

УДК 548.12

Э. П. Майкова

А. А. Предводителев

О РОЛИ ИНЕРЦИИ ДИСЛОКАЦИИ  
ПРИ ЕЕ ДВИЖЕНИИ ВБЛИЗИ  
ПРЕЦИПИТАТОВ

В работе исследуется вопрос о влиянии инерционного члена в уравнении движения дислокации на решения этого уравнения. Анализируются условия, при выполнении которых инерционным членом можно пренебречь без существенного искажения характера движения дислокации. Рассмотрена возможная роль инерционного члена при движении дислокации вблизи преципитата.

Вопрос об анализе особенностей движения дислокации в неоднородном поле напряжений имеет существенное значение во многих задачах пластической деформации. В этой связи становится весьма важным выбор соответствующего уравнения движения, которое с достаточной точностью давало бы возможность описать движение дислокаций в этих процессах. Обычно принимается, что консервативное движение элемента дислокационной линии может быть описано с помощью уравнения типа [1—4]:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} = f(y). \quad (1)$$

Здесь  $y(t)$  задает положение элемента дислокации в момент времени  $t$ ,  $m$  — эффективная масса единицы длины дислокации,  $B$  — коэффициент демпфирования, характеризующий потери, аналогичные потерям на динамическое вязкое трение,  $f(y)$  — сила, действующая на единицу длины дислокации. Несмотря на кажущуюся простоту практическое использование уравнения (1) встречается с большими сложностями. Особенно сильное усложнение вносит наличие инерционного члена за счет того, что эффективная масса дислокации представляется через контурный интеграл вдоль дислокационной линии [5, 6]. Поэтому имеется стремление пренебречь инерционными свойствами дислокаций, мотивируя это малостью  $m \sim \rho b^2$ , где  $\rho$  — плотность [1, 7]. В связи с этим представляет интерес получение более строгих критериев, при выполнении которых инерционными членами действительно можно пренебречь без существенного искажения характера движения дислокации. Иными словами, представляет интерес формулирование условий, при которых можно с достаточной точностью описать характер движения дислокации с помощью упрощенного уравнения при  $m=0$ :

$$B \frac{d\tilde{y}}{dt} = f(\tilde{y}). \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) будем рассматривать при следующих начальных условиях:

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = v_0; \quad \text{и} \quad \tilde{y}(0) = 0, \quad (3)$$

где  $v_0$  — начальная скорость дислокации. Наряду с (3) для уравнения (1) особый интерес представляют специальные начальные условия:

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = \frac{f(0)}{B} = \frac{\alpha}{B}, \quad (4)$$

которые реализуются, когда дислокация сначала движется в области, где не нужно учитывать инерционный член, а затем при  $t=0$  перемещается в область, где этот учет необходим. Тогда скорость, с которой она пересекает границу со второй областью, можно принять за начальную во второй области.

При постоянной внешней силе  $f(y) = \alpha$  решения уравнений (1) и (2) при начальных условиях (3) имеют вид

$$y = \frac{\alpha}{B} t + \frac{m}{B} \left( v_0 - \frac{\alpha}{B} \right) \left( 1 - e^{-\frac{B}{m} t} \right); \quad \tilde{y} = \frac{\alpha}{B} t. \quad (5)$$

Отсюда видно, что при  $t \gg t_r$  (где  $t_r = \frac{m}{B}$  — время релаксации) происходит выравнивание скоростей дислокаций, подчиняющихся полному и упрощенному уравнениям. Различие будет состоять лишь в том, что дислокация с инерционной способностью будет отставать по времени от дислокации без инерции на величину  $\Delta t = \frac{m}{\alpha} \left( \frac{\alpha}{B} - v_0 \right)$ . При специальных начальных условиях решения полного и упрощенного уравнений полностью совпадают и время опережения будет равно нулю. Условие  $t \gg \frac{m}{B}$  обычно принимается за критерий, который регулирует возможность отбрасывания инерционного члена во многих задачах дислокационной динамики [2, 8]. Однако, как будет видно из дальнейшего, в общем случае этого критерия недостаточно.

Рассмотрим случай движения дислокации в неоднородном поле внутренних напряжений, полагая  $f(y) = \alpha + \beta y^1$ . Произведем подстановку  $\tau = \frac{|\beta|}{B} t$ ,  $y(t) = \frac{\alpha}{|\beta|} u(\tau)$  — это эквивалентно введению новых масштабов времени и длины — и введем следующие обозначения:

$\mu = \frac{m|\beta|}{B^2}$ ,  $\omega_0 = v_0 \frac{B}{\alpha}$ . Тогда уравнения (1) и (2) примут вид:

$$\mu \frac{d^2 u}{d\tau^2} + \frac{du}{d\tau} + u = 1. \quad (6)$$

и

$$\frac{d\tilde{u}}{d\tau} + \tilde{u} = 1 \quad (7)$$

с начальными условиями  $u(0) = 0$ ,  $\left. \frac{du}{d\tau} \right|_{\tau=0} = \omega_0$  и  $\tilde{u}(0) = 0$ . Общие решения уравнений (6) и (7) соответственно имеют вид

$$u(\tau) = A_1 e^{k_1 \tau} + A_2 e^{k_2 \tau} + 1, \quad (8)$$

$$\tilde{u}(\tau) = 1 - e^{-\tau}. \quad (9)$$

<sup>1</sup> В случае нелинейного, но достаточно плавного поля путь движения дислокации можно разбить на интервалы, на каждом из которых  $f(y)$  можно с достаточной степенью точности считать линейной.

При этом  $A_1 = \frac{\omega_0 + k_2}{k_2 - k_1}$ ,  $A_2 = \frac{\omega_0 + k_1}{k_1 - k_2}$ , где  $k_1$  и  $k_2$  — корни соответствующего характеристического уравнения ( $k_1 > k_2$ ). При больших  $\tau$  (8) будет близко к (9), если корень  $k_1 = -\frac{2}{1 + \sqrt{1 - 4\mu}}$  близок к  $-1$ , а это, как легко видеть, возможно лишь при условии  $\mu \ll 1$ . Поэтому для близости решений полного и упрощенного уравнений недостаточно условия  $t \gg \frac{m}{B}$ , и следует дополнительно потребовать выполнения неравенства  $\mu \ll 1$ , или  $|\beta| \ll \frac{B^2}{m}$ , иначе

$$|\text{grad } f| \ll \frac{B^2}{m}. \quad (10)$$

При малом  $\mu$   $k_1 = -1 - \mu - 2\mu^2 - \dots$ ;  $k_2 = -\frac{1}{\mu} + 1 + \mu + 2\mu^2 + \dots$ ;

$$A_1 = -1 + (\omega_0 - 1)\mu + \dots; \quad A_2 = (1 - \omega_0)\mu + (3 - 2\omega_0)\mu^2 + \dots,$$

поэтому

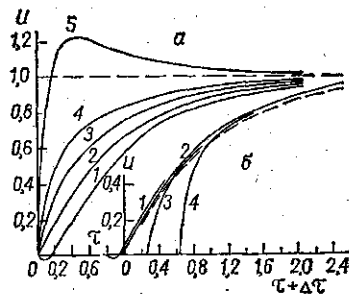
$$u = 1 - e^{-\tau(1+\mu)} - \mu(1 - \omega_0) [e^{-\tau(1+\mu)} - e^{-\frac{\tau}{\mu}}]. \quad (11)$$

При специальных начальных условиях ( $\omega_0 = +1$ ) решение

$$u = 1 - e^{-\tau(1+\mu)} - \mu^2 [e^{-\tau(1+\mu)} - e^{-\frac{\tau}{\mu}}] \quad (12)$$

и решение упрощенного уравнения будут еще ближе друг другу, поскольку последний член в (12) имеет более высокий порядок малости по  $\mu$ , чем в (11). На рис. 1 представлены решения уравнений (6) и (7)

Рис. 1. Зависимость приведенного смещения дислокации от приведенного времени движения  $\tau$  (а) и времени  $\tau + \Delta\tau$  (б) при различных значениях параметра скорости при  $\omega_0$ : 1 — -1, 2 — 1, 3 — 3, 4 — 5, 5 — 12. Пунктирная линия отвечает упрощенному уравнению движения



для  $\alpha = 12 \cdot 10^6$  дин/см;  $\beta = -12 \cdot 10^6$  и  $B = 8 \cdot 10^{-4}$  дин·с/см<sup>2</sup>,  $m = 52 \cdot 10^{-16}$  г/см. В этом случае  $\mu = 0,1$ ,  $k_1 = -1,13$ ,  $k_2 = -8,87$ . Кривые 1—5 на рис. 1, а соответствуют решению уравнения (6) при  $\omega_0 = -1, +1, +3, +5, +12$ . По истечении времени  $\tau \sim \frac{m|\beta|}{B^2}$  скорости движения дислокаций выравниваются. Величину запаздывания скорости можно определить по формуле  $\Delta\tau = \frac{1}{k_1} \ln \frac{1+k_2}{\omega_0+k_2}$ . Это означает, что если каждую кривую 1, 2, 3, 4 сдвинуть на величину  $\Delta\tau$ , то кривая 3, соответствующая  $\Delta\tau = 0$  и отвечающая специальным начальным условиям ( $\omega_0 = +1$ ), будет асимптотой для всех остальных (рис. 1, б). На этом

же рисунке пунктиром представлено решение упрощенного уравнения (9). Выравнивание скоростей имеет место для  $\omega_0 < k_2$ . Однако при  $\omega_0 \geq k_2$  характер движения дислокации меняется — она проскакивает положение равновесия, а затем вновь возвращается к нему (кривая 5 на рис. 1, а). Аналогичное рассмотрение для  $\beta > 0$  показывает, что скорости движения дислокаций будут выравниваться при  $\omega_0 > -k_2$ . Следо-

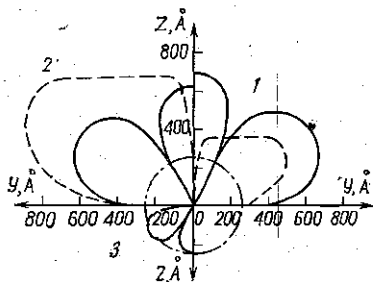


Рис. 2. Сечения инерционных зон (сплошные линии) и эффективных зон торможения (пунктирные линии) дислокации в плоскости  $x=0$  при различных значениях параметра подобия  $Ge\beta^3 B^{-2} r_0^{-1}$ : 1 — 0,019, 2 — 0,998, 3 — 1,38. Размеры преципитата отмечены штрих-пунктирной линией

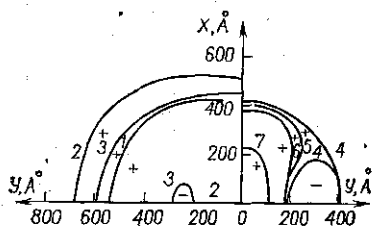


Рис. 3. Сечения инерционных зон плоскостями: 1 — 50, 2 — 300, 3 — 450, 4 — 507, 5 — 525, 6 — 550, 7 — 650 Å. Знак + отвечает ускорению дислокации, знак — торможению дислокации. Значение параметра подобия равно 1,38

вательно, к уже имеющимся двум условиям возможности пренебрежения инерционным членом и (10) следует добавить еще одно —  $\omega_0 \operatorname{sgn} \beta > k_2$ , которое при малом  $\mu$  приближенно можно записать в такой форме:

$$\frac{|\operatorname{grad} f|}{\alpha} v_0 > -\frac{B}{m}. \quad (13)$$

Таким образом уравнение (2) может быть использовано для описания движения дислокации в том случае, когда скорость вхождения дислокации в зону с неоднородным полем внутренних напряжений такова, что удовлетворено условие (13).

Поскольку преципитаты создают поля внутренних напряжений со значительными градиентами, представляет большой интерес с этой точки зрения оценить возможность описания движения дислокации вблизи преципитата на основе упрощенного уравнения (2).

В плоскости скольжения  $z_0 = \operatorname{const}$  компонент напряжения сдвига от шарового когерентного преципитата, действующий на дислокацию с вектором Бюргерса  $b = (0, b, 0)$  имеет вид [7]:  $\sigma_{yz}^p = -\frac{6Ge\epsilon^3 y_0 z_0}{(x^2 + y^2 + z_0^2)^{5/2}}$ ,

где  $G$  — модуль сдвига матрицы,  $\epsilon$  — параметр несоответствия,  $r_0$  — радиус преципитата. Ясно, что пока дислокация, двигающаяся в плоскости  $z = z_0$ , располагается на больших расстояниях от преципитата, где влиянием его поля можно пренебречь, инерционные члены во внимание могут не приниматься. Для того чтобы оценить размеры зоны вблизи преципитата, в которой силы инерции существенны, необходимо найти границы области, где  $|\operatorname{grad} \sigma_{yz}^p| \geq n \frac{B^2}{mb}$ . Здесь  $n$  — константа, определяющая величину погрешности, возникающей из-за отбрасывания инерционного члена. В нижеследующем примере принято  $n = 0,1$ . Назовем такую область инерционной зоной. В качестве примера на

рис. 2 в сечении  $x=0$  приведены конфигурации трех инерционных зон для различных параметров. На рис. 3 представлены сечения плоскостями  $z=\text{const}$  инерционной зоны, изображенной на рис. 2. Размеры инерционных зон в значительной мере зависят от параметров  $G$ ,  $\rho$ ,  $\varepsilon$ ,  $B$ ,  $b$  и  $r_0$ , однако они оказываются подобными друг другу, а их размеры пропорциональными  $\left(\frac{G\varepsilon\rho b^3}{r_0 B^2}\right)^{\frac{1}{4}}$ . При значениях параметров, соответствующих рис. 2, размеры инерционной зоны оказываются меньше размеров преципитата. В этом случае при движении дислокации вне преципитата учитывать инерцию дислокации нет необходимости. Рис. 2 соответствует инерционной зоне, которая по размеру больше преципитата, но меньше эффективной зоны торможения дислокаций [9]. Здесь также нет необходимости учитывать инерционный член в (1), так как дислокация при огибании преципитата не проникает внутрь эффективной зоны. При других значениях параметров инерционная зона может оказаться больше размеров преципитата и эффективной зоны. Например, для случая на рис. 2,  $\varepsilon$  инерционный член следует учитывать, когда дислокация находится на расстояниях  $r \leq 3r_0$  от центра преципитата.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Eshelby J. D. «Phys. Rev.», 1953, 90, 248.
2. Соловьев В. А. — В сб.: Проблемы металловедения и физики металлов. 1972, № 1, 227.
3. Koehler J. S. In «Imperfections in Nearly Perfect Crystals», J. Willey. N.Y., 1952, p. 197.
4. Gillis P. P., Kratochvil G. «Phil. Mag.», 1970, 21, 425.
5. Косевич А. М. ЖЭТФ, 1962, 45, 637.
6. Косевич А. М. «Успехи физических наук», 1964, 84, 579.
7. Eshelby J. D. «Proc. Roy. Soc.», 1949, A197, 396.
8. Gassby K. M., Vreeland T. «Acta Metall.», 1972, 20, 611.
9. Майкова Э. П. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1974, 15, № 3, 355.

Поступила в редакцию  
16.2 1977 г.  
Кафедра  
молекулярной физики