ЛИТЕРАТУРА

1. Филатов А. Н. Усреднение в системах дифференциальных и интегродифференциальных уравнений. Ташкент, 1967.
2. Филатов А. Н. Методы усреднения в дифференциальных и интегродифференциальных уравнениях. Ташкент, 1971.
3. Волосов В. М., Моргунов Б. И. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. Изд-во МГУ, 1971.

Поступила в редакцию
6.7 1976 г.
Кафедра
математики

УДК 621.385.69

А. И. Костиенко
А. Ф. Королев

К ОЦЕНКЕ ОБЛАСТИ ГЕНЕРАЦИИ ПРИБОРОВ С ВИНТОВЫМИ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПУЧКАМИ

При взаимодействии электронов, вращающихся в магнитном поле с электромагнитным излучением важную роль играет соотношение между частотой внешнего поля ω и собственной частотой системы ω_n [1, 2].

В данной работе обсуждается роль неэквидистантности энергетических уровней в таких системах (это затрагивается также в [3]) и дается оценка области, в которой вынужденное излучение превосходит поглощение. Анализ проводится на базе квазиклассических представлений, развитых в работах [4, 5].

В [5] было показано, что анализ предельных условий, при которых мощность излучения пучка электронов, вращающихся в магнитном поле, превышает поглощаемую ими мощность, позволяет оценить полную мощность излучения и электронный к. п. д. приборов, использующих потоки вращающихся электронов. Покажем, что на этой же основе можно оценить область частот, в которой возможна генерация.

Предельным условием индуцированного излучения является равенство [5]:

$$1+\frac{4W_{\perp}}{m_0c^2}\,\frac{\tau\Omega x}{1+x^2}=0, \tag{1}$$

где $W_{\perp}$ — «поперечная» энергия электронов, τ — время жизни, Ω — циклотронная частота, m_0 — масса электрона, ω_n — собственная частота системы, ω — частота внешнего поля, $x=2\tau(\omega_n-\omega)$.

Перепишем условие (1) в виде квадратного трехчлена

$$x^2+bx+1=0, \qquad (1+x^2)>0,$$

где

$$b=4W_{\perp}\tau\Omega/m_0c^2. \tag{2}$$

Решение (2) относительно x имеет вид

$$x=-\frac{2W_{\perp}\tau\Omega}{m_0c^2}\pm\sqrt{\left(\frac{2W_{\perp}\tau\Omega}{m_0c^2}\right)^2-1}. \tag{3}$$

Подставляя в (3) выражение для x, получим

$$\omega=\Omega\pm\frac{1}{2\tau}\sqrt{\left(\frac{2W_{\perp}\tau\Omega}{m_0c^2}\right)^2-1}. \tag{4}$$

Дадим численную оценку полученного выражения. Запишем значения входящих в него величин, характерные для работы рассматриваемого типа приборов: $W_{\perp}=10^4$ эВ, $\tau=1{,}04\cdot10^{-9}$ с, $\Omega=10^{11}$ рад/с. Тогда $\left(\frac{2W_{\perp}\tau\Omega}{m_0c^2}\right)^2\sim16$, и, следовательно, единицей под корнем в формуле (4) можно пренебречь. Из выражения (4) видно, что генерация идет на частотах, отличных от собственных частот ω_n. Отличие же крайних частот от циклотронной частоты Ω, которая определяется условием $W_\perp \to 0$, тем больше, чем больше поперечная энергия электронного пучка $W_\perp$.

Учитывая условие превышения вынужденного излучения над поглощением в данной системе

$$1+\frac{4W_\perp \tau\Omega}{m_0c^2}\,\frac{x}{1+x^2}<0, \tag{5}$$

получим выражение для области генерации:

$$\Omega\left(1+\frac{W_\perp}{m_0c^2}\right)>\omega>\Omega\left(1-\frac{W_\perp}{m_0c^2}\right)\approx\omega_n. \tag{6}$$

Для приведенных выше численных значений эта область составляет $\Delta\omega=4\cdot10^9$ рад/с.

Обсудим полученный результат. Как видно из (6), для частот, при которых вынужденное излучение превосходит поглощение, условие генерации отлично от аналогичного условия, полученного в работе [2], а именно: $\omega>\Omega$.

Условие $\omega>\Omega$ вытекает из сделанного в работе [2] предположения: одна из собственных частот системы приравнивается классической циклотронной частоте Ω, которая соответствует невозбужденному электрону, а расстройка x берется в виде $x=2\tau(\omega-\Omega)$. При анализе работы приборов типа МЦР, энергия пучка которых составляет по крайней мере десятки кэВ, это условие требует уточнения — область частот, в которой возможна генерация, должна определяться соотношением (6).

В работе [3] возможность превышения вынужденного излучения над поглощением объясняется тем, что переходы с поглощением происходят на меньшей частоте, чем переходы с излучением. Поэтому величина излучаемого кванта оказывается большей величины кванта, поглощаемого осциллятором. Последнее обстоятельство, по мнению авторов, «может обеспечить превышение интенсивности индуцированного излучения над интенсивностью индуцированного поглощения даже в том случае, если вероятность переходов $p\to p+n$ превышает вероятность переходов $p\to p-n$».

Приведенная трактовка из этого фундаментального обзора по МЦР имеет иллюстративный характер с квантовой точки зрения и также нуждается в уточнении.

В самом деле, рассматриваемая система обладает собственными частотами $\omega^{n;\,n-1}\neq\omega^{n;\,n+1}$, но при воздействии вынуждающей силы система излучает или поглощает на частоте вынуждающего излучения ω. Неэквидистантность энергетических уровней сказывается в другом. Частоты $\omega_{n,\,n-1}$ и $\omega_{n,\,n+1}$ входят в знаменатели выражений для вероятности переходов [1] в виде следующих величин: $(\omega_{n,\,n-1}-\omega)^2$ и $(\omega_{n,\,n+1}-\omega)^2$. Вдали от резонанса можно полагать $(\omega_{n,\,n+1}-\omega)^2\approx(\omega_{n,\,n-1}-\omega)^2$, поскольку $\omega^{n;\,n+1}\approx\omega^{n;\,n-1}$. В этом случае вероятность поглощения $w^{n;\,n+1}$ больше вероятности вынужденного излучения $w_{n,\,n-1}$, так как числитель в выражении для $w_{n,\,n+1}$ больше. Вблизи же от резонанса ситуация меняется. Поскольку $\omega_{n,\,n-1}>\omega_{n,\,n+1}$, то величина $(\omega_{n,\,n-1}-\omega)^2$ при изменении ω может стать значительно меньше величины $(\omega^{n;\,n+1}-\omega)^2$, тогда $w^{n;\,n-1}>w_{n;\,n+1}$. Таким образом, именно превышение вероятности индуцированного излучения над поглощением позволяет получить в системе мощность взаимодействия с внешним электромагнитным полем $P<0$.

По существу проделанные выше выкладки, основанные на анализе формулы для мощности излучения, демонстрируют это. Однако покажем, что условие (6) может быть получено непосредственно из рассмотрения формул для вероятностей перехода с излучением и поглощением. Для этого найдем соотношение между ω, ω_n и Ω, при которых $w_{n,\,n+1}<w_{n,\,n-1}$:

$$\frac{n}{4\tau^2(\omega_{n,n-1}-\omega)^2+1}>\frac{n+1}{4\tau^2(\omega_{n,n+1}-\omega)^2+1}. \tag{7}$$

Преобразуя выражение (7) с учетом того, что знаменатели левой и правой частей величины сугубо положительные, получим

$$n(\omega_{n,n+1}-\omega)[\omega_{n,n+1}+\omega_{n,n-1}-2\omega]-(\omega_{n,n-1}-\omega)^2-\frac{1}{4\tau^2}>0. \tag{8}$$

Используя величину $\beta_\perp^2=2W_\perp/m_0c^2$, перепишем (8) в виде

$$\omega^2-2\omega\Omega+\Omega^2(1-\beta_\perp^4/4)+\frac{1}{4\tau^2}<0. \tag{9}$$

Решением этого уравнения с учетом численных оценок, данных при анализе формулы (4), является

$$\Omega + \frac{\beta_\perp^2 \Omega}{2} > \omega > \Omega - \frac{\beta_\perp^2 \Omega}{2}, \tag{10}$$

т. е. соотношение, совершенное аналогичное (6). Этот результат в достаточной степени очевиден, но тем не менее формально подтверждает приведенные выше рассуждения о роли неэквидистантности энергетических уровней в рассматриваемой системе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schneider J. «Phys. Rev. Lett.», 1959, 2, 504.
2. Соколов А. А., Тернов И. М. Синхротронное излучение. М., 1966.
3. Гапонов А. В., Петелин И. М., Юлпатов В. К. «Изв. вузов. Радиофизика», 1967, № 9—10, 1414—1453.
4. Костиенко А. И., Королев А. Ф. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1973, **14**, № 1, 48.
5. Костиенко А. И., Королев А. Ф. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1975, **16**, № 2, 241.

Поступила в редакцию
15.12 1976 г.
Кафедра
радиофизики

УДК 621.374.4

М. Д. Карасев

НЕЛИНЕЙНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ В БОЛЬШОЕ ЧИСЛО РАЗ ПРИ ФИКСИРОВАННОМ ВРЕМЕНИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В [1] рассмотрено деление частоты в большое число раз с помощью высокодобротной резонансной системы, кратковременно взаимодействующей с гармонической внешней силой делимой частоты. При этом фаза и длительность взаимодействия зависели от амплитуды колебаний высокодобротной резонансной системы. Такое деление частоты было реализовано на электромеханической модели баланса часов [2]. Эксперименты с моделью позволили установить, что с помощью одного резонатора можно получить деление частоты в 10^2 раз, устойчиво сохраняющееся как при значительной нестабильности амплитуды внешнего гармонического воздействия, так и при наличии механических возмущающих вибраций. Недостатками деления частоты способом, рассмотренным в [1] и реализованным в [2], являются большое потребление энергии на делимой частоте и большие размеры устройства электромеханического взаимодействия. Этих недостатков можно избежать, установив в системе деления частоты фиксированную длительность взаимодействия резонансной системы с внешней силой делимой частоты.

При фиксированном времени взаимодействия исходные уравнения [1] останутся неизменными. Как и в [1], будем считать, что внешнее воздействие $P(x, \dot{x})\cos\omega t$ в уравнении

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \Omega_0^2[1 - \gamma(x)]\,x = P(x, \dot{x})\cos\omega t \tag{1}$$

имеет кратковременный характер и совершается у положения равновесия, $x=0$. Но положим, что только начало воздействия внешней силы определяется фиксированной координатой (при $x=0$), окончание же воздействия происходит по истечении фиксированного промежутка времени τ и будет иметь место при смещении Δx_τ, зависящем от амплитуды колебаний. Пусть

$$P(x, \dot{x}) = P_0[\sigma_0(x) - \sigma_0(x - \Delta x_\tau)], \tag{2}$$

где $x = A\sin(\Omega t - \varphi)$, $\Omega = \omega/n$, $n \gg 1$, при этом $(\tau/T) \ll 1$, где $T = 2\pi/\Omega$.