n$ . Тогда характеристическое уравнение примет вид

$$K_0 W_l(p) \frac{q_n}{(p - \mu_n)^2 + \omega_n^2} = -1, \quad n = 1, \dots, \infty.$$

Эту систему легко преобразовать к следующему виду:

$$\begin{aligned} \delta_j &= \mu_j - \frac{[q_j]}{2\nu_j} \operatorname{Im} \frac{K_0}{T_0 p_j + 1}, \\ \nu_j^2 &= \omega_j^2 + (\delta_j - \mu_j)^2 - q_j \operatorname{Re} \frac{K_0}{T_0 p_j + 1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из условия устойчивости  $\operatorname{Im} \delta_j < 0$  найдем критическое значение коэффициента усиления:

$$K_{\text{кр}} = \min_j |2\mu_j (1 + T_0^2 \nu_j^2) / T_0 q_j|. \quad (11)$$

Ограничимся рассмотрением только первых  $N$  собственных форм колебаний, коэффициент затухания которых мал,  $|\mu_j| \ll \omega_j, j = 1, \dots, N$ , тогда с учетом (11) система уравнений (10) допускает следующее приближенное решение:

$$\begin{aligned} \delta_j &\simeq \mu_j + K_0 T_0 q_j / 2 (1 + T_0^2 \omega_j^2), \\ \nu_j &\simeq \omega_j, \quad j = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (12)$$

Введем следующее обозначение:  $v_j = \frac{\partial \delta_j}{\partial K_0}$  — скорость движения  $j$  корня на комплексной плоскости  $p$ . Очевидно, если  $v_j > 0$ , то  $j$  корень движется в направлении увеличения устойчивости, при  $v_j < 0$  с увеличением  $|K_0|$  устойчивость корня понижается. Из (12) легко получить

$$v_j = T_0 q_j / 2 (1 + T_0^2 \omega_j^2).$$

Нетрудно понять причины, вызывающие неустойчивость следящей системы. Действительно, в силу граничных условий  $q_j < 0$  и  $\nu_j < 0$ , т. е. для всех  $j$  с увеличением  $|K_0|$  устойчивость системы понижается. Рассмотрим способы улучшения работы системы компенсации. Из (12) следует, что знак скорости существенно зависит от значений собственных функций  $\Phi_j(x)$  в точках приложения силы. Воспользуемся имеющейся возможностью распределения сил по стержню. Различное распределение сил можно получить, прикладывая к элементам секционированного стержня различные по величине напряжения.

Пусть пьезокерамический стержень длины  $l=1$  состоит из  $N$  отдельных элементов. Для простоты будем считать их одинаково поляризованными и изолированными друг от друга. К элементу с номером  $i$  прикладывается управляющее напряжение  $\alpha_i u(p)$ . Согласно (6) это приводит к образованию пары сил, приложенных в граничных точках  $x_{i-1}$  и  $x_i$ , равных соответственно  $u(p) \alpha_i \delta(x - x_{i-1}) d / \Delta_i$  и  $-u(p) \alpha_i \delta(x - x_i) d / \Delta_i$ ,  $\Delta_i = x_i - x_{i-1}, i = 1, \dots, N$ . Но в точке  $x_{i-1}$  действует также сила со стороны предыдущего элемента  $i-1$ , равная  $-\frac{d}{\Delta_{i-1}} u(p) \alpha_{i-1} \delta(x - x_i)$ .

Таким образом, результирующая сила, приложенная в точке  $x_{i-1}$  имеет вид

$$F_{i-1} = du(p) \delta(x - x_{i-1}) \left( \frac{\alpha_i}{\Delta_i} - \frac{\alpha_{i-1}}{\Delta_{i-1}} \right).$$

Сумма всех сил, действующих на стержень,

$$F = du(p) \left[ \frac{\alpha_1}{\Delta_1} \delta(x) - \frac{\alpha_N}{\Delta_N} \delta(x-1) + \sum_{i=2}^N \left( \frac{\alpha_i}{\Delta_i} - \frac{\alpha_{i-1}}{\Delta_{i-1}} \right) \right] \delta(x - x_{i-1}),$$

и соответственно для переходного блока  $W_c(\xi, p)$  можно записать следующее выражение:

$$W_c(\xi, p) = d \left[ \frac{\alpha_1}{\Delta_1} \delta(\xi) - \frac{\alpha_N}{\Delta_N} \delta(\xi-1) + \sum_{i=2}^N \delta(\xi - x_{i-1}) \left( \frac{\alpha_i}{\Delta_i} - \frac{\alpha_{i-1}}{\Delta_{i-1}} \right) \right]. \quad (13)$$

Будем считать по-прежнему  $W_b(p) = \frac{1}{T_0 p + 1}$ . По аналогии с (12) легко получить выражение для коэффициентов затухания

$$\delta_j = \mu_j + \frac{K_0 T_0 \Phi_j(1)}{2(1 + T_0^2 \omega_j^2)} \left[ \frac{\alpha_1}{\Delta_1} \Phi_j(0) - \frac{\alpha_N}{\Delta_N} \Phi_j(1) + \sum_{i=2}^N \left( \frac{\alpha_i}{\Delta_i} - \frac{\alpha_{i-1}}{\Delta_{i-1}} \right) \Phi_j(x_{i-1}) \right]. \quad (14)$$

Полученная формула включает в себя все предыдущие случаи. При  $\alpha_i = 1, i = 1, \dots, N$  (14) совпадает с (4) для составного стержня, включенного согласно рис. 1, а,  $\alpha_i = \begin{cases} 1, & i = 1, \dots, N_1 \\ 0, & i = N_1 + 1, \dots, N \end{cases}$  эквивалентно вклю-

чению неуправляемой части длины  $\Delta = \sum_{i=N_1+1}^N \Delta_i$  к свободному концу стержня. Для повышения устойчивости заданного числа  $M$  составляющих переходного процесса, как следует из (14), необходимо коэффициенты  $\alpha_i, i = 1, \dots, N$  выбрать таким образом, чтобы выполнялась следующая система неравенств:

$$\Phi_j(1) \left[ \frac{\alpha_1}{\Delta_1} \Phi_j(0) - \frac{\alpha_N}{\Delta_N} \Phi_j(1) + \sum_{i=2}^N \left( \frac{\alpha_i}{\Delta_i} - \frac{\alpha_{i-1}}{\Delta_{i-1}} \right) \Phi_j(x_{i-1}) \right] \geq 0. \quad (15)$$

В этом случае  $v_j \geq 0$  для всех  $j = 1, \dots, M$ . С другой стороны, для достижения наибольшей амплитуды статического смещения при заданной величине управляющего напряжения необходимо, чтобы линейная форма  $I = \sum_{i=1}^N \alpha_i$  достигала максимально возможного значения ( $\alpha_i = 1$  — соответствует максимально допустимому напряжению, приложенному к элементу стержня). Таким образом, приходим к следующей задаче линейного программирования: требуется выбрать величины  $-1 \leq \alpha_i \leq 1$  таким образом, чтобы удовлетворялась следующая система неравенств:

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i \alpha_i \geq 0, \quad j = 1, \dots, M, \quad (16)$$

и линейная форма  $I = \sum_{i=1}^N \alpha_i$  принимала максимально возможное значение, где

$$\alpha_{ji} = \Phi_j(1) \left[ \frac{\Phi_j(x_{i-1})}{\Delta_{i-1}} - \frac{\Phi_j(x_i)}{\Delta_i} \right].$$

Случай  $I=N$  соответствует отсутствию ограничений на параметры  $\alpha_i$ . Линейная форма  $I$  характеризует статическую чувствительность системы к сигналу управления, при  $I < 0$  система статически неустойчива.

В общем случае увеличение устойчивости, достигаемое предложенным методом, сопровождается некоторым ухудшением работы следящей системы в статическом режиме, так как уменьшается амплитуда смещений ( $I < N$ ). Этот недостаток можно в значительной степени устранить. Будем подавать управляющее напряжение на каждый элемент стержня через некоторое звено с передаточной функцией  $\alpha_i(p)$ , такой, что  $\alpha_i(0) = 1$ . Передаточные функции синтезируем таким образом, чтобы в области частот, где необходимо осуществить демпфирование собственных колебаний  $\text{Im } \alpha_i(p) = \alpha_i$ , где  $\alpha_i$  — коэффициенты, полученные из решения задачи (16). Таким образом, в статическом случае по-прежнему будем иметь  $I=N$ . Синтез можно, например, осуществить следующим образом. На те элементы стержня, для которых  $\alpha_i < 0$ , управляющее напряжение можно подавать через фазовращающую цепочку, осуществляющую поворот фазы на  $\pi$  вне области слежения, тогда, очевидно, все коэффициенты  $\alpha_i(p)$  будут положительными при  $p=0$  и  $\alpha_i(p) = -\alpha_i$  в области резонансных частот. Если не требуется демпфирования большого числа собственных колебаний, то коэффициенты  $\alpha_i$  могут быть найдены с помощью качественного анализа выражения (15) для скоростей движения корней. В качестве примера использования возможностей распределенного по стержню управления с целью демпфирования собственных колебаний приведем простую практическую схему включения секционированного стержня в цепь обратной связи (рис. 3). Расчет данной схемы показывает, что такое включение может обеспечить значительное повышение устойчивости следящей системы. Использование этой схемы в экспериментальной установке позволило на порядок повысить устойчивость системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В. П., Евтихий Н. Н., Снежко Ю. А., Тычинский В. П. «Акустический журнал», 1976, 92, вып. 1.
2. Бесхлебный В. И., Бондаренко А. Н., Панин Е. В., Троценко В. П. «Измерительная техника», 1974, № 9.
3. Бондаренко А. Н., Маслов Б. Я., Рудая Б. Б., Троценко В. П. «Приборы и техника эксперимента», 1975, № 6.
4. Базыленко В. А., Прокопенко В. Е., Старков Г. С. «Приборы и техника эксперимента», 1970, № 6.
5. Бутковский А. Г. «Автоматика и телемеханика», 1975, № 5.
6. Римский-Корсаков А. В. Электроакустика. М., 1973.

Поступила в редакцию  
23.II 1976 г.  
Кафедра  
общей физики для мехмата