

УДК 538.574.6

Ю. К. Алексеев
Д. Г. Афонин
А. И. Костиенко

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРОСТОГО РАСЧЕТА СПЕКТРА РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ ОТКРЫТОГО РЕЗОНАТОРА С ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СТРУКТУРОЙ

Рассматривается полусферический открытый резонатор с плоскостройной структурой. В предположении, что фронт волны в таком резонаторе является плоским непосредственно вблизи плоского зеркала, простым методом получено уравнение для расчета спектра собственных частот резонатора с плоскостройной структурой. Для однослойной диэлектрической пластины произведено сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

В миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн открытые резонаторы являются удобным и точным инструментом исследования свойств различных веществ. При внесении в открытый резонатор возмущающего тела изменяются характеристики резонатора: спектр резонансных частот, добротность колебаний, распределение электромагнитного поля в резонаторе. По изменению этих характеристик можно определить параметры помещаемого в резонатор вещества [1—3].

Наиболее просты методы расчета параметров пластинчатых образцов вещества, помещенных в открытый резонатор с плоскими зеркалами. Однако необходимость тщательной юстировки зеркал таких резонаторов значительно осложняет проведение экспериментальных исследований.

Более удобными в эксперименте являются открытые резонаторы со сферическими зеркалами. В работе [2] рассматривался резонатор с диэлектрической пластиной, составляющей с осью резонатора угол, отличный от прямого. Это позволило при расчете зависимости сдвига резонансной частоты от диэлектрической проницаемости образца, помещенного в резонатор, не учитывать отраженных от пластины волн. Недостатком такого метода является небольшая точность измерения диэлектрической проницаемости образца в случае, когда доля энергии, уносимой из резонатора отраженными от пластины волнами, велика.

В работе [3] рассматривался открытый резонатор, состоящий из сферического и плоского зеркал с диэлектрической пластиной, расположенной перпендикулярно оси резонатора вблизи плоского зеркала. Уравнение спектра собственных частот резонатора с пластиной, учитывающее многократные отражения от диэлектрика, фактически получено в приближении плоской волны всюду между зеркалами.

В данной работе в предположении, что фронт волны в открытом полусферическом резонаторе является плоским только непосредственно вблизи плоского зеркала [4], получено простым методом уравнение для расчета спектра собственных частот такого резонатора с плоскостройной структурой.

Рассмотрим открытый резонатор, состоящий из сферического с радиусом кривизны R и плоского зеркал, расположенных на расстоянии L друг от друга. Пусть на расстоянии a от плоского зеркала перпендикулярно к оси резонатора помещено произвольное плоскостройное тело (рис. 1), т. е. тело, у которого все параметры зависят только от одной координаты.

При внесении в открытый резонатор послоистой структуры появляется дополнительный набег фазы волны, распространяющейся в резонаторе. Предполагая, что фронт волны около плоского зеркала плоский, можно считать, что этот набег фазы равен разности фаз коэффициентов отражения плоской волны от двух многослойных структур, одна из которых включает в себя послоистый образец толщиной d , слой воз-

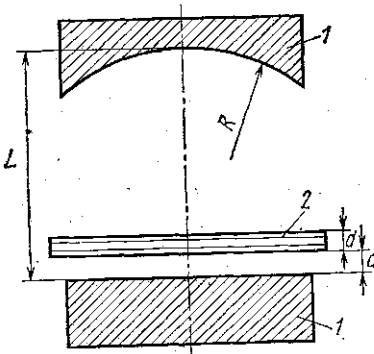


Рис. 1. Полусферический резонатор с послоистой структурой: 1 — зеркала открытого резонатора, 2 — послоистая структура

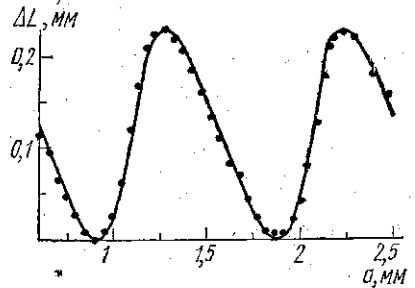


Рис. 2. Зависимость смещения зеркала от положения пластины в резонаторе. Сплошная линия — теория, точки — эксперимент

духа толщиной a и плоское металлическое зеркало. Другая структура состоит из слоя воздуха толщиной $a+d$ и плоского зеркала.

Для определенности рассмотрим коэффициент отражения по магнитному полю. Обозначим коэффициент отражения от первой структуры через r_H . Фазовый множитель коэффициента отражения от второй структуры равен $\exp[-i2k_0(a+d)]$, где $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ — волновое число в вакууме, зависимость поля от времени предполагается в виде $\exp(+i\omega t)$. Тогда искомый дополнительный набег фазы равен

$$-\arg r_H - 2k_0(a+d). \quad (1)$$

Уравнение спектра собственных частот открытого резонатора рассматриваемого типа без образца имеет следующий вид [5]:

$$k_0 L = \pi q + (m + 2n + 1)\alpha, \quad (2)$$

где m, n, q — индексы типа колебания, $\alpha = \arcsin \sqrt{L/R}$. α — полный набег фазы за круговой проход волны в резонаторе без образца выражается следующим образом:

$$2k_0 L - 2(m + 2n + 1)\alpha. \quad (3)$$

Предполагая, что внесенное в резонатор тело мало влияет на поперечное распределение поля в открытом резонаторе [6, 7], получаем выражение для полного набег фазы волны в резонаторе с образцом в виде

$$2k_0 L - 2(m + 2n + 1)\alpha - \arg r_H - 2k_0(a+d), \quad (4)$$

откуда следует, что уравнение спектра собственных частот открытого резонатора с послоистой структурой вблизи плоского зеркала выглядит следующим образом:

$$k_0 L = \pi q + (m + 2n + 1)\alpha + k_0(a+d) + \frac{1}{2} \arg r_H. \quad (5)$$

Для сдвига резонансной частоты Δf при внесении образца в резонатор из (2) и (5) получаем выражение

$$\Delta f = \frac{c}{2\pi L} \left[-k_0(a+d) - \frac{1}{2} \arg r_H \right], \quad (6)$$

где c — скорость света в вакууме.

Смещая сферическое зеркало на расстояние ΔL , можно возбудить открытый резонатор на той же частоте на типе колебания с теми же индексами m, n, q , что и без образца; в этом случае уравнение (5) выглядит следующим образом:

$$k_0(L - \Delta L) = \pi q + (m + 2n + 1)\alpha_1 + k_0(a+d) + \frac{1}{2} \arg r_H, \quad (7)$$

где

$$\alpha_1 = \arcsin \sqrt{\frac{L - \Delta L}{R}}.$$

Из выражений (2) и (7) следует

$$k_0\Delta L = (m + 2n + 1)(\alpha - \alpha_1) - k_0(a+d) - \frac{1}{2} \arg r_H.$$

Используя разложение α_1 по малому параметру $\Delta L/R$ с точностью до первого порядка малости, получим окончательное выражение для искомого смещения зеркала:

$$\Delta L = \frac{-k_0(a+d) - \frac{1}{2} \arg r_H}{k_0 - \frac{m + 2n + 1}{2\sqrt{L(R-L)}}}. \quad (8)$$

В качестве иллюстрации применения полученных формул рассмотрим случай, когда возмущающим телом является плоская однослойная идеальная диэлектрическая пластина толщиной d . Применяя метод импедансов [8], можно получить следующее выражение для коэффициента отражения r_H :

$$r_H = \frac{Z_0 - iZ \frac{Z_0 \operatorname{tg} k_0 a + Z \operatorname{tg} kd}{Z - Z_0 \operatorname{tg} k_0 a \operatorname{tg} kd}}{Z_0 + iZ \frac{Z_0 \operatorname{tg} k_0 a + Z \operatorname{tg} kd}{Z - Z_0 \operatorname{tg} k_0 a \operatorname{tg} kd}}, \quad (9)$$

где $Z_0 = \omega\mu_0/k_0$ — волновое сопротивление вакуума, $Z = \omega\mu/k$ — волновое сопротивление диэлектрика, $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ — волновое число в диэлектрике, ϵ, μ — соответственно абсолютные значения диэлектрической и магнитной проницаемости образца.

Проводя анализ этого выражения, получим для фазы коэффициента отражения r_H следующую формулу:

$$-\frac{1}{2} \arg r_H = \operatorname{arctg} \left(\frac{Z}{Z_0} \cdot \frac{Z_0 \operatorname{tg} k_0 a + Z \operatorname{tg} kd}{Z - Z_0 \operatorname{tg} k_0 a \operatorname{tg} kd} \right) + (s + t + 1)\pi, \quad (10)$$

где $s=0, 1, 2, 3, \dots$, $t=-1, 0, 1, 2, 3, \dots$ и определяются соотношениями:

$$s = \operatorname{entier} \left(\frac{kd}{\pi} \right), \quad t = \operatorname{entier} \left[\frac{k_0 a - \operatorname{arctg} \left(\frac{Z}{Z_0} \operatorname{ctg} kd \right)}{\pi} \right]. \quad (11)$$

Для экспериментальной проверки полученных результатов в открытый резонатор с параметрами $R=30$ мм, $L=27$ мм помещалась слюдя-

ная пластина толщиной $d=0,048$ мм с диэлектрической проницаемостью $\epsilon/\epsilon_0=6,04$. Расстояние L было выбрано примерно равным радиусу кривизны сферического зеркала R для облегчения идентификации простейшего типа колебания с индексами $m=n=0$, на котором производились измерения. На частоте 156, 25 ГГц были проведены измерения зависимости смещения сферического зеркала ΔL от расстояния a между образцом и плоским зеркалом. Эта же зависимость была рассчитана по формуле (8), где коэффициент отражения r_H определялся выражениями (10), (11). Полученные результаты приведены на рис. 2, из которого видно хорошее совпадение теоретических и экспериментальных данных.

Резюмируя сказанное, можно отметить, что формула (5) фактически сводит задачу расчета спектра собственных частот открытого резонатора с произвольным возмущающим плоскостойким телом вблизи плоского зеркала к расчету фазы коэффициента отражения плоской волны от многослойной структуры, методика же этого расчета хорошо известна [8, 9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Брандт А. А. Исследование диэлектриков на СВЧ. М., 1963.
2. Degenford J. E., Coleman P. D. «Proc. IEEF», 1966, 54, N 4.
3. Петрушин А. А., Третьякова С. С. В сб.: Радиотехника. Вып. 34. Харьков, 1975.
4. Kogelnik H., Li T. «Appl. Optics», 1966, 5, N 10.
5. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М., 1966.
6. Ваганов Р. Б. «Радиотехника и электроника», 1969, № 3.
7. Хлопов Г. И. В сб.: Радиотехника. Вып. 21. Харьков, 1972.
8. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.—Л., 1948.
9. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1973.

Кафедра
30.11.1976 г.
Поступила в редакцию
радиофизики