УДК 539.293.011.23 : 535

В. Б. Сулимов

НЕРАВНОВЕСНАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЕ НЕУПОРЯДОЧЕННОГО ПОЛУПРОВОДНИКА В УСЛОВИЯХ ОСВЕЩЕНИЯ

Найдено среднее число заполнения некоторого состояния в запрещенной зоне при освещении неупорядоченного полупроводника светом. Принято одноэлектронное приближение. Если матричный элемент дипольного взаимодействия со светом меньше размытия уровней, вызванного электрон-фононным взаимодействием, то влиянием света на процессы столкновений можно пренебречь. В этом приближении найдены малые поправки к фермиевской функции распределения: постоянная и флуктуирующая со временем с удвоенной частотой света. Показано, что вторая меньше первой, если ширина уровней меньше энергии фотона. Выражение для независящей от времени поправки можно представить в виде уравнения баланса, имеющего ясный физический смысл.

В физике неупорядоченных полупроводников представляет определенный интерес изучение поведения неравновесных носителей заряда в локализованных состояниях. Например, в равновесном состоянии статическая прыжковая проводимость определяется термической активацией и при нулевой температуре обращается в нуль. Если, однако, в запрещенной зоне создать неравновесную концепцию носителей заряда, то и при $T=0$ статическая проводимость по локализованным состояниям будет отлична от нуля [1].

В связи с этим небезынтересно найти среднее число заполнения некоторого состояния в запрещенной зоне при освещении полупроводника светом (это прямо относится, например, к расчету фотодиэлектрического эффекта [2]). Включим в рассмотрение сильное магнитное поле, так как его наличие существенно влияет на перекрытие волновых функций локализованных состояний и, следовательно, на проводимость (см., например, [3]).

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = H_0 + H_i,$$

где H_0 — гамильтониан системы электронов во внешнем электромагнитном поле (включая и случайное поле); H_i — гамильтониан электронфононного взаимодействия.

Обычным путем выделяем из гамильтониана взаимодействие электронов со светом:

$$H_{eR} = \frac{e}{c}(\mathbf{A},\ \mathbf{v}), \tag{1}$$

где $\mathbf{v}$ — оператор скорости электрона в постоянном магнитном поле, $\mathbf{A}$ — векторный потенциал световой волны, $e<0$ — заряд электрона, c — скорость света.

Таким образом,

$$H_0 = H_0' + H_{eR}, \tag{2}$$

где H_0' — гамильтониан электронов в постоянном магнитном поле и в случайном поле.

Для решения поставленной задачи используем метод временных функций Грина, предложенный в работе [4]. В соответствии с этим методом вводятся матрицы одночастичных функций Грина: электронная

$$G(x, x') = \begin{pmatrix} 0 & G^a \\ G^r & F \end{pmatrix}$$

и фононная

$$D(x, x') = \begin{pmatrix} 0 & D^a \\ D^r & \Phi \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} G^r(x, x') &= -i\theta(t-t')\langle[\Psi(x), \Psi^+(x')]_+\rangle, \\ G^a(x, x') &= i\theta(t'-t)\langle[\Psi(x), \Psi^+(x')]_+\rangle, \\ F(x, x') &= -i\langle[\Psi(x), \Psi^+(x')]_-\rangle; \end{aligned} \tag{3}$$

здесь Ψ^+, Ψ — полевые операторы электронов в гейзенберговском представлении, $x = (\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{x}$ — совокупность координаты и спиновой переменной, так что во всех интегралах под $\mathbf{x}$ следует подразумевать и суммирование по спиновой переменной; $[\ldots]_+$ и $[\ldots]_-$ обозначают соответственно антикоммутатор и коммутатор, $\langle\ldots\rangle$ — усреднение по некоторому (в общем случае неравновесному и нестационарному) состоянию; $\theta(t)$ — единичная функция; фононные функции определяются соотношениями (3) с заменой электронных полевых операторов на фононные и $[\ldots]_+ \rightleftarrows [\ldots]_-$.

Электронные функции Грина удовлетворяют уравнениям Дайсона (полагаем $\hbar = 1$):

$$\sigma_x \left[i\frac{\partial}{\partial t} - H_0\right] G(x, x') = \delta(x - x') - \int dx_1 M(x, x_1)\, G(x_1, x^1), \tag{4}$$

где

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad M(x, x') = \begin{pmatrix} M^F & M^r \\ M^a & 0 \end{pmatrix},$$

$M(x, x')$ — матрица массового оператора, определяемого соотношением

$$M_{ij}(x, x') = -ig^2 \int dx_1 dx_2 \gamma^k_{ii'} G_{i'j'}(x, x_1)\, \Gamma^{k'}_{j'j}(x_1, x'; x_2)\, D_{k'k}(x_2, x). \tag{5}$$

Здесь по повторяющимся индексам, определяющим компоненты матриц, подразумевается суммирование; $\Gamma^k_{ij}(x_1, x'; x_2)$ есть полная вершинная матрица, g — константа электрон-фононного взаимодействия, а матрица γ имеет вид

$$\gamma^1_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}\delta_{ij}, \qquad \gamma^2_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma_x)_{ij}.$$

Принимая во внимание (1) и (2), произведя преобразование Фурье

$$f(\varepsilon, \varepsilon') = \int dt dt' \exp(i\varepsilon t - i\varepsilon' t')\, f(t, t')$$

и перейдя к представлению оператора H_0', преобразуем уравнения (4):

$$\sigma_x(\varepsilon-\varepsilon_\lambda)G_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon')=2\pi\delta_{\lambda\lambda'}\delta(\varepsilon-\varepsilon')-$$
$$-\sum_{\lambda_1}\int\frac{d\varepsilon_1}{2\pi}\left[M_{\lambda\lambda_1}(\varepsilon,\ \varepsilon_1)+\frac{\omega_{\lambda\lambda_1}}{\varepsilon-\varepsilon_1}(e\mathbf{x}_{\lambda\lambda_1},\ \mathbf{E}_{\varepsilon-\varepsilon_1})\right]G_{\lambda_1\lambda'}(\varepsilon_1,\ \varepsilon'). \tag{6}$$

Здесь

$$f_{\lambda\lambda'}=\int d\mathbf{x}d\mathbf{x}'\ \psi_\lambda^*(\mathbf{x})f(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\psi_{\lambda'}(\mathbf{x}'),$$

$\psi_\lambda(\mathbf{x})_n$ и ε_λ —собственные функции и собственные значения оператора H_0', E_ω — Фурье-компонент вектора электрического поля световой волны, $\omega_{\lambda\lambda'}=\varepsilon_\lambda-\varepsilon_{\lambda'}$, $\mathbf{x}_{\lambda\lambda'}$ —матричный элемент координаты. В качестве функций $\psi_\lambda(\mathbf{x})$ можно взять, например, ортогонализованную систему функций локализованных состояний, которые при наличии однородного магнитного поля рассматривались в работе [3]. При этом, конечно, не будет учтено влияние состояний непрерывного спектра.

Зная решение уравнений (6), нетрудно найти с помощью выражений (3) среднее число заполнения состояния λ:

$$\langle a_\lambda^+(t)a_\lambda(t)\rangle=-\frac{i}{2}\int\frac{d\varepsilon d\varepsilon'}{(2\pi)^2}e^{-i(\varepsilon-\varepsilon')t}[F_{\lambda\lambda}(\varepsilon,\ \varepsilon')+$$
$$+G^a_{\lambda\lambda}(\varepsilon,\ \varepsilon')-G^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon,\ \varepsilon')], \tag{7}$$

где $a_\lambda^+(t)$, $a_\lambda(t)$ — гейзенберговские операторы порождения и уничтожения электрона в состоянии λ:

$$a_\lambda(t)=\int d\mathbf{x}\psi_\lambda^*(\mathbf{x})\Psi(\mathbf{x}t).$$

Свет будем считать монохроматичным, так что

$$\mathbf{E}_\omega=\pi\mathbf{E}_1[\delta(\omega-\Omega)+\delta(\omega+\Omega)], \tag{8}$$

где $\mathbf{E}_1$ и Ω — амплитуда и частота светового поля.

Ограничимся не слишком большими интенсивностями света, когда

$$|(e\mathbf{x}_{\lambda\lambda_1},\ \mathbf{E}_1)|^2/\gamma_\lambda\gamma_{\lambda_1}\ll 1, \tag{9}$$

где γ_λ, γ_{λ_1} — размытие уровней энергии ε_λ, $\varepsilon_{\lambda_1}=\varepsilon_\lambda\pm\Omega$, вызванное электрон-фононным взаимодействием.

Тогда влиянием света на процессы столкновения можно пренебречь и массовый оператор записать в виде

$$M_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon')=2\pi\delta(\varepsilon-\varepsilon')M_{\lambda\lambda'}(\varepsilon). \tag{10}$$

Учитывая (8) и (10), перепишем уравнения (6) покомпонентно в более удобной для дальнейшего форме

$$G^r_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon')=\frac{2\pi\delta_{\lambda\lambda'}\delta(\varepsilon-\varepsilon')}{\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)}-\sum_{\lambda_1\neq\lambda}\frac{M^r_{\lambda\lambda_1}(\varepsilon)G^r_{\lambda_1\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon')}{\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)}+$$
$$+\sum_{\substack{\lambda_1\\ l=1,2}}\frac{\omega_{\lambda\lambda_1}}{2\Omega}\frac{(e\mathbf{x}_{\lambda\lambda_1},\ \mathbf{E}_1)(-1)^lG^r_{\lambda_1\lambda'}(\varepsilon+(-1)^l\Omega,\ \varepsilon'}{[\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)]}, \tag{11}$$

$$F_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon') = -\sum_{\lambda_1}\frac{G^r_{\lambda\lambda_1}(\varepsilon,\ \varepsilon')\,M^F_{\lambda_1\lambda'}(\varepsilon')}{\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}+M^a_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')} - \sum_{\lambda_1\neq\lambda'}\frac{F_{\lambda\lambda_1}(\varepsilon,\ \varepsilon')\,M^a_{\lambda_1\lambda'}(\varepsilon')}{\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}+M^a_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')} +$$

$$+\sum_{\substack{\lambda_1\\ l=1,2}}\frac{(-1)^l F_{\lambda\lambda_1}(\varepsilon,\ \varepsilon'-(-1)^l\Omega)\ \ \omega_{\lambda_1\lambda'}(e\mathbf{x}_{\lambda_1\lambda'},\ \mathbf{E}_l)}{[\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}+M^a_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')]\,2\Omega}. \tag{12}$$

Последнее уравнение получено из соответствующего уравнения (6) эрмитовским сопряжением, при этом использованы соотношения

$$G^{r*}_{\lambda'\lambda}(\varepsilon',\ \varepsilon) = G^a_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon'),\quad F^*_{\lambda'\lambda}(\varepsilon',\ \varepsilon) = -F_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon'),$$

$$M^{r*}_{\lambda'\lambda}(\varepsilon',\ \varepsilon) = M^a_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon'),\quad M^{F*}_{\lambda'\lambda}(\varepsilon',\varepsilon) = -M^F_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon').$$

В диагональной по λ аппроксимации для массового оператора, условие применимости которой будет выписано ниже, при $\mathbf{E}_l=0$ из уравнений (11), (12) находим

$$G^{r(0)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon') = \frac{2\pi\delta_{\lambda\lambda'}\,\delta(\varepsilon-\varepsilon')}{\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)}, \tag{13}$$

$$F^{(0)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon') = -\frac{2\pi\delta_{\lambda\lambda'}\,\delta(\varepsilon-\varepsilon')\,M^F_{\lambda\lambda}(\varepsilon)}{[\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)]\,[\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^a_{\lambda\lambda}(\varepsilon)]}. \tag{14}$$

При $g\to 0$ эти выражения должны переходить в соответствующие выражения для свободных функций Грина:

$$\underset{g\to 0}{G^{r(0)}_{\lambda\lambda'}}(\varepsilon,\ \varepsilon') = \frac{2\pi\delta_{\lambda\lambda'}\,\delta(\varepsilon-\varepsilon')}{\varepsilon-\varepsilon_\lambda+i\delta},\quad \delta\to+0, \tag{15}$$

$$F^{(0)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon') = -i\,(2\pi)^2\,(1-2n_\lambda)\,\delta_{\lambda\lambda'}\,\delta(\varepsilon-\varepsilon_\lambda)\,\delta(\varepsilon-\varepsilon'), \tag{16}$$

где $n_\lambda = \left[\exp\left(\frac{\varepsilon_\lambda-\mu}{T}\right)+1\right]^{-1}$, μ — химический потенциал, T — температура в энергетических единицах.

Выражение (16) можно получить следующим образом. При $g=0$, $\mathbf{E}_l=0$ уравнение (6) для F

$$(\varepsilon-\varepsilon_\lambda)\,F^{(0)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon') = 0$$

и ему эрмитово сопряженное

$$(\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'})\,F^{(0)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon') = 0$$

имеют решение

$$F^{(0)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon,\ \varepsilon') = C_{\lambda\lambda'}\,\delta(\varepsilon-\varepsilon_\lambda)\,\delta(\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}), \tag{17}$$

где $C_{\lambda\lambda'}$ — неизвестные коэффициенты, которые находим, подставляя в левую часть (7) равновесное значение

$$\langle a^+_{\lambda'}(t)\,a_\lambda(t)\rangle_0 = \delta_{\lambda\lambda'}n_\lambda,$$

а в правую — выражение (15) и (17).

Сравнивая (14) и (16), заключаем, что должно иметь место соотношение

$$\lim_{g\to 0}\frac{M^F_{\lambda\lambda}(\varepsilon_\lambda)}{\operatorname{Im} M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon_\lambda)} = 2i\,(1-2n_\lambda), \tag{18}$$

которое можно получить и прямо из выражений (5) (см. Приложение), предположив, что плотность состояний вблизи уровня ε_λ мало меняется в интервале энергии порядка характерной энергии фононов.

Будем решать уравнения (11), (12) итерациями, так что функция $G^{r(n)}$ получается при подстановке в правую часть (11) функции $G^{r(n-1)}$, а $F^{(n)}$ — при подстановке $G^{r(n)}$ и $F^{(n-1)}$ в правую часть (12). Функции $G^{r(0)}$ и $F^{(0)}$ определим формулами (13) и (14), при этом, очевидно, индекс n отмечает функции, содержащие степени поля световой волны $\mathbf{E}_1$, не превосходящие n. Уже на втором этапе итераций нетрудно убедиться, что членами, содержащими недиагональные по λ компоненты массового оператора, можно пренебречь, если выполняется неравенство

$$|M_{\bar\lambda\lambda}(\varepsilon_\lambda)/M_{\lambda\lambda}(\varepsilon_\lambda)| \ll 1,$$

здесь λ и $\bar\lambda$ — состояния с одинаковой энергией, но различными центрами локализации.

Тогда

$$G^{r(2)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon, \varepsilon') = G^{r(1)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon, \varepsilon') + \sum_{\lambda_1, l_1, l_0} \frac{(-1)^{l_0+l_1} 2\pi\delta(\varepsilon-\varepsilon'+[(-1)^{l_0}+(-1)^{l_1}]\Omega)}{\varepsilon+(-1)^{l_1}\Omega-\varepsilon_{\lambda_1}+M^r_{\lambda_1\lambda_1}(\varepsilon+(-1)^{l_1}\Omega)} \times$$
$$\times \frac{\omega_{\lambda\lambda_1}(e\mathbf{x}_{\lambda\lambda_1}, \mathbf{E}_1)\ \ \omega_{\lambda_1\lambda'}(e\mathbf{x}_{\lambda_1\lambda'}, \mathbf{E}_1)}{2\Omega[\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)]\,2\Omega[\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}+M^r_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')]}, \tag{19}$$

$$F^{(2)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon, \varepsilon') = F^{(1)}_{\lambda\lambda'}(\varepsilon, \varepsilon') -$$
$$-2\pi \sum_{\lambda_1, l_1, l_0} \frac{\omega_{\lambda\lambda_1}}{2\Omega}(e\mathbf{x}_{\lambda\lambda_1}, \mathbf{E}_1)\frac{\omega_{\lambda_1\lambda'}}{2\Omega}(e\mathbf{x}_{\lambda_1\lambda'}, \mathbf{E}_1)(-1)^{l_0+l_1}\delta(\varepsilon-\varepsilon'+[(-1)^{l_0}+$$
$$+(-1)^{l_1}]\Omega)\left\{\frac{M^F_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')}{[\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}+M^a_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')][\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}+M^r_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')][\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)]} \times\right.$$
$$\times \frac{M^F_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')}{[\varepsilon+(-1)^{l_1}\Omega-\varepsilon_{\lambda_1}+M^r_{\lambda_1\lambda_1}(\varepsilon+(-1)^{l_1}\Omega)]} +$$
$$+\frac{M^F_{\lambda\lambda}(\varepsilon)}{[\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)][\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^a_{\lambda\lambda}(\varepsilon)][\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}+M^a_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')]} \times$$
$$\left.\times \frac{M^F_{\lambda\lambda}(\varepsilon)}{[\varepsilon'-(-1)^{l_1}\Omega-\varepsilon_{\lambda_1}+M^a_{\lambda_1\lambda_1}(\varepsilon'-(-1)^{l_1}\Omega)]}\right\} -$$
$$-2\pi\sum_{\lambda_1, l_1, l_0} \frac{\omega_{\lambda\lambda_1}(e\mathbf{x}_{\lambda\lambda_1}, \mathbf{E}_1)\ \ \omega_{\lambda_1\lambda'}(e\mathbf{x}_{\lambda_1\lambda'}, \mathbf{E}_1)(-1)^{l_0+l_1}\delta(\varepsilon-\varepsilon'+[(-1)^{l_0}+(-1)^{l_1}]\Omega)}{2\Omega[\varepsilon-\varepsilon_\lambda+M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)]\,2\Omega[\varepsilon'-\varepsilon_{\lambda'}+M^a_{\lambda'\lambda'}(\varepsilon')]} \times$$
$$\times \frac{M^F_{\lambda_1\lambda_1}(\varepsilon'-(-1)^{l_1}\Omega)}{[\varepsilon'-(-1)^{l_1}\Omega-\varepsilon_{\lambda_1}+M^a_{\lambda_1\lambda_1}(\varepsilon'-(-1)^{l_1}\Omega)][\varepsilon'-(-1)^{l_1}\Omega-\varepsilon_{\lambda_1}+M^r_{\lambda_1\lambda_1}(\varepsilon'-(-1)^{l_1}\Omega)]}. \tag{20}$$

Функции $G^{r(1)}_{\lambda\lambda'}$ и $F^{(1)}_{\lambda\lambda'}$ не выписываем, поскольку при $\lambda'=\lambda$ они не содержат ничего кроме известных функций $G^{r(0)}$ и $F^{(0)}$.

Условие (9) позволяет оборвать на этом итерационный процесс, в чем нетрудно убедиться, сравнив вклады в среднее число заполнения от соответствующих членов, различающихся степенями поля $\mathbf{E}_1$.

Очевидно, среднее число заполнения (7) флуктуирует со временем (с периодом света); причем при условии (9) временный компонент определяется в основном второй гармоникой, так как первая гармоника возникает лишь от функций $G^{r(3)}$ и $F^{(3)}$.

Подставляя (19), (20) в (7), учитывая (13), (14) и (18), после несложных преобразований находим

$$\langle a_\lambda^+(t)\, a_\lambda(t)\rangle = n_\lambda + \overline{\Delta n_\lambda} + \Delta n_\lambda(t), \tag{21}$$

где

$$\overline{\Delta n_\lambda} = \frac{1}{\widetilde{\gamma}_\lambda} \sum_{\lambda_1, l} \frac{\omega^2_{\lambda\lambda_1} |(e\mathrm{x}_{\lambda\lambda_1}, E_1)|^2\, \Gamma^+_{\lambda\lambda_1} (n_{\lambda_1} - n_\lambda)}{4\Omega^2 [(\widetilde{\varepsilon}_\lambda - \widetilde{\varepsilon}_{\lambda_1} + (-1)^l \Omega)^2 + (\Gamma^+_{\lambda\lambda_1})^2]}, \tag{22}$$

$$\Delta n_\lambda(t) = \sum_{\lambda_1, l} \frac{\omega^2_{\lambda\lambda_1}}{4\Omega^2} |(e\mathrm{x}_{\lambda\lambda_1}, E_1)|^2 \times$$

$$\times \left\{ \frac{(1-2n_\lambda)[(-1)^l(\widetilde{\varepsilon}_\lambda - \widetilde{\varepsilon}_{\lambda_1} + (-1)^l \Omega) \cos 2\Omega t - \Gamma^+_{\lambda\lambda_1} \sin 2\Omega t]}{2\Omega [(\widetilde{\varepsilon}_\lambda - \widetilde{\varepsilon}_{\lambda_1} + (-1)^l \Omega)^2 + (\Gamma^+_{\lambda\lambda_1})^2]} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1-2n_{\lambda_1})[((\widetilde{\varepsilon}_\lambda - \widetilde{\varepsilon}_{\lambda_1})^2 - \Omega^2 + (\Gamma^+_{\lambda\lambda_1})^2) \cos 2\Omega t + 2\Omega\Gamma^+_{\lambda\lambda_1} \sin 2\Omega t]}{[(\widetilde{\varepsilon}_\lambda - \widetilde{\varepsilon}_{\lambda_1} + \Omega)^2 + (\Gamma^+_{\lambda\lambda_1})^2][(\widetilde{\varepsilon}_\lambda - \widetilde{\varepsilon}_{\lambda_1} - \Omega)^2 + (\Gamma^+_{\lambda\lambda_1})^2]} \right\}, \tag{23}$$

$$\Gamma^+_{\lambda\lambda_1} = \widetilde{\gamma}_\lambda + \widetilde{\gamma}_{\lambda_1}.$$

При получении этих выражений использовалось полюсное приближение, т. е. все знаменатели типа $\varepsilon - \varepsilon_\lambda + M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon)$ заменялись на выражения типа $\varepsilon - \widetilde{\varepsilon}_\lambda + i\widetilde{\gamma}_\lambda$ $(\widetilde{\gamma}_\lambda \ll \widetilde{\varepsilon}_\lambda)$, так что $\widetilde{\varepsilon}_\lambda - i\widetilde{\gamma}_\lambda$ — корень уравнения:

$$\varepsilon - \varepsilon_\lambda + M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon) = 0.$$

Интегрирование по ε, где возможно, проводилось по контуру, проходящему по действительной оси и замыкающемуся на бесконечности либо в верхней, либо в нижней комплексной полуплоскости; при этом выбиралась та полуплоскость, в которой интегрируемое выражение имело наименьшее количество полюсов. Как видно из (19) и (20), так можно делать для всех членов, кроме $G^{r(0)}$, $G^{a(0)}$, при интегрировании которых использовались формулы Сохоцкого. В соответствии с (18) считали:

$$M^F_{\lambda\lambda}(\widetilde{\varepsilon}_\lambda \pm i\widetilde{\gamma}_\lambda) \approx M^F_{\lambda\lambda}(\varepsilon_\lambda) \approx 2i(1 - 2n_\lambda).$$

Учитывая неравенство (9) и (22), заключаем, что $\overline{\Delta n_\lambda} \ll 1$.

При условии

$$\widetilde{\gamma}_\lambda / \Omega \ll 1$$

выражение (23) нетрудно упростить, учитывая только процессы поглощения:

$$\Delta n_\lambda(t) = \frac{1}{\Omega} \sum_{\lambda_1} \frac{\omega^2_{\lambda\lambda_1} |(e\mathrm{x}_{\lambda\lambda_1}, \mathbf{E}_1)|^2 (n_\lambda - n_{\lambda_1}) \sin(2\Omega t + \varphi)}{4\Omega^2 \sqrt{(\widetilde{\varepsilon}_\lambda - \widetilde{\varepsilon}_{\lambda_1} - \Omega)^2 + (\Gamma^+_{\lambda\lambda_1})^2}}, \tag{24}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\widetilde{\varepsilon}_\lambda - \widetilde{\varepsilon}_{\lambda_1} - \Omega}{\Gamma^+_{\lambda\lambda_1}}.$$

При усреднении по периоду света $\Delta n_\lambda(t)$ исчезает, и в выражении (21) остается только независящая от времени добавка $\overline{\Delta n_\lambda}$ к фермиевской функции распределения.

Сравнивая (22) и (24), приходим к выводу, что

$$\left|\frac{\Delta n_\lambda(t)}{\overline{\Delta n_\lambda}}\right| \sim \frac{\widetilde{\gamma}_\lambda}{\Omega} \ll 1.$$

Выражения (22) и (24) следует еще усреднить по различным конфигурациям случайного поля. Отметим, что неравновесные добавки к G^r и G^a, как видно из уравнения (11), на любом этапе итераций не дают прямого вклада (по формуле (7)) в среднее число заполнения.

Выражение (22) можно представить в виде уравнения баланса:

$$2\widetilde{\gamma}_\lambda\overline{\Delta n_\lambda} = \sum_{\lambda_1}\left[P(\lambda_1\to\lambda)\, n_{\lambda_1}(1-n_\lambda) - P(\lambda\to\lambda_1)\, n_\lambda(1-n_{\lambda_1})\right],$$

где $P(\lambda_1\to\lambda)$ — средняя по периоду света скорость перехода из состояния λ_1 в состояние λ под действием поля световой волны. По обычной теории возмущений находим

$$P(\lambda\to\lambda_1) = P(\lambda_1\to\lambda) = \frac{\omega^2_{\lambda\lambda_1}\,|(ex_{\lambda\lambda_1},\mathbf{E}_1)|^2\,\Gamma^+_{\lambda\lambda_1}}{2\Omega^2\left[(\varepsilon_\lambda-\varepsilon_{\lambda_1}\pm\Omega)^2+(\Gamma^+_{\lambda\lambda_1})^2\right]},$$

где $\Gamma^+_{\lambda\lambda_1} = \gamma_\lambda + \gamma_{\lambda_1}$; γ_λ, γ_{λ_1} — ширины уровней ε_λ и ε_{λ_1}.

В заключение выражаю благодарность проф. В. Л. Бонч-Бруевичу за интерес к настоящей работе и полезные обсуждения.

Приложение. Полагая в (5)

$$\Gamma^{k'}_{j'j}(x_1,\ x';\ x_2) = \gamma^{k'}_{j'j}\,\delta(x_1-x')\,\delta(x_2-x'),$$

получаем

$$M^F(x,\ x') = -\frac{i}{2}g^2\{F(x,x')\,\Phi(x,x') + G^r(x,x')\,D^r(x,x') + G^a(x,x')\,D^a(x,x')\},$$

$$M^r(x,\ x') = -\frac{i}{2}g^2\{F(x,x')\,D^r(x,x') + G^r(x,x')\,\Phi(x,x')\}.$$

Подставляя сюда функции (15), (16) и выражения для невозмущенных (светом и взаимодействием с электронами) фононных функций Грина

$$\Phi^{(0)}(x,\ x') = \int\frac{d\mathbf{k}\,d\omega}{(2\pi)^4}\,e^{ik(x-x')}\,\Phi^{(0)}(k\omega),$$

$$D^r_{(0)}(x,\ x') = \int\frac{d\mathbf{k}\,d\omega}{(2\pi)^4}\,e^{ik(x-x')}\,D^r_{(0)}(\mathbf{k}\,\omega),$$

где

$$\Phi^{(0)}(\mathbf{k}\omega) = -i\pi\,|f_{\mathbf{k}}|^2(1+2N_{\mathbf{k}})\{\delta(\omega-\omega_{\mathbf{k}})+\delta(\omega+\omega_{\mathbf{k}})\},$$

$$D^r_{(0)}(\mathbf{k}\,\omega) = \frac{|f_{\mathbf{k}}|^2}{2}\left\{\frac{1}{\omega-\omega_{\mathbf{k}}+i\delta} - \frac{1}{\omega+\omega_{\mathbf{k}}+i\delta}\right\},\quad \delta\to+0,$$

$f_{\mathbf{k}}$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия, $\omega_{\mathbf{k}}$ — закон дисперсии фононов, $kx = (\mathbf{k},\mathbf{x}) - \omega t$,

$$N_{\mathbf{k}} = \left[\exp\left(\frac{\omega_k}{T}\right)-1\right]^{-1},$$

находим

$$M^F_{\lambda\lambda'}(\varepsilon) = \frac{i\pi g^2}{2} \sum_{\lambda_1} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} I_{\lambda\lambda_1}(\mathbf{k}) I^*_{\lambda'\lambda_1}(\mathbf{k}) |f_\mathbf{k}|^2 \times$$
$$\times \{[(1-2n_{\lambda_1})(1+2N_\mathbf{k})+1]\,\delta(\varepsilon-\varepsilon_{\lambda_1}-\omega_\mathbf{k}) +$$
$$+[(1-2n_{\lambda_1})(1+2N_\mathbf{k})-1]\,\delta(\varepsilon-\varepsilon_{\lambda_1}+\omega_\mathbf{k})\}, \tag{25}$$

$$\operatorname{Im} M^2_{\lambda\lambda'}(\varepsilon) = \frac{\pi g^2}{2} \sum_{\lambda_1} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} I_{\lambda\lambda_1}(\mathbf{k}) I^*_{\lambda'\lambda_1}(\mathbf{k}) |f_\mathbf{k}|^2 \times$$
$$\times \{(1+N_\mathbf{k}-n_{\lambda_1})\,\delta(\varepsilon-\varepsilon_{\lambda_1}-\omega_\mathbf{k}) + (N_\mathbf{k}+n_{\lambda_1})\,\delta(\varepsilon-\varepsilon_{\lambda_1}+\omega_\mathbf{k})\}, \tag{26}$$

где

$$I_{\lambda\lambda'}(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{x}\, \psi^*_\lambda(\mathbf{x})\, e^{i(\mathbf{k},\mathbf{x})}\, \psi_{\lambda'}(\mathbf{x}).$$

Из выражений (25) и (26) сразу получаем соотношение (18) для $\varepsilon_\lambda = \mu$, так как при этом

$$(1-2n_{\mu-\omega_\mathbf{k}})(1+2N_\mathbf{k})+1 \equiv (1-2n_{\mu+\omega_\mathbf{k}})(1+2N_\mathbf{k})-1 \equiv 0,$$

$$1+N_\mathbf{k}-n_{\mu-\omega_\mathbf{k}} \equiv N_\mathbf{k}+n_{\mu+\omega_\mathbf{k}} = \frac{1}{\operatorname{sh}\frac{\omega_\mathbf{k}}{T}} \geqslant 0.$$

Перейдем в (25) и (26) от суммирования по λ_1 к интегрированию по ε_{λ_1}, так что

$$\sum_{\lambda_1} |I_{\lambda\lambda_1}(\mathbf{k})^2|(\ldots) = \int d\varepsilon_{\lambda_1}\, \rho(\varepsilon_{\lambda_1})\, Z_\lambda(\varepsilon_{\lambda_1};\, \mathbf{k})(\ldots),$$

где $\rho(\varepsilon)$ — усредненная по случайному полю плотность состояний, $Z_\lambda(\varepsilon_{\lambda_1}, \mathbf{k})$ — усредненное значение величины $|I_{\lambda\lambda_1}(\mathbf{k})|^2$, а $(\ldots)$ означает выражение, зависящее только от энергии ε_{λ_1} состояния λ_1 и независящее от центра его локализации.

Тогда, если имеют место неравенства

$$\left|\frac{(\rho Z_\lambda)'_{\varepsilon_\lambda}\omega_{\mathbf{k}_0}}{(\rho Z_\lambda)_{\varepsilon_\lambda}(1+2N_\mathbf{k})(1-2n_\lambda)}\right| \ll 1,$$

$$\left|\frac{(\rho Z_\lambda)'_{\varepsilon_\lambda}\omega^2_{\mathbf{k}_0} n_\lambda(1-n_\lambda)}{(\rho Z_\lambda)_{\varepsilon_\lambda} T(1-2n_\lambda)}\right| \ll 1, \quad \left|\frac{n_\lambda(1-n_\lambda)\,\omega_{\mathbf{k}_0}}{T(1+2N_\mathbf{k})}\right| \ll 1,$$

где $\mathbf{k}_0$ — характерный импульс фононов, (25) и (26) приводятся к виду

$$M^F_{\lambda\lambda}(\varepsilon_\lambda) = i\pi g^2 (1-2n_\lambda) \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |f_\mathbf{k}|^2 (1+2N_\mathbf{k})\,\rho(\varepsilon_\lambda)\, Z_\lambda(\varepsilon_\lambda;\, \mathbf{k}),$$

$$\operatorname{Im} M^r_{\lambda\lambda}(\varepsilon_\lambda) = \frac{\pi g^2}{2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |f_\mathbf{k}|^2 (1+2N_\mathbf{k})\,\rho(\varepsilon_\lambda)\, Z_\lambda(\varepsilon_\lambda;\, \mathbf{k}),$$

откуда непосредственно следует соотношение (18).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бонч-Бруевич В. Л. «Письма в ЖЭТФ», 1976, 24, 507.
2. Бонч-Бруевич В. Л., Искра В. Д. Труды VI Международной конференции по аморфным и жидким полупроводникам. Электронные явления в некристаллических полупроводниках. Л., 1976, с. 182.
3. Манучарянц Э. О. «Изв. вузов. Физика», 1976, № 2, 62.
4. Келдыш Л. В. ЖЭТФ, 1964, 47, 1515.

Поступила в редакцию
29.3 1971 г.
Кафедра
физики полупроводников