

УДК 535.375.5 : 621.378.001

Г. П. Джотян  
Ю. Е. Дьяков  
В. Г. Сушко

## ТЕОРИЯ ПЕРЕХОДНОГО РЕЖИМА ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ НАСЫЩЕНИИ

Исследуется переходный режим вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР). С помощью ЭВМ (БЭСМ-6) получен ряд решений системы нелинейных уравнений ВКР, соответствующих различным условиям возбуждения. Показана возможность осцилляционного режима, при котором происходит разбиение накачки на последовательность субимпульсов. Развита теория этого эффекта. Обсуждается влияние различия групповых скоростей на форму и инертность стока импульса.

Нестационарный режим при больших коэффициентах преобразования энергии накачки в энергию стоковой волны — одна из часто встречающихся ситуаций в экспериментах по ВКР. Теория этого режима разработана весьма неполно из-за больших математических трудностей. В связи с этим представляется целесообразным исследование динамики нелинейного режима ВКР с помощью ЭВМ.

Результаты численного интегрирования уравнений ВКР обсуждались в работах [1, 2]. Однако большинство приведенных там данных относится к случаю ВКР — назад; приближенный метод интегрирования, использованный в [1, 2], применим, по-видимому, лишь при не слишком больших коэффициентах преобразования (к. п. д. < 50%).

В настоящей работе производится непосредственное численное интегрирование основной системы уравнений, описывающих ВКР — вперед, как в случае недиспергирующей среды (см. [3]), так и с учетом дисперсии групповых скоростей. Показана возможность существования нового «осцилляционного» режима нелинейного преобразования энергии накачки в энергию стоковой волны в переходном режиме ВКР в условиях больших к. п. д. Он состоит в возбуждении пространственно-временных осцилляций амплитуд взаимодействующих волн, что может приводить к разбиению их на последовательности субимпульсов и к уширению спектров волн, особенно спектра накачки. Эти осцилляции удается качественно и количественно объяснить на основе развитой в данной работе теории переходного режима ВКР, используя приближение заданного поля стоковой волны. Полученное аналитическое решение задачи позволяет оценить значения амплитуды и частоты осцилляций волны накачки как функции интенсивности стоковой волны, длины области взаимодействия и длительности импульса накачки.

### Основные уравнения

Система уравнений, описывающих ВКР, имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial z} A_c + v \frac{\partial}{\partial \theta} A_c = \frac{1}{2} g A_n Q^*,$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} A_n = - \frac{1}{2} \frac{\omega_n}{\omega_c} g A_c Q,$$

$$T_2 \frac{\partial}{\partial \theta} Q + Q = A_n A_c^*, \quad (1)$$

где  $A_n$ ,  $A_c$ ,  $Q$  — амплитуды волны накачки, стоксовой волны и молекулярных колебаний соответственно,  $\nu = \frac{1}{u_c} - \frac{1}{u_n}$  — относительная расстройка групповых скоростей взаимодействующих волн,  $\theta = t - \frac{z}{u_n}$ ,  $T_2$  — время поперечной релаксации,  $g$  — параметр усиления.

Решение системы нелинейных уравнений (1) в стационарном режиме ВКР монохроматической накачки хорошо известно [4]. В работе [5] это решение было обобщено на случай немонохроматической, многомодовой накачки, расстояние  $\Omega$  между модами которой намного превышает ширину линии спонтанного комбинационного рассеяния ( $\Omega T_2 \gg 1$ ). В той же работе приведено решение (1) для случая ВКР в среде с широкими римановскими линиями. Существуют также аналитические решения (1) для случая достаточно коротких импульсов накачки ( $T_2 \rightarrow \infty$ ) [6].

Систему уравнений (1) можно переписать в виде, удобном для численного решения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z'} a_c + \alpha \frac{\partial}{\partial \theta'} a_c &= \frac{1}{2} g' a_n q^*, \\ \frac{\partial}{\partial z'} a_n &= -\frac{1}{2} \frac{\omega_n}{\omega_c} g' a_c q, \\ \frac{\partial}{\partial \theta'} q + q &= a_n a_c^*, \end{aligned} \quad (2)$$

где введены следующие безразмерные величины:

$a_c = A_c / \sqrt{I}$ ,  $a_n = A_n / \sqrt{I}$ ,  $q = Q / I$  — амплитуды взаимодействующих волн,  $z' = z / L$ ,  $\theta' = \theta / T_2$  — независимые переменные,  $\alpha = Lv / T_2 = L \left( \frac{1}{u_c} - \frac{1}{u_n} \right) / T_2$  и  $g' = gLI$  параметры ( $L$  и  $I$  — коэффициенты, имеющие размерность длины и интенсивности).

Система уравнений (2) интегрировалась с граничными и начальными условиями следующего вида:

$$\begin{aligned} a_c(z' = 0, \theta') &= a_{c0} = \text{const} = 10^{-7} a_{n\text{max}}, \\ a_n(z' = 0, \theta') &= a_{n0}(\theta'), \\ q(z', \theta' = 0) &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом, каждое решение системы (2), определяющееся безразмерными параметрами  $a_{n0}$ ,  $g'$ ,  $z'$ ,  $\alpha$ , соответствует множеству различных значений  $A_{n0}$ ,  $g$ ,  $z$  и  $\nu$  при условии, что

$$a_{n0}^2 g' z' = A_{n0}^2 g z, \quad \nu = \alpha T_2 \frac{z'}{z}.$$

### Переходной режим ВКР при групповом синхронизме ( $\nu=0$ )

Рассмотрим сначала случай ВКР, при котором развитие процесса рассеяния определяется инерционностью молекулярных колебаний, т. е. связано с величиной  $T_2$ . Система (2) решалась разностным методом

для вещественных амплитуд при  $a=0$ ,  $g'=2,15 \cdot 10^{-2}$ . При  $L=1$  см,  $I=1$  МВт/см<sup>2</sup>, это значение  $g'$  соответствует случаю ВКР в жидком азоте ( $g=2,15 \cdot 10^{-2}$  см/МВт для колебательной частоты  $\nu_0=2326,5$  см<sup>-1</sup> при  $\lambda_n=0,56$  мкм,  $T_2=0,16 \cdot 10^{-9}$  с, [7]). Были исследованы случаи полубесконечного ступенчатого ( $a_n(z=0, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ a_{н0} & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$ ) и гауссовского ( $a_n(z=0, t) = a_{н0} \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{\sigma^2}\right)$ ) импульсов входной накачки. Стоксов-затравочный сигнал в обоих случаях предполагался монохроматическим ( $a_c(z=0) = \text{const}$ ). Длина рассеяния менялась в пределах  $0 < z' \leq 40$ . Расчет был проведен для двух разных пиковых значений интенсивности входной накачки и стоксовой затравки:

$$a_{н0}^2 = 10^2, \quad a_{с0}^2 = 10^{-12}; \quad a_{н0}^2 = 10^4, \quad a_{с0}^2 = 10^{-10}.$$

Правильность результатов, выдаваемых ЭВМ, контролировалась, в частности, сравнением результатов расчетов с разными шагами, а также выполнением закона сохранения плотности потока числа квантов взаимодействующих волн, который можно получить из (1) при  $\nu=0$ :

$$\frac{|A_n(z, \theta)|^2}{\omega_n} + \frac{|A_c(z, \theta)|^2}{\omega_c} = \frac{|A_c(z=0, \theta)|^2}{\omega_c} + \frac{|A_n(z=0, \theta)|^2}{\omega_n}. \quad (3)$$

При использовании ЭВМ БЭСМ-6 просчет одного варианта для  $0 \leq \theta \leq 10$  и  $0 < z' \leq 40$  занимал около одного часа при максимальной относительной погрешности  $\leq 10\%$ .

На рис. 1 приведена форма импульсов накачки и стоксовой волны в случае ступенчатого импульса входной накачки при различных значениях пространственной координаты  $z'$ . Видна немонотонность поведения во времени амплитуд возбуждающего и рассеянного излучений. В моменты времени, в которых амплитуда накачки принимает нулевое значение, происходит, как следует из (2), полное по числу квантов преобразование в стоксову волну. Форма импульсов взаимодействующих волн в случае гауссовского импульса накачки при различных пиковых значениях амплитуды и различных длинах рассеяния приведена на рис. 2. Кривые на рис. 1, б и 2, б показывают, что при достаточно большом к. п. д. рассеяния возникает режим разбиения импульса накачки на субимпульсы. Из графиков рис. 1 и 2 можно сделать вывод, что частота и размах осцилляций амплитуд взаимодействующих волн возрастают с увеличением интенсивности входной накачки и длины рассеяния, причем эти осцилляции ярче выражены у волны накачки.

### Теория осцилляционного режима ВКР

Из выражения (3) можно написать для изменений амплитуд волн накачки  $\delta A_n(z, \theta)$  и стоксовой  $\delta A_c(z, \theta)$ :

$$\frac{|\delta A_c(z, \theta)|}{|\delta A_n(z, \theta)|} = \frac{\omega_c}{\omega_n} \frac{|A_n(z, \theta)|}{|A_c(z, \theta)|}.$$

Отсюда следует, что в условиях больших к. п. д. преобразования, когда  $|A_c| \gg |A_n|$ , можно пренебречь изменением амплитуды стоксовой волны. Так как осцилляций (см. рис. 1, б, и 2, б) имеют место также при условии  $A_c \gg A_n$ , то их описание можно развить в приближении заданного поля стоксовой волны. В этом приближении имеем

$$\frac{\partial}{\partial z} A_H = -\frac{1}{2} \frac{\omega_H}{\omega_c} A_{c0}(\theta) Q + \delta(z) A_{H0},$$

$$T_2 \frac{\partial}{\partial \theta} Q + Q = A_H A_{c0}^*(\theta), \tag{4}$$

где  $A_{H0} = A_H(z=0, \theta)$ ,  $A_{c0}(\theta)$  — заданная функция времени, и учет граничного условия для амплитуды накачки произведен непосредственно в первом уравнении (4).

Будем для простоты считать, что  $A_{c0}(\theta) = A_{c0} = \text{const}$  и  $A_{H0}(\theta) = A_{H0} = \text{const}$  при  $0 \leq \theta \leq \tau_H$ ,  $A_{c0}(\theta) = A_{H0}(\theta) = 0$  при  $\theta < 0$  и  $\theta > \tau_H$

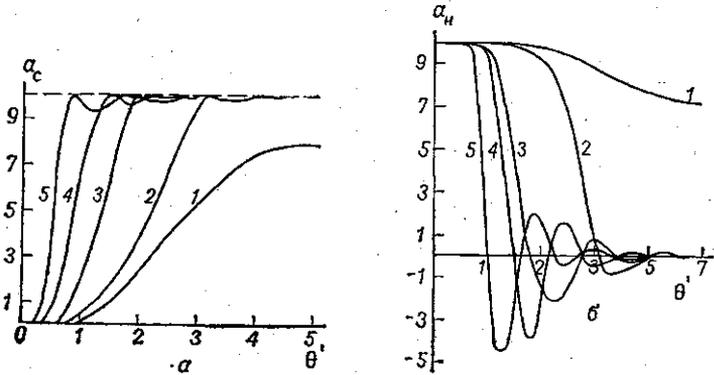


Рис. 1. Форма импульсов стоксовой волны (а) и накачки (б) в недиспергирующей среде при ступенчатой входной накачке:  $a_{H0} = 10$ ,  $a_{c0} = 10^{-6}$  для 1 —  $z' = 15$ , 2 —  $z' = 20$ , 3 —  $z' = 25$ , 4 —  $z' = 30$  и 5 —  $z' = 35$

( $\tau_H$  — длительность импульса накачки). Систему уравнений (4) можно решить, используя преобразование Фурье амплитуд по пространственной координате. Решение с начальным условием  $Q(z, \theta=0) = 0$  имеет вид

$$Q(z, \theta) = \frac{A_{H0} A_{c0}}{T_2} \int_0^\theta e^{-t/T_2} I_0 \left( \sqrt{\frac{2z\Gamma_1 t}{T_2}} \right) dt,$$

$$A_H(z, \theta) = A_{H0} \left[ 1 - \sqrt{\frac{z\Gamma_1}{2T_2}} \int_0^\theta \frac{e^{-t/T_2}}{\sqrt{t}} I_1 \left( \sqrt{\frac{2z\Gamma_1 t}{T_2}} \right) dt \right], \tag{5}$$

где  $\Gamma_1 = \frac{\omega_H}{\omega_c} g |A_{c0}|^2$ ,  $J_0$  и  $J_1$  — функции Бесселя нулевого и первого порядка. Можно показать, что при  $t \rightarrow \infty$   $A_H(z) = A_{H0} e^{-\Gamma_1 z/2}$ , что совпадает со стационарным решением системы уравнений (4). В общем случае, когда  $A_{H0} = A_{H0}(t)$  и  $A_{c0} = A_{c0}(t)$  — заданные произвольные функции времени, решение системы (4) имеет вид

$$A_H(z, \theta) = A_{H0}(\theta) - z \frac{\omega_H}{\omega_c} \frac{g}{T_2} A_{c0}(\theta) \int_0^\theta \left\{ \frac{dt A_{c0}^*(\theta-t) A_{H0}(\theta-t) e^{-t/T_2}}{\sqrt{2 \frac{z}{T_2} \int_{\theta-t}^t \Gamma_1(y) dy}} \right\} \times$$

$$\times I_1 \left( \sqrt{\frac{2z}{T_2} \int_{\theta-t}^t \Gamma_1(y) dy} \right).$$

При пренебрежении релаксацией комбинационно-активного перехода среды ( $\tau_R \ll T_2$  или  $\Gamma_1 z \gg 1$ ) из (5) имеем

$$Q(z, \theta) = \frac{A_{\text{в0}} A_{\text{с0}}}{T_2} \sqrt{\frac{2\theta T_2}{z \Gamma_1}} I_1 \left( \sqrt{\frac{2z \Gamma_1}{T_2} \theta} \right), \quad (6)$$

$$A_R(z, \theta) = A_{\text{н0}} I_0 \left( \sqrt{\frac{2z \Gamma_1 \theta}{T_2}} \right). \quad (7)$$

Таким образом, согласно (6), (7), в условиях больших усилений и малых длительностей импульсов взаимодействующих волн переходной

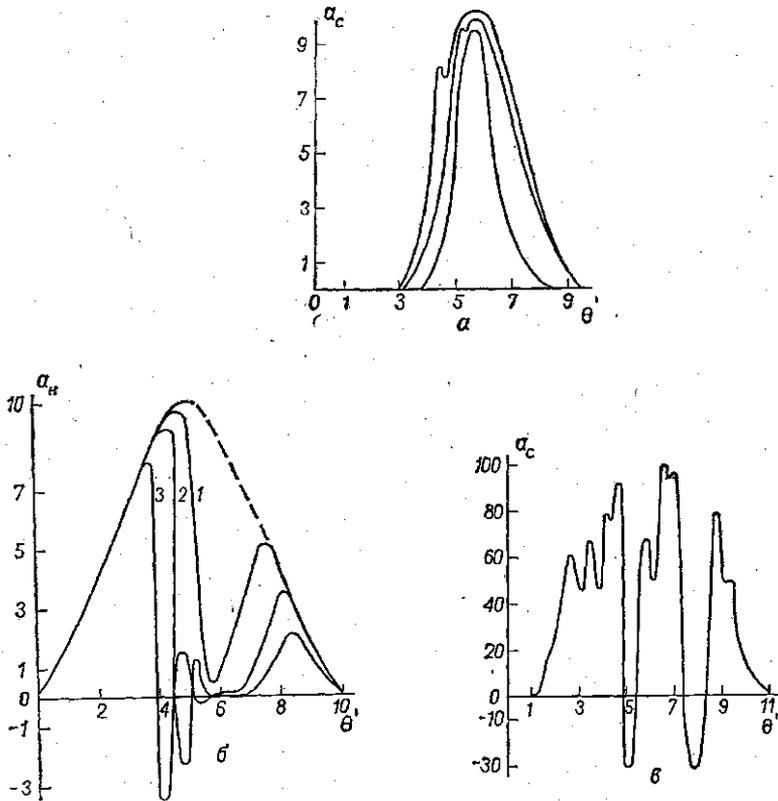


Рис. 2. Форма импульсов стоксовой волны и накачки в недиспергирующей среде при гауссовой входной накачке ( $\sigma=5$ ); а: амплитуда стоксовой волны; б: амплитуда накачки и  $1-z'=20$ ,  $2-z'=30$  и  $3-z'=45$  (пунктир — амплитуда входной накачки); в: амплитуда стоксовой волны при  $z'=10$ ,  $a_{\text{н0}}=10^2$ ,  $a_{\text{с0}}=10^{-5}$ .

режим ВКР имеет осцилляционный характер, причем частота и размах осцилляций амплитуды накачки тем больше, чем больше  $z$  и интенсивность стоксовой волны. Этот результат согласуется с приведенным выше численным решением задачи (см. рис. 1 и 2).

Следует отметить, что рассматриваемый процесс взаимодействия накачки с заданным полем стоксовой волны может трактоваться как процесс преобразования мощности антистоксовой волны в мощность накачки. Таким образом, можно утверждать о возможности осцилляционного характера изменения мощности слабой антистоксовой волны в переходном режиме ВКР.

### Уширение спектра волны накачки

Оценим ширину временного спектра накачки, воспользовавшись выражением (7). Функция  $J_0(x)$  при больших значениях  $x$  меняется значительно в интервале изменения аргумента  $\Delta x \simeq \pi$ . Для функции  $I_0(\sqrt{a\theta})$  можно написать  $\sqrt{a}(\sqrt{\theta + \Delta\theta} - \sqrt{\theta}) \simeq \pi$ . Считая  $\Delta\theta \ll \theta$ , получаем  $\Delta\theta \simeq 2 \frac{\pi}{\sqrt{a}}$ , где  $a = 2z\Gamma_1/\Gamma_2$ . Усреднив  $\Delta\theta$  в интервале времени, равном  $\tau_n$ , можно написать

$$\overline{\Delta\theta} = 4\pi \sqrt{\tau_n} / 3 \sqrt{a}.$$

Соответствующая эффективная ширина спектра накачки будет

$$\Delta\omega_n \simeq \frac{1}{\overline{\Delta\theta}} = \frac{3}{4\pi} \sqrt{\frac{2z\Gamma_1}{\tau_n\Gamma_2}}. \quad (8)$$

При выполнении условия  $\Delta\omega_n \gg \frac{1}{\tau_n}$  имеет место «аномальное» уширение спектра накачки. При этом  $z\Gamma_1 \gg (8\pi^2/9) T_2/\tau_n$ . Это чисто динамическое уширение спектра накачки может, по-видимому, дать вклад в наблюдавшееся в [8] аномальное уширение спектра накачки.

### Влияние различия групповых скоростей ( $v_n \neq v_c$ )

Система уравнений (2) интегрировалась с помощью ЭВМ БЭСМ-6 также с учетом расстройки групповых скоростей, т. е. при  $v \neq 0$  ( $a \neq 0$ ). Осцилляционный характер преобразования сохраняется и в этом случае. Влияние дисперсии среды на процесс ВКР в исследуемых условиях проявляется в укорочении субимпульсов накачки в средах с нормальной дисперсией ( $v < 0$ ) и в удлинении этих субимпульсов в средах с аномальной дисперсией ( $v > 0$ ). Как видно из рис. 3 (где приведены результаты решения системы уравнений (2) на ЭВМ при различных значениях  $v(a)$ ), в случае ступенчатого импульса входной накачки при  $v < 0$  передний фронт стоксовой волны становится более крутым, а при  $v > 0$  менее крутым по сравнению со случаем  $v = 0$ . При этом в случае среды с нормальной дисперсией пиковая интенсивность стоксовой волны может превзойти суммарную интенсивность взаимодействующих волн на входе в среду, в то время как при  $v = 0$  имеет место закон сохранения числа квантов (3). Теория осцилляций, развитая в начале статьи, справедлива и в случае  $v \neq 0$ .

Из приведенных выше результатов исследования с помощью ЭВМ уравнений, описывающих ВКР, а также из теории, развитой для нестационарного ВКР в условиях больших к. п. д. преобразования, можно сделать вывод о возможности «осцилляционного» режима нестационарного ВКР в условиях эффективного нелинейного преобразования в стоксовый компонент. Отсюда вытекает возможность чисто динамиче-

ского, связанного с быстрыми изменениями амплитуд, уширения спектров взаимодействующих волн, причем уширение спектра накачки больше уширения спектра стоксовой волны. Рассмотрим для примера ВКР прямоугольного импульса накачки без фазовой модуляции с длительностью  $\tau_H = 0,5 \cdot 10^{-11}$  с в поле заданной гармонической стоксовой волны с интенсивностью  $I_{c0} = 0,5 \cdot 10^5$  МВт/см<sup>2</sup> в жидком азоте при длине взаимодействия  $z = 45$  см. Для ширины спектра волны накачки в этих условиях получаем из (8):

$$\Delta\omega_H^{вх} = 1,5 \cdot 10^{12} \text{ рад/с} \approx 7,5 \cdot \Delta\omega_H^{вх} \left( \Delta\omega_H^{вх} \approx \frac{1}{\tau_H} \right).$$

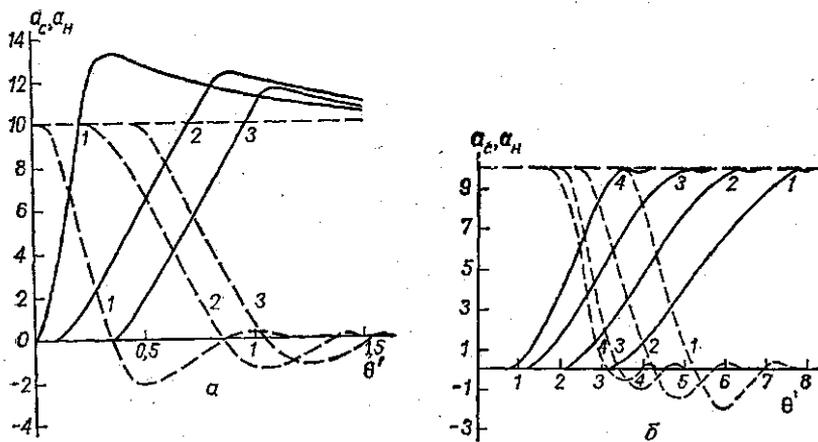


Рис. 3. Форма импульсов накачки и стоксовой волны в диспергирующей среде при ступенчатой входной накачке при  $a_{H0} = 10$ ,  $a_{c0} = 10^{-6}$ ,  $z' = 20$ ; а: среда с нормальной дисперсией ( $\alpha < 0$ ); б: среда с аномальной дисперсией ( $\alpha > 0$ ) (1— $|\alpha| = 0,08$ ; 2— $|\alpha| = 0,04$ ; 3— $|\alpha| = 0,02$  и 4— $\alpha = 0$  (сплошная кривая — амплитуда стоксовой волны, пунктир — амплитуда накачки))

Результаты приведенной выше теории указывают на возможность экспериментального определения времени поперечной релаксации  $T_2$  комбинационно-активного перехода вещества. Для этого необходимо создание специальных условий, при которых было бы справедливо приближение заданного поля стоксовой волны (т. е. на входе в среду  $A_c \gg A_H$ ). Находя экспериментально моменты времени, когда интенсивность накачки принимает нулевое значение, и воспользовавшись формулой (7), можно определить  $T_2$  при известном усилении  $\Gamma_{1z}$ .

Следует отметить, что в данной работе пренебрегается изменением населенностей комбинационно-активных уровней среды в процессе ВКР. Эффекты, связанные с движением населенностей при двухквантовом резонансном взаимодействии излучения с двухуровневой системой (двухфотонное поглощение и ВКР), рассмотрены в работах [9—11].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Dagee K., Kaiser W. «Opt. Commun.», 1974, 10, 63.
2. Dagee K. «Opt. and Quant. Electron.», 1975, 7, 263.
3. Джотян Г. П., Дьяков Ю. Е., Сушко В. Г. Тезисы докладов на 8 Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике, т. 2. Тбилиси, 1976, с. 21.

4. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М., 1966.
5. Джотян Г. П., Дьяков Ю. Е. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астроном.», 1977, 18, № 3.
6. Stevdel H. «Exp. Tech. Phys.», 1972, 20, 409.
7. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Павлов Л. И. ЖЭТФ, 1974, 66, 520.
8. Большой М. А., Голяев Ю. П., Днепровский В. С., Нурминский И. И. ЖЭТФ, 1969, 57, № 2, 346.
9. Полуэктов И. А., Попов Ю. М., Ройтберг В. С. «Письма в ЖЭТФ», 1974, 20, 533.
10. Полуэктов И. А., Попов Ю. М., Ройтберг В. С. «Квантовая электроника», 1975, 2, 1147.
11. Полуэктов И. А., Попов Ю. М., Ройтберг В. С. «Квантовая электроника», 1975, 2, № 12.