

УДК 535.36

С. В. Кирьянов

О ФЛУКТУАЦИЯХ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТА, РАССЕЯННОГО ЖИДКИМ КРИСТАЛЛОМ

Проводится расчет парной корреляционной функции флуктуаций интенсивности электрического компонента света, рассеянного изотропной фазой жидкого кристалла (Ж. К.).

При исследовании Ж.К. широко используются методы оптической спектроскопии. Измерение параметров рассеянного света позволяет получить новую информацию о процессах, происходящих в Ж.К.

По этой тематике имеется ряд экспериментальных работ [1—4]. В работе [1] измеряется температурная зависимость распределения интенсивности и спектральные характеристики света, рассеянного жидким кристаллом. В работе [2] измеряется интенсивность и длина когерентности света, рассеянного Ж.К., вблизи точки фазового перехода нематическая — изотропная фаза. В работе [3] измеряется радиус корреляции флуктуаций ориентационного параметра порядка в изотропной фазе Ж.К.

Анализ методов, применяемых в экспериментальных исследованиях, указывает на то, что есть необходимость в проведении теоретических расчетов для тех характеристик рассеянного света, которые наиболее просто измеряются экспериментально.

В данной работе проводится расчет корреляционной функции флуктуаций интенсивности рассеянного света для случая когерентного рассеяния.

Эта задача может быть решена следующим образом.

Рассеивающий образец рассматривается как нейтральная система зарядов, излучающая при падении на нее внешнего электромагнитного поля. Известно (см., например, [5]), что для рассеянного поля при этом справедливо следующее уравнение:

$$\mathbf{E} = \text{rot rot } \mathbf{\Pi} - 4\pi\mathbf{P}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{\Pi}$ — вектор Герца, \mathbf{P} в рассматриваемом случае носит флуктуационный характер, так как

$$P_i = \alpha_{ij} E_j, \quad (2)$$

а в жидком кристалле восприимчивость α_{ij} является флуктуационным параметром, E_j здесь компонент электрического поля падающей волны.

Расчет парной корреляционной функции интенсивности рассеянного света

Рассмотрим корреляцию интенсивности в двух точках A_1 и A_2 . Систему координат и точки наблюдения выберем относительно рассеивающего объема следующим образом: начало координат поместим на

середине отрезка, соединяющего точки A_1 и A_2 , которые расположим таким образом, чтобы ось, перпендикулярная к соединяющему их отрезку, проходила через центр рассеивающего образца. В этом случае положение точек в рассеивающем объеме будет задаваться продольной координатой Z и поперечной $\mathbf{r} \equiv (r_x, r_y)$. При таком выборе системы координат $(0, \Delta\mathbf{r})$ — координаты точки A_1 , $(0, -\Delta\mathbf{r})$ — точки A_2 , (Z, \mathbf{r}) — рассеивающего объема.

Отсюда получим

$$\begin{aligned} R(1) &= [Z^2 + (\mathbf{r} - \Delta\mathbf{r})^2]^{1/2}, \\ R(2) &= [Z^2 + (\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r})^2]^{1/2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $R(1)$, $R(2)$ — расстояния от точек A_1 и A_2 соответственно до точки рассеивающего объема с координатами (Z, \mathbf{r}) . Обозначим: k_{xy} и k_z — поперечный и продольный компоненты вектора \mathbf{k} — волнового вектора падающей волны, γ — угол между вектором \mathbf{k} и осью Z . Введем вектор $\mathbf{k}_0 = (\omega/c)\mathbf{m}$, где $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$.

Рассеивающий образец будем считать относительно малым:

$$r/Z \ll 1.$$

Поэтому оператор ∇ в формуле (1) может быть заменен на k_0 . С учетом этой замены из (1) получим

$$E_n(1) E_n^*(1) \equiv I(1) = k_0^2 (\delta_{ij} - m_i m_j) \Pi_i(1) \Pi_j^*(1).$$

Здесь Π_i — компонент вектора Герца.

Для корреляционной функции флуктуаций интенсивности в этом случае справедливо следующее выражение:

$$\langle I(1) I(2) \rangle = k_0^4 (\delta_{ij} - m_i m_j) (\delta_{kl} - m_k m_l) \langle \Pi_i(1) \Pi_j^*(1) \Pi_k(2) \Pi_l^*(2) \rangle. \quad (4)$$

Учитывая то, что

$$\Pi_i(1) = \int [R(1)]^{-1} \alpha_{ij}(1) E_j(1, t - R(1)/c) d\mathbf{l},$$

где $\mathbf{l} \equiv (Z, \mathbf{r})$ — радиус-вектор элемента рассеивающего объема, а

$$E_j = E_0 e_j \exp \{i\omega(t - R/c) - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{l}\}, \quad (5)$$

здесь \mathbf{e} — орт поляризации падающей волны, получим

$$\begin{aligned} \langle \Pi_i(1) \Pi_j^*(1) \Pi_k(2) \Pi_l^*(2) \rangle &= \\ &= \int \langle \alpha_{ia} \alpha_{jb} \alpha_{kc} \alpha_{ld} \rangle Z_0^{-4} E_a E_b^* E_c E_d^* d\mathbf{l}_1 d\mathbf{l}_2 d\mathbf{l}_3 d\mathbf{l}_4. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь Z_0 — среднее расстояние от начала координат до рассеивающего образца.

Поскольку флуктуации восприимчивости в Ж.К. могут считаться гауссовскими, то справедливо следующее выражение (см., например, [6]):

$$\begin{aligned} \langle \alpha_{ia}(\mathbf{l}_1) \alpha_{jb}(\mathbf{l}_2) \alpha_{kc}(\mathbf{l}_3) \alpha_{ld}(\mathbf{l}_4) \rangle &= \\ &= K_{iaib}(\mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_1) K_{kcld}(\mathbf{l}_4 - \mathbf{l}_3) + K_{iald}(\mathbf{l}_4 - \mathbf{l}_1) \times \\ &\times K_{jbkc}(\mathbf{l}_2 - \mathbf{l}_3) + K_{iakc}(\mathbf{l}_3 - \mathbf{l}_1) K_{jbid}(\mathbf{l}_4 - \mathbf{l}_2). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $K_{iajb}(x)$ — корреляционная функция флуктуаций восприимчивости в Ж.К.. В силу стационарности процесса флуктуаций она зависит только от расстояния между точками (см. [7]).

Из (7) видим, что правая часть равенства (6) распадается на три слагаемых:

$$\langle \Pi_i(1) \Pi_j^*(1) \Pi_k(2) \Pi_l^*(2) \rangle = L_1 + L_2 + L_3, \quad (8)$$

где

$$L_1 = Z_0^{-4} \int_V K_{iaib}(l_2 - l_1) K_{kcld}(l_4 - l_3) \times \\ \times E_a(l_1, t) E_b^*(l_2, t) E_c(l_3, t) E_d(l_4, t) dl_1 dl_2 dl_3 dl_4. \quad (9)$$

Аналогичные выражения для L_2 и L_3 легко могут быть получены из (8) с учетом (7) и (6).

Известно [8], что пространственная корреляционная функция флуктуаций восприимчивости в изотропной фазе Ж.К. имеет вид

$$K_{iaib} = T J_2^{-1} I_{iaib} \exp\{-r_{12}/r_c\} r_{12}^{-1}, \quad (10)$$

где

$$I_{iaib} = \frac{1}{2} (\delta_{ij} \delta_{ab} + \delta_{ib} \delta_{ja}) - \frac{1}{3} \delta_{ia} \delta_{jb},$$

$I_2 = r_c A_1$, r_c — радиус корреляции, $A_1 = \frac{15}{2} N (T - T_{кр})$, где N — плотность

числа частиц в рассеивающем образце, r_{12} — расстояние между текущими точками в образце.

Учитывая (10), а также (9), (8) и (6), из (4) путем длительных, но несложных преобразований можно получить:

$$\langle I(1) I(2) \rangle = 4T^2 J_2^{-2} \Delta Q E_0^4 k_0^4 l_a l_b l_c l_d, \quad (11)$$

$$(\delta_{ij} - m_i m_j) (\delta_{kl} - m_l m_k) \{ I_{iaib} I_{kcld} \Phi_1 + (I_{iaid} I_{jbrc} + I_{iakc} I_{jbld}) \Phi_2 \}.$$

Здесь ΔQ — продольные размеры образца,

$$\Phi_1 = \pi^2 (a/Z_0)^4 \{ (\psi/v)^4 + (\psi/v)^2 [2\xi^{-2} + 2 \sin^2(\gamma/2) \times \\ \times (4 - 2 \cos^2(\gamma/2) \cos^2 \varphi)] + \xi^{-4} + 8 \sin^2(\gamma/2) [\xi^{-2} + 2 \sin^2(\gamma/2)] \}^{-1}, \quad (12)$$

$$\Phi_2 = (a/Z_0)^4 [4 \sin^2(\gamma/2) + \xi^{-2}]^{-2} [1 + (\psi a/Z_0)^2]^{-3},$$

где

$$\psi = \Delta r k_0; \quad v = k_0 Z_0 \xi = k_0 r_c,$$

φ — угол между векторами k_{xy} и Δr , $2\Delta r$ — вектор, проведенный из точки A_1 в A_2 .

Проведя в (11) суммирование по повторяющимся индексам, получим окончательное выражение для корреляционной функции флуктуаций интенсивности:

$$\langle I(1) I(2) \rangle = 4T^2 J_2^{-2} \Delta Q^2 E_0^4 k_0^4 \times \\ \times \left[\left(\frac{49}{4} - \frac{7}{6} \cos^2 \theta \right) \Phi_1 + \left(\frac{27}{2} + \frac{8}{3} \cos^2 \theta \right) \Phi_2 \right]. \quad (13)$$

Здесь Φ_1 и Φ_2 заданы формулами (12), а θ — угол между осью Z и ортом поляризации падающей волны. Угол может изменяться в пределах от $\pi/2 - \gamma$ до $\pi/2 + \gamma$, где γ — угол между волновым вектором падающей волны и осью Z .

На рис. 1 представлено семейство зависимостей функции Φ_2 (часть корреляционной функции) от безразмерного расстояния между точками наблюдения $\psi = k_0 \Delta r$ для различных значений угла a/Z_0 , под которым виден рассеивающий образец из начала координат. По оси ординат

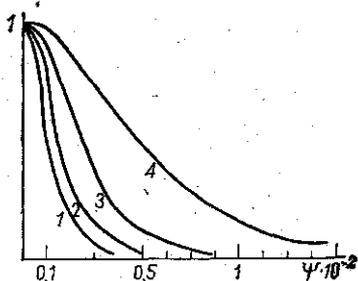


Рис. 1. По оси ординат: $\Phi_2(\Psi; a/z_0; \gamma; \xi)/\Phi_2(0; a/z_0; \gamma; \xi)$. a/z_0 : 1— $4 \cdot 10^2$, 2— $3 \cdot 10^2$, 3— $2 \cdot 10^2$; 4— 10^2 ; $\Psi = k_0 \Delta r$

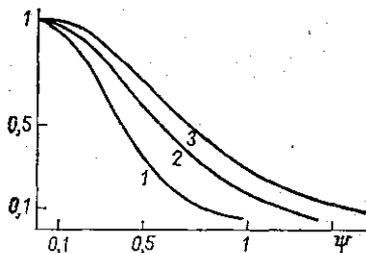


Рис. 2. По оси ординат: $\Phi_1(\Psi; a/z_0; \gamma; \varphi; \nu; \xi)/\Phi_1(0; a/z_0; \gamma; \varphi; \nu; \xi)$. γ : 1— 30° , 2— 45° , 3— 60° ; $\varphi = 0$

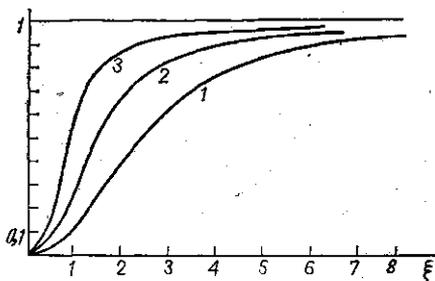


Рис. 3. По оси ординат: $\Phi_2(\xi; \Psi; a/z_0; \gamma)/\Phi_2(\infty; \Psi; a/z_0; \gamma)$. Обозначения те же, что и на рис. 2

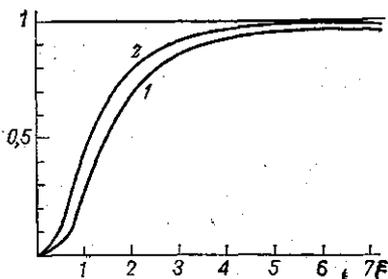


Рис. 4. По оси ординат: $\Phi_1(\xi; \Psi/\nu; \varphi; a/z_0)/\Phi_1(\infty; \Psi/\nu; \varphi; a/z_0)$. γ : 1— 30° , 2— 60° ; $\varphi = 45^\circ$ и $\Psi/\nu = 1$

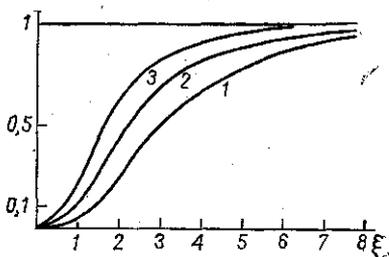


Рис. 5. По оси ординат: $\Phi_1(\xi; \Psi/\nu; \gamma; a/z_0)/\Phi_1(\infty; \Psi/\nu; \gamma; \varphi; a/z_0)$. Ψ/ν : 1— 10^{-1} , 2— $2 \cdot 10^{-1}$, 3— $3 \cdot 10^{-1}$; $\gamma = 45^\circ$, $\varphi = 45^\circ$

здесь откладывается величина $\Phi_2(\psi; a/Z_0; \gamma; \xi)/\Phi_2(0; a/Z_0; \gamma; \xi)$. Рассматривая ход кривых 1—4 (рис. 1), мы видим, что для одних и тех же значений безразмерного расстояния $\psi = k_0 \Delta r$ приведенные значения второго слагаемого, входящего в определение корреляционной функции, возрастают с уменьшением угла a/Z_0 .

На рис. 2 представлено семейство зависимостей функции Φ_1 (первое слагаемое, входящее в определение (13) корреляционной функ-

ции) от безразмерного расстояния ψ для различных значений угла γ . Из рассмотрения хода кривых 1—3 видно, что если вектор k и отрезок, соединяющий точки наблюдения, лежат в одной плоскости, то для одних и тех же значений безразмерного расстояния ψ , величина «коэффициента корреляции», соответствующего функции Φ_1 , возрастет с ростом γ .

Зависимость функций Φ_1 и Φ_2 (слагаемые, на которые распадается корреляционная функция (13)) от безразмерного радиуса корреляции $\xi = k_0 r_c$ при различной геометрии эксперимента, т. е. при различных углах γ , φ и ψ/ν (см. (13) и рис. 1) представлена на рисунках 3, 4 и 5. Из рассмотрения кривых, представленных на рисунках 3 и 4, видно, что «коэффициент корреляции» флуктуаций интенсивности рассеянного света возрастет с ростом безразмерного радиуса корреляции ξ тем быстрее, чем больше угол γ , угол, под которым наблюдается рассеянное излучение.

Ход кривых, представленных на рис. 5, показывает, что «коэффициент корреляции» флуктуаций интенсивности рассеянного излучения возрастает с ростом безразмерного радиуса корреляции $\xi = k_0 r_c$ тем быстрее, чем больше угол ψ/ν — угол, под которым виден отрезок, соединяющий точки наблюдения из центра рассеивающего образца. Из формулы (13) можно легко найти, что Φ_1 тем сильнее изменяется с изменением φ (угол между волновым вектором падающей волны и Δr), чем больше угол γ , под которым наблюдается рассеянное излучение. Зависимость корреляционной функции флуктуаций интенсивности от направления поляризации падающей волны определяется формулой (13).

Следует заметить, что все расчеты, проделанные для изотропной фазы Ж.К., можно легко обобщить также и на случай нематки.

Автор выражает благодарность проф. Р. Л. Стратоновичу за ценные замечания и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Haller I., Lister J. 1970, 25, 1550.
2. Chu B., Vak C. S., Lin F. L. 1972, 128, 1111.
3. Stinson T. W., Lister J. D., 1973, 30, 689.
4. Тезисы докладов на Третьей всесоюзной конференции по жидким кристаллам. Иваново, 1974.
5. Джексон Д. Классическая электродинамика. М., 1965.
6. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., 1966.
7. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., 1961.
8. Стратонович Р. Л. ЖЭТФ, 1976, 70, вып. 4. 1290—1299.

Поступила в редакцию
27.12.1976 г.
Кафедра
общей физики
для мехмата