

УДК 535.375 : 621.375.9 : 535

Г. П. Джотян  
Ю. Е. ДьяковНАСЫЩЕНИЕ ВКР  
ПРИ МНОГОМОДОВОЙ НАКАЧКЕ

Приводятся результаты теоретического исследования вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) многомодовой накачки как в линейном режиме, так и в режиме насыщения. Показана возможность расширения спектра монохроматического стоксова сигнала при усилении в поле многомодовой накачки. Обсуждается влияние многомодовости накачки на к. п. д. преобразования, а также возможность «интерференционного» подавления ВКР.

Решение нелинейной задачи о вынужденном комбинационном рассеянии хорошо известно для случая монохроматической (одномодовой) накачки [1].

В настоящей работе нелинейная теория ВКР обобщается на случай многомодовой накачки, комплексная амплитуда которой может быть представлена в виде ряда

$$A_{\text{но}}(t) = \sum_{n=-N}^{+N} a_{\text{нн}}^0 e^{i\Omega_n t}.$$

Рассматриваемая модель описывает усиление и рассеяние последовательности световых импульсов или модулированных по амплитуде и фазе волн (согласованные фазы мод), а также рассеяние оптического шума (несогласованные фазы мод). Многомодовая модель оказывается полезной и при анализе нестационарных процессов (без учета насыщения, [2]).

В дальнейшем моды считаются эквидистантными  $\Omega_n = n\Omega$  (это ограничение несущественно) и расположенными достаточно редко, так что расстояние между соседними модами превышает ширину спонтанной линии,

$$\Omega T_2 \gg 1,$$

$T_2$  — время поперечной релаксации. При этом волну молекулярных колебаний можно приближенно считать одномодовой, что в конечном счете и позволяет получить аналитическое решение системы нелинейных уравнений, описывающих ВКР.

Ранее в этом приближении был исследован линейный режим рассеяния [2]<sup>1</sup>, в частности было получено уравнение, определяющее инкременты пространственного усиления стоксовой волны в среде с дисперсией. В ряде работ рассматривался случай двухмодовой (бигармонической) накачки [3—6].

**Основные уравнения.** Используя разложение по модам, запишем комплексную амплитуду накачки  $A_{\text{н}}$  и стоксовой волны  $A_{\text{с}}$  в рассеивающей среде ( $z \geq 0$ ) в виде

$$A_p(t, z) = \sum_n a_{p\alpha} e^{i\Omega_n t} \quad (p = \text{н, с}),$$

<sup>1</sup> Линейный режим рассеяния рассматривался также в [11].

считая амплитуду молекулярных колебаний одномодовой

$$Q(t, z) = \sum_n Q_n(z) e^{i\Omega n t} = Q_0(z).$$

После подстановки этих выражений в стандартные уравнения, описывающие ВКР [7], получим следующую систему уравнений относительно амплитуд мод  $a_{cn}(z)$ ,  $a_{nn}(z)$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$ ):

$$\frac{d}{dz} a_{cn} = \frac{1}{2} g a_{nn} \sum_m a_{nm}^* a_{cm} \exp[i(n-m)v\Omega z], \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dz} a_{nn} = -\frac{1}{2} \frac{\omega_n}{\omega_c} g a_{cn} \sum_m a_{nm} a_{cm}^* \exp[-i(n-m)v\Omega z]. \quad (16)$$

где  $g$  — фактор усиления ВКР,  $v = \frac{1}{u_c} - \frac{1}{u_n}$  — относительная расстройка групповых скоростей, характеризующая дисперсию среды. Заметим, что  $Q_0(z) \sim \sum_m a_{nm} a_{cm}^*$  с точностью до постоянного коэффициента. Мы рассматриваем взаимодействие попутных волн, когда граничные условия для (1) имеют вид

$$a_{cn}(z=0) = a_{cn}^0, \quad a_{nn}(z=0) = a_{nn}^0.$$

**Когерентный и некогерентный режимы рассеяния.** Некоторые особенности процесса ВКР, связанные с многомодовым спектром накачки, можно выявить, используя приближение заданного поля, т. е. полагая в (1a)  $a_{nn} = a_{nn}^0$  и не учитывая (16). В зависимости от величины суммарной интенсивности накачки  $I_{n0} = \sum_n |a_{nn}^0|^2$  здесь можно различать два предельных случая: а) некогерентный режим,  $I_{n0} \ll I_{кр}$  и б) когерентный режим,  $I_{n0} \gg I_{кр}$ . Критическая интенсивность  $I_{кр} = \frac{4v\Delta\omega_n}{g}$  ( $\Delta\omega_n$  — ширина спектра накачки) характеризует область скачкообразного роста инкремента ВКР [8—10].

В случае а), пренебрегая сильно осциллирующими членами с  $n \neq m$  в правой части (1a), получим

$$a_{cn}(z) = a_{cn}(0) e^{\frac{1}{2} g I_{nn}^0 z}, \quad (2)$$

т. е. пространственное усиление происходит лишь за счет одной моды накачки.

В случае б) можно пренебречь дисперсией ( $v=0$ ); при этом

$$a_{cn}(z) = a_{cn}^0 + \frac{a_{nn}^0}{I_{n0}} \sum_m a_{cm}^0 a_{nm}^{0*} (e^{\frac{1}{2} g I_{n0} z} - 1) \quad (3)$$

и в усилении каждой моды стоксовой волны участвует весь спектр накачки. Особенностью когерентного режима является и то, что стоксовая волна приобретает спектр, повторяющий по форме спектр накачки; согласно (3)

$$a_{cn}(z) \sim a_{nn}^0 \left( \frac{1}{2} g I_{n0} z \gg 1 \right).$$

Входящий в выражение (3) фактор  $C = \sum_m a_{cm}^0 a_{nm}^{0*}$  общий для всех

мод, имеет величину, зависящую от фазовых соотношений между модами накачки и стоксовой волны в начале рассеивающей области ( $z=0$ ).

Таким образом, возможно «интерференционное» подавление ВКР, когда при распространении многомодового излучения в среде рассеяния не возникает ( $C=0$ ), или флуктуации усиления, обусловленные случайными изменениями фаз мод на входе в рассеивающую среду [12].

**Насыщение ВКР при когерентном режиме.** Учтем теперь ослабление многомодовой накачки из-за рассеяния, решая полную систему уравнений (1) при  $\nu=0$ , что соответствует когерентному режиму рассеяния,  $I_{н0} \gg I_{кр}$ . Согласно (1) при  $\nu=0$  выполняются законы сохранения

$$|a_{cn}(z)|^2 + \frac{\omega_c}{\omega_n} |a_{nn}(z)|^2 = \text{const.}, \quad (4)$$

$$a_{cn}^2(z) + \frac{\omega_c}{\omega_n} a_{nn}^2(z) \frac{C}{C^*} = \text{const.},$$

и можно найти интенсивности взаимодействующих волн

$$I_p(z) = \sum_n |a_{pn}(z)|^2 \quad (p = н, с)$$

в области рассеяния

$$I_n(z) = I_{н0} \frac{1+\alpha}{2\alpha} \cdot \frac{(1-\beta)\gamma + (1+\beta)e^{-\beta G}}{\gamma + e^{-\beta G}}, \quad (5)$$

$$I_c(z) = I_{с0} \frac{1+\alpha}{2} \cdot \frac{(1+\beta)\gamma + (1-\beta)e^{-\beta G}}{\gamma + e^{-\beta G}}$$

где  $G = I_{н0} \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) gz$ ,  $\alpha, \beta, \gamma$  — постоянные параметры,

$$\alpha = \frac{\omega_c}{\omega_n} \frac{I_{н0}}{I_{с0}}, \quad \beta = \frac{\sqrt{(1-\alpha)^2 + 4\alpha K}}{1+\alpha}, \quad \gamma = \frac{1+\beta-\alpha(1-\beta)}{\alpha(1+\beta)-1+\beta};$$

постоянная

$$K = \frac{|C|^2}{I_{с0} I_{н0}} = \frac{|\sum_n a_{cn}^0 a_{nn}^{0*}|^2}{\sum_n |a_{cn}^0|^2 \sum_n |a_{nn}^0|^2} \quad (6)$$

характеризует корреляцию входных спектров.

Если  $K=1$ , то  $\beta=1$ , и формулы (5) имеют тот же вид, что и в случае одномодовой накачки [1]. При  $K=0$  рассеяния не происходит ( $I_c(z)=I_{с0}$ ,  $I_n(z)=I_{н0}$ ). В промежуточном случае  $K \neq 0$  предельный к. п. д. преобразования

$$\eta = \frac{\omega_n}{\omega_c} \frac{I_c(\infty) - I_{с0}}{I_{н0}} = \frac{\alpha - 1 + \sqrt{(\alpha - 1)^2 + 4\alpha K}}{2\alpha}$$

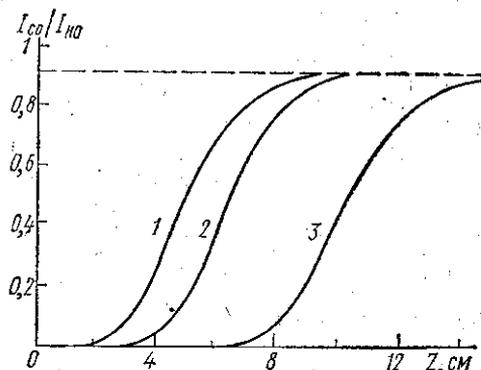
зависит от  $K$ , причем эта зависимость проявляется тем сильнее, чем меньше  $\alpha$ . Например,

$$\eta = 1 + \frac{K}{\alpha} (\alpha \gg 1), \quad \eta = K (\alpha \ll 1).$$

Кривые на рисунке, построенные по формулам (5), иллюстрируют зависимость пространственной эволюции ВКР от корреляции  $K$  входных спектров. Все кривые соответствуют одному и тому же значению параметра  $\alpha = \omega_c I_{н0} / \omega_n I_{с0}$ , но различным  $K$ . На рисунке наглядно видно увеличение порога ВКР при уменьшении корреляции.

Спектр стоксовой волны повторяет спектр накачки. Этот вывод, сделанный раньше без учета эффектов насыщения, подтверждается при интегрировании полной системы уравнений (1) (см. [12]).

В заключении рассмотрим случай, когда ширина спектров взаимодействующих волн меньше ширины линии спонтанного ВКР ( $\Delta\omega_c, \Delta\omega_n \ll \frac{1}{T_2}$ ). Для интенсивностей стоксовой волны и накачки из



Зависимость относительной интенсивности стоксовой волны от длины рассеяния при  $I_{c0} = 10^{-1}$  МВт/см<sup>2</sup>,  $I_{n0} = 10$  МВт/см<sup>2</sup>,  $g = 2,5 \cdot 10^{-2}$  см/МВт ( $N_2$ ) при  $\lambda_n = 0,56$  мк для колебательной частоты  $\nu_Q = 2326,5$  см<sup>-1</sup>. 1 —  $K = 1$ ; 2 —  $K = 0,17$ ; 3 —  $K = 10^{-3}$

системы уравнений, описывающих ВКР, при пренебрежении временной производной от амплитуды молекулярных колебаний ( $T_2 Q \ll Q$ ) имеем:

$$I_c(z, t) = \frac{I_{c0}(\xi) S(\xi)}{S(\eta) + \alpha_1 \int_{\eta}^{\xi} I_{c0}(t) S(t) dt}$$

$$I_n(z, t) = \frac{I_{n0}(\eta) S(\eta)}{S(\eta) + \alpha_1 \int_{\eta}^{\xi} I_{c0}(t) S(t) dt}, \quad \text{где}$$

$$S(t) = \exp \left\{ \alpha_1 \int_0^t \left[ I_{c0}(t') + \frac{\omega_c}{\omega_n} I_{n0}(t') \right] dt' \right\}, \quad \alpha_1 = -g\omega_n/\nu\omega_c,$$

$$\xi = t - z/u_c, \quad \eta = t - z/u_n.$$

Отсюда видно, что в этом случае (в отличие от случая  $\Delta\omega_{n,c} T_2 \gg 1$ ) эффективность рассеяния не зависит от корреляции спектров.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М., 1966.
2. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., «Письма в ЖЭТФ», 1973, 18, 519. Джотьян Г. П., Дьяков О. Е., Никитин С. Ю., Скидин И. Б. Тезисы докладов 7 Всесоюзной конференции по нелинейной и когерентной оптике. Ташкент, 1974, с. 359.
3. Giordmaine J. A., Kaiser W. «Phys. Rev.», 1966, 144, 676.
4. Ахманов С. А., Коротеев Н. И. ЖЭТФ, 1974, 67, 1306.
5. Коротеев Н. И. «Оптика и спектроскопия», 1970, 29, 534.
6. Венкин Г. В., Крочик Г. М., Кулюк Л. Л., Малеев Д. И., Хронополо Ю. Г. «Письма в ЖЭТФ», 1975, 21, 235.
7. Ахманов С. А., Дравович К. Н., Сухоруков А. П., Чиркин А. С. ЖЭТФ, 1970, 59, 485.
8. Дьяков Ю. Е. Краткие сообщения по физике. ФИАН, 1971, № 7, 49.
9. Дьяков Ю. Е. Краткие сообщения по физике. ФИАН, 1973, № 4, 28.
10. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Павлов Л. И. ЖЭТФ, 1974, 66, 520.
11. Королев Ф. А., Вохник О. М., Одинцов В. И. «Письма в ЖТФ», 1976, 2, 224.
12. Никитин С. Ю. Дипломная работа. МГУ, физ. ф-т, 1975.

Поступила в редакцию  
24.11 1976 г.  
Кафедра  
общей физики для мехмата