

УДК 621.385.6

В. И. Канавец

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СПЕКТРА СЛОЖНОГО СИГНАЛА В ПРИБОРАХ СВЧ С ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

Излагается и иллюстрируется метод численного исследования преобразования сложного многочастотного сигнала в приборах сверхвысоких частот с электронным потоком, обобщающий различные существующие частные подходы в теории многочастотных нелинейных процессов. Преобразуемый спектр может состоять из некоторого количества спектральных компонентов, разнесенных на величину «фундаментальной» частоты; каждый из компонентов в свою очередь может содержать большое число близких по частоте спектральных линий. Поток заменяется дискретной моделью заряженных элементов. В отличие от других работ уравнения нелинейной теории записываются в рамках методики, основанной на раздельном рассмотрении вихревых и кулоновских полей.

Наиболее полное описание нелинейного преобразования частоты на СВЧ с помощью электронных потоков достигается при использовании дискретных моделей. Модели содержат определенное количество заряженных элементов на период высокочастотного поля. С точки зрения физики процессов образуются ансамбли произвольных фаз и рассматривается индуцированное излучение ансамблей. В настоящее время исследования ведутся с дискретной одномерной дисковой моделью при равномерном начальном распределении частиц ансамблей по фазам (не учитываются начальные шумы). Изучено преобразование спектров с достаточно разнесенными частотами, кратными условной «фундаментальной» частоте (численные расчеты ЛБВ, клистронов и преобразователей частоты [1—4]) и спектров близких частот (расчеты ЛБВ [5]). Метод близких частот в его общем виде применим для расчета любого электронного прибора, представляемого в виде нелинейного четырехполюсника с известными амплитудными и фазовыми выходными характеристиками  $A_{\text{вых}}(A_{\text{вх}})$ ,  $\psi_{\text{вых}}(A_{\text{вх}})$ , где  $A_{\text{вх}}$  — амплитуда входного гармонического сигнала.

Ниже излагается методика, объединяющая оба подхода в нелинейной многочастотной теории и развивающая дальше метод близких частот. Она позволяет найти изменение спектра сложного сигнала при переходе к несущей другой частоты в приборах произвольного типа, рис. 1. Спектр одного из сигналов, назовем его входным, считается узкополосным, однако в его пределах свойства электродинамической системы могут зависеть от частоты. Другие сигналы, поступающие на входы прибора, считаются гармоническими, их частоты, как и в [1—4], кратны фундаментальной частоте  $\omega_0$ . Назовем их опорными сигналами. Типичный пример рассматриваемых спектров качественно показан на рис. 1, е. Он относится к преобразователю с предварительной модуляцией в зазоре резонатора, рис. 1, д. На рис. 1 входные гармонические сигналы изображены узкими стрелками, сигналы на входах и выходах, занимающие полосу частот, даны широкими стрелками. Приборы могут иметь несколько секций, каждая из которых представляет собой или резонатор, или замедляющую систему, или же область дрейфа. На вход какой-либо  $k$ -й секции могут поступать один или несколько опорных сигналов с частотами  $n^{(k)}\omega_0$

$$\mathcal{E}_{\text{вх}}^{(k)} = \sum_{n^{(k)}} A_{\text{лвх}}^{(k)} \cos (n^{(k)} \omega_0 t + \psi_{\text{лвх}}^{(k)}), \quad (1)$$

где  $A_{\text{лвх}}^{(k)}$  — относительные значения амплитуд, пропорциональные напряженности электрического поля сигналов,  $A_{\text{лвх}}^{(k)} \sim |E_{\text{лвх}}^{(k)}|$ ; для секций ЛБВ или клистрона, например,  $A_{\text{лвх}}^{(k)} = \frac{e}{m} \frac{E_{\text{лвх}}^{(k)}}{\omega v_0}$ , где  $E_{\text{лвх}}^{(k)}$  — продольная составляющая электрического поля ( $k \neq 0$ ),  $e/m$  — отношение заряда электрона к массе,  $v_0$  — постоянная составляющая скорости электронов.

Преобразуемый сигнал с узким спектром поступает на вход секции номера  $s$  или на электронную пушку,  $s=0$ . Он представляет

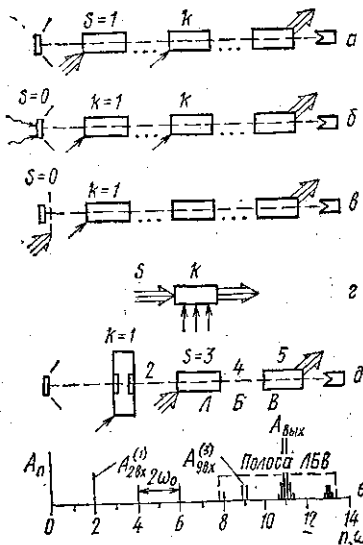


Рис. 1. Блок-схемы преобразователей и типичный спектр

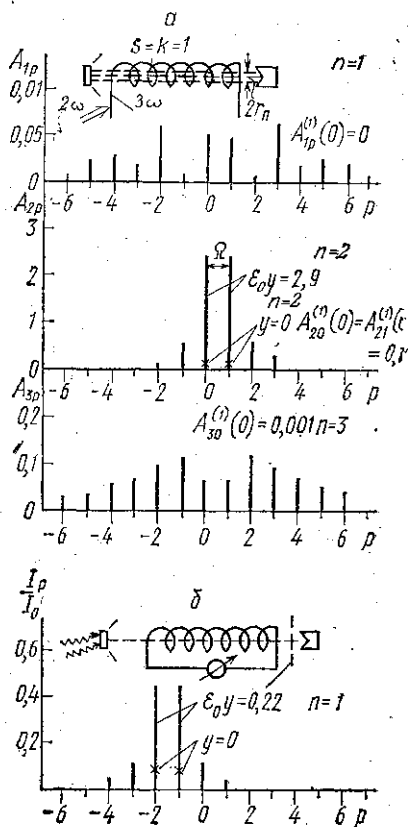


Рис. 2. Спектры сигналов в односекционном ЛБВ-преобразователе частоты (а) и спектры в фото-ЛБВ (б)

ся в виде известного процесса с медленно меняющимися амплитудой и фазой. При возбуждении электродинамической системы  $s$ -й секции на частоте  $n^{(s)} \omega_0$  сигнал дается выражением

$$\mathcal{E}_{\text{лвх}}^{(s)}(\tau) = A_{\text{лвх}}^{(s)}(\tau) \cos [n^{(s)} \omega_0 t + \psi_{\text{лвх}}^{(s)}(\tau)], \quad (2)$$

где  $\tau = \mu t$ ,  $\mu \ll 1$ . Если сигнал поступает в область пушки ( $s=0$ ), то задается изменение тока пучка  $I(\tau)$  с частотой  $n^{(0)} \omega_0$

$$I(\tau) = I_0 \{1 + A_{\text{лвх}}^{(0)}(\tau) \cos [n^{(0)} \omega_0 t + \psi_{\text{лвх}}^{(0)}(\tau)]\}. \quad (3)$$

Модуляция по току может осуществляться, например, светом переменной интенсивности, направленным на фотокатод (фотопреобразователь, рис. 1, б), или воздействием переменного напряжения на управляющем электроде преобразователя с диодным промежутком (рис. 1, а).

Общая задача по нахождению спектра выходного сигнала разбивается на две части. Сначала решаются нелинейные уравнения дискрет-

ных моделей, описанные в работах [2—4]. Если система частот не вырождена ( $n^{(s)} \neq n^{(k)}$ ), вычисляются амплитуды и фазы на выходе прибора ( $A_{\text{вых}}, \psi_{\text{вых}}$ ) для ряда значений входных амплитуд  $A_{\text{вх}}$  и нескольких расстроек частоты гармонического входного сигнала

$$\delta = \frac{1}{\mu} (\omega_{\text{вх}}^{(s)} - n^{(s)} \omega_0) = \frac{d\psi_{\text{вх}}}{d\tau}.$$

Затем прибор изображается в виде нелинейного многополюсника (рис. 1, 2) с известными характеристиками для  $s$ -го входа. Характеристики могут зависеть от двух переменных  $A_{\text{вых}} = A(A_{\text{вх}}^{(s)}, \delta)$ ,  $\psi_{\text{вых}} = \psi(A_{\text{вх}}^{(s)}, \delta)$ . Изменение спектра входного сигнала (в том числе при переходе на другую несущую) рассматривается общими методами теории преобразования спектра в нелинейных инерционных элементах [6] для дискретных или шумовых спектров.

Если частота входного сигнала близка к одной из опорных частот (есть вырождение), то преобразование зависит от медленно меняющейся во времени разности фаз. Образование сигналов типа (2), (3) и решение нелинейных уравнений следует проводить последовательно для дискретного ряда значений медленно меняющегося времени  $\tau$ . Метод характеристик не используется. Задача существенно упрощается, если входящие в преобразователь узкополосные элементы (резонаторы, резонансные замедляющие системы) возбуждаются только на частотах опорных сигналов  $n^{(k)} \omega_0$  и нет вырождения  $n^{(s)} \neq n^{(k)}$ . В этом случае характеристики многополюсника становятся неизменными в пределах узкого спектра и достаточно знать только зависимости от амплитуд  $A_{\text{вх}}(A_{\text{вх}}^{(s)}), \psi_{\text{вх}}(A_{\text{вх}}^{(s)})$ .

Если используются зависимости от двух переменных, то ввиду малости расстройки  $\omega_{\text{вх}}^{(s)} - n^{(s)} \omega_0$  для построения характеристик достаточно брать решения уравнений движения, полученные при условии точного равенства частот  $\omega_{\text{вх}}^{(s)} = n^{(s)} \omega_0$ . Различие величин  $\omega_{\text{вх}}^{(s)}$  и  $n^{(s)} \omega_0$  принимается во внимание только в уравнениях возбуждения узкополосных секций (номера  $l$ ), содержащих дополнительную расстройку  $\frac{n^{(l)}}{n^{(s)}} \mu \delta$ .

Рассмотрим подробнее методику решения для однослойной дисковой или кольцевой моделей. При подаче сигнала на вход электродинамической системы и без учета собственных шумов пучок не имеет начальной модуляции. В начальном сечении  $z=0$  берутся равномерно распределенные времена влёта  $t_{0m}$  или фазы влёта  $\Phi_{0m} = \omega t_{0m} = \frac{2\pi}{M} m$ , где  $M$  — число заряженных элементов на период. Если сигнал поступает на катод или управляющий электрод, то начальные фазы медленно меняются во времени и при каждом значении  $\tau$  находятся при решении трансцендентного уравнения, следующего из закона сохранения заряда  $\frac{I}{I_0} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t}$ ,

$$m \frac{2\pi}{M} = \Phi_{0m}(\tau) + \frac{A_{\text{вх}}^{(0)}(\tau)}{n^{(0)}} \sin(n^{(0)} \Phi_{0m}(\tau) + \psi_{\text{вх}}^{(0)}(\tau)). \quad (4)$$

Вычисление амплитуд и фаз сигнала на выходе прибора  $A_{\text{вых}}, \psi_{\text{вых}}$  производится при фиксированных значениях  $A_{\text{вх}}^{(s)}, \psi_{\text{вх}}^{(s)}, \delta$ . Решается система уравнений возбуждения и движения заряженных частиц последовательно для всех секций от катода до коллектора.

Для секции ЛБВ номера  $l$  на частоте  $\omega_{n\delta}^{(l)} = n^{(l)} \omega_0 + \frac{n^{(l)}}{n^{(s)}} \mu \delta$  уравнение возбуждения попутной волны вихревого поля [1—4] приводится к виду

$$\frac{dF_{n\delta}^{(l)}}{dy} + i \epsilon_0 \tilde{\epsilon}_{n\delta}^{(l)} F_{n\delta}^{(l)} = - \chi_{n\delta}^{(l)} \epsilon_0 I_{n\delta}, \quad (5)$$

где  $y = \frac{\omega_0}{v_0} z$ ,  $z$  — продольная координата;  $F_{n\delta}^{(l)}$  — комплексная амплитуда поля попутной волны,

$$F_{n\delta}^{(l)} = A_{n\delta}^{(l)} e^{i\psi_{n\delta}^{(l)}}, \quad \xi_{n\delta}^{(l)} = b_{n\delta}^{(l)} + i a_{n\delta}^{(l)}, \quad d_{n\delta}^{(l)}, \quad \varepsilon_{n\delta}^{(l)}, \quad b_{n\delta}^{(l)} —$$

параметры потерь, усиления и расстройки теории ЛБВ;  $\varepsilon_0$  — нормирующее значение параметра усиления;

$$\chi_{n\delta}^{(l)} = \left( \frac{\varepsilon_{n\delta}^{(l)}}{\varepsilon_0} \right)^3 (n^{(l)})^2; \quad \gamma_n = |I_n| e^{i\varphi_n} —$$

относительное значение амплитуды  $n$ -й гармоники тока электронного пучка.

Фазовые уравнения движения при раздельном рассмотрении вихревых и кулоновских полей записываются в виде

$$\frac{d^2\Phi_m}{dy^2} = - \left( 1 + \frac{d\Phi_m}{dy} \right)^3 \left[ \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 F_q^{(l)} + \sum_{n^{(l)}} \varepsilon_0^2 A_{n\delta}^{(l)} \cos(n^{(l)}\Phi_m + \psi_{n\delta}^{(l)}) \right], \quad (6)$$

где суммирование проводится по всем частотам  $\omega_{n\delta}^{(l)}$ , если рассматривается узкополосный элемент, и по частотам  $n^{(l)}\omega_0$ , если электродинамическая система широкополосна;  $\Phi_m = \omega_0 t(y, \Phi_{0m}) - y$  — фаза элемента номера  $m$ ,  $F_q^{(l)}$  — безразмерное значение кулоновской силы,  $\frac{\omega_p}{\omega}$  — отношение плазменной частоты к частоте сигнала.

При взаимодействии пучка с вихревым полем резонатора  $l$ -й секции самосогласованная система уравнений [4] с учетом частотных свойств резонатора принимает вид

$$\frac{d^2\Phi_m}{dy^2} = - \left( 1 + \frac{d\Phi_m}{dy} \right)^3 \left[ \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 F_q^{(l)} + A_n^{(l)} f_n^{(l)}(y) \cos(n^{(l)}\Phi_m + \psi_n^{(l)}) \right], \quad (7)$$

$$A_n^{(l)} = M_n^{(l)} |Z_n^{(l)}(\omega_{n\delta}^{(l)}) I_n|, \quad \psi_n = \varphi_n + \arctg \frac{\text{Im} Z_n^{(l)}(\omega_{n\delta}^{(l)})}{\text{Re} Z_n^{(l)}(\omega_{n\delta}^{(l)})}, \quad (8)$$

где  $M_n^{(l)}$  — коэффициент электронного взаимодействия,  $f_n^{(l)}(y)$  — функция распределения продольной составляющей электрического поля в зазоре,  $Z_n^{(l)}(\omega_{n\delta}^{(l)})$  — относительное значение комплексного сопротивления резонатора на частоте  $\omega_{n\delta}^{(l)}$ . При решении систем уравнений (5) — (8) начальными условиями в пучке на входе  $l$ -й секции являются фазы  $\Phi_m$  и производные  $\frac{d\Phi_m}{dy}$ , получаемые при расчете предыдущих секций.

При проведении вычислений по уравнениям (5) — (8) исследуется преобразование спектра с некоторым числом частот  $n\omega_0$ , определяемым характеристиками ЭВМ. Опыт исследования пятисекционного преобразователя с резонатором и замедляющими системами типа рис. 1, д [3] показывает, что современные ЭВМ позволяют рассматривать спектры, содержащие до 20 гармоник частоты  $n\omega_0$  при  $M=300$ .

Спектр выходного сигнала находится различным образом в зависимости от вида входного сигнала. Если входной сигнал имеет период  $T = \frac{1}{\Omega}$  и  $\Omega \ll \omega_0$ , то спектр дискретен и занимает малую полосу частот

$$\left. \begin{aligned} s \neq 0 \\ s = 0 \end{aligned} \right\} \frac{I}{I_0} - 1 = \sum_{p=-N_p}^{N_p} A_{np}^{(s)} \cos[(n^{(s)}\omega_0 + p\Omega)t + \psi_{np}^{(s)}]. \quad (9)$$

Для решения уравнений (5) — (8) период  $T$  разбивается на малые интервалы  $\Delta\tau$ , определяемые шириной спектра. В точках разбиения  $\tau_q$  вычисляются входные амплитуды  $A_{\text{вх}}^{(s)}(\tau)$  и фазы  $\psi_{\text{вх}}^{(s)}(\tau)$ , затем находится переменный сигнал на выходе  $A_{\text{вых}}(\tau)$  и  $\psi_{\text{вых}}(\tau)$ . Разложение в ряд Фурье позволяет получить спектр преобразованного сигнала

$$S_{\text{вых}} = \sum_{p=-N_p}^{N_p} A_{p\text{вых}} \cos [(n_{\text{вых}}\omega_0 + p\Omega) + \psi_{p\text{вых}}] \quad (10)$$

На рис. 2, а в качестве примера показаны спектры преобразованных сигналов в широкополосной ЛБВ с параметрами

$$\frac{\omega_p}{\omega} \leq 0,1, \quad k_{\text{п}} = \frac{2}{\frac{\omega}{v_0} r_{\text{п}}} = 1,1, \quad \varepsilon_0 = 0,03, \quad \xi_{\text{нб}}^{(1)} = 0, \quad \varepsilon_{\text{нб}}^{(1)} + \varepsilon_0 M = 48.$$

Выходное сечение имеет координату  $\varepsilon_0 y = 2,9$ . Входной двухчастотный сигнал с амплитудами  $A_{20}^{(1)}(0) = A_{21}^{(1)}(0) = 0,1$  поступает в канал второй гармоники. Он отмечен крестиками. Опорный сигнал с амплитудой  $A_{30}^{(1)}(0) = 0,001$  действует на частоте  $3\omega_0$ . Выходной преобразованный сигнал получается в канале первой гармоники  $n=1$ . Искажение спектров на выходе ЛБВ и обогащение их комбинационными составляющими  $n\omega_0 + p\Omega$  вызвано главным образом насыщением усиления на частоте  $3\omega_0$ .

На рис. 2, б представлены спектры тока на входе (крестики) и на выходе резонансной фото-ЛБВ с параметрами  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{10}^{(1)} = 0,01$ ,  $\frac{\omega_p}{\omega} = 0$ ,  $\varepsilon_0 y = 0,22$ . Амплитуда поля в замедляющей системе велика и мало меняется с координатой  $A_{1,-1}^{(1)} = A_{1,-2}^{(1)} = 400$ . Начальный сдвиг фаз тока и поля соответствует усилению. Нелинейные процессы приводят к появлению комбинационных составляющих.

При большом числе компонентов  $N_p$  методика позволяет рассматривать преобразование спектра квазিশумового сигнала, имеющего конечную энергию  $\Xi = \frac{1}{2\pi} \sum_p (A_{np}^{(s)})^2$ . Вариант рассматриваемой методики

применим и для анализа преобразования спектра стационарного шумового сигнала с бесконечной энергией, но конечной мощностью. Для этого на входе с помощью генератора случайных чисел и функционального преобразования [7] задается шумовой процесс  $\xi_{\text{ш}}(\tau_q)$ . После решения уравнений [5—8] на выходе находится процесс  $A_{\text{вых}}(\tau_q)$ ,  $\psi_{\text{вых}}(\tau_q)$ , спектр которого вычисляется с помощью корреляционного анализа, описанного также в [7].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Цейтлин М. В., Кац А. М. Лампа с бегущей волной. М., 1964.
2. Бурнейка К. П., Канавец В. И., Ни Н. П., Сандалов А. Н. «Электронная техника. Электроника СВЧ», 1970, вып. 6, 31.
3. Бурнейка К. П., Григоренко Л. П., Канавец В. И. «Электронная техника. Электроника СВЧ», 1970, вып. 5, 73.
4. Канавец В. И., Лопухин В. М., Сандалов А. Н. Лекции по электронике СВЧ, кн. 7. Саратов, 1974.
5. Малышенко В. Н., Солнцев В. А. «Электронная техника. Электроника СВЧ», 1972, вып. 10, 16.
6. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1969.
7. Канавец В. И., Стабилис А. Ю. «Радиотехника и электроника», 1972, 17, 2124.

Поступила в редакцию  
29.9.1976 г.  
Кафедра  
радиофизики