УДК 103.535.31

Г. В. Белокопытов

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ В НЕЛИНЕЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРАХ. СТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ УСИЛЕНИЯ

На основании полученных ранее укороченных уравнений анализируется работа нелинейного диэлектрического резонатора в регенеративном параметрическом усилителе СВЧ. Получены выражения для пороговой мощности самовозбуждения и ширины полосы такого усилителя.

Использование нелинейных диэлектрических резонаторов в качестве активных элементов параметрических усилителей СВЧ представляет значительный интерес [1, 2]. В предыдущей работе [1] была получена система укороченных уравнений, описывающая невырожденное трехчастотное параметрическое взаимодействие электромагнитных колебаний в резонаторе, частично или полностью заполненном нелинейным диэлектриком. Было найдено, что эта система подобна уравнениям для параметрического генератора с тремя степенями свободы (контуры сигнала, накачки, холостой частоты). Можно ожидать, что выражения для коэффициента усиления и ширины полосы, а также для пороговой мощности самовозбуждения будут также аналогичны тем, которые имеют место в системах с сосредоточенными контурами. Однако попытка провести прямую аналогию между параметрами нелинейного резонатора и некоторой сосредоточенной трехконтурной системой не является эффективной. Действительно, в данном случае требуется представить импеданс резонатора с помощью эквивалентных сосредоточенных цепей в широком частотном диапазоне (включающем все три собственных частоты). Для линейных систем такое представление возможно, однако даже здесь связь между параметрами эквивалентной цепи и значениями собственных частот, входных импедансов и добротностей резонатора оказывается довольно громоздкой. Поэтому представляется более естественным получить интересующие нас выражения непосредственно из укороченных уравнений.

Как и в [1], рассмотрим нелинейный резонатор, три собственные частоты которого ω_1, ω_2, ω_3 находятся в соотношении $\omega_3-\omega_1=\omega_2(1+\Delta_0)$, где $|\Delta_0|\ll 1$. Воздействующие сторонние токи на частотах $\omega_н$ и ω_c ($\omega_н=\omega_3(1+\Delta_3)$, $\omega_c=\omega_1(1+\Delta_1)$) имеют компоненты разложения по собственным колебаниям на сигнальном тоне (ω_1) $J_c\cos(\omega_0 t+\psi_c)$ и на тоне накачки (ω_3) $J_н\cos\omega_н t$.

Полученные в [1] укороченные уравнения можно записать для стационарных колебаний в следующем виде:

$$R_c\omega_c x_c+\frac{\Lambda_c}{\cos\chi_c}\sin(\Psi-\chi_c)\,x_н x_x=4\pi\omega_c J_c\sin(\psi_c-\varphi_c), \qquad (1а)$$

$$2\xi_c\omega_c^2 x_c+\frac{\Lambda_c}{\cos\chi_c}\cos(\Psi-\chi_c)\,x_н x_x=4\pi\omega_c J_c\cos(\psi_c-\varphi_c), \qquad (1б)$$

$$R_x\omega_x x_x + \frac{\Lambda_x}{\cos\chi_x}\sin(\Psi-\chi_x)\,x_н x_c = 0, \tag{1в}$$

$$2\xi_x\omega_x^2 x_x + \frac{\Lambda_x}{\cos\chi_x}\cos(\Psi-\chi_x)\,x_н x_c = 0, \tag{1г}$$

$$R_н\omega_н x_н - \frac{\Lambda_н}{\cos\chi_н}\sin(\Psi-\chi_н)\,x_c x_x = -4\pi\omega_н J_н\sin\varphi_н, \tag{1д}$$

$$2\xi_н\omega_н^2 x_н - \frac{\Lambda_н}{\cos\chi_н}\cos(\Psi-\chi_н)\,x_c x_x = -4\pi\omega_н J_н\cos\varphi_н. \tag{1е}$$

Здесь x_c, $x_н$, x_x — нормированные амплитуды колебаний электрического поля на частотах ω_c, $\omega_н$ и $\omega_x=\omega_н-\omega_c$ соответственно, φ_c, $\varphi_н$, φ_x — их фазы, $\Psi=\varphi_н-\varphi_c-\varphi_x$. Кроме того, введены обозначения:

$$\xi_c = (3N_{cc}x_c^2 + N_{cx}x_x^2 + N_{cн}x_н^2 + 8\Delta_1\omega_c^2)/8\omega_c^2;\quad \operatorname{tg}\chi_c = \omega_c\Theta_c/\Lambda_c.$$

Аналогичные выражения имеют место для ξ_x, $\xi_н$, χ_x, $\chi_н$.

В системе (1) свойства резонатора характеризуются интегральными коэффициентами R_a, Θ_a, Λ_a, N_{fa} (a, f=с, х, н), которые зависят от пространственного распределения взаимодействующих типов колебаний и вида нелинейности диэлектрика. В общем виде определение этих коэффициентов дано в [1]. Приведем в качестве иллюстрации их выражения для следующей простейшей идеализированной структуры. Пусть резонатор имеет форму прямоугольного параллелепипеда, на одной паре противоположных граней которого выполняется условие равенства нулю тангенциальных компонентов электрического поля (идеально проводящие стенки). Полагаем, что на остальных гранях равны нулю тангенциальные компоненты магнитного поля («магнитные стенки»). Колебания ТЕМ типа в такой структуре имеют эквидистантный спектр собственных частот. Известен эффективный способ возмущения спектра таких систем путем подключения отрезка линии передачи [2] таким образом, что в совокупной системе оказывается выполненным условие синхронного взаимодействия только для трех собственных частот. При этом распределение полей на сигнальном и холостом типах колебаний практически совпадают с распределением основного типа невозмущенного резонатора, а колебания накачки распределены подобно первому обертону. Используя формулы (9) работы [1], получаем после элементарных вычислений

$$\Lambda_н = -\frac{\lambda\omega_1^2}{\mu}\sqrt{\frac{(2\varepsilon)^3}{V}};\quad \Lambda_c = \Lambda_x = \frac{5}{4}\Lambda_н,$$

$$\Theta_н = \Theta_c = \Theta_x = 2\pi\theta\sqrt{\frac{2\varepsilon}{V}}; \tag{2}$$

$$N_{нc} = N_{нx} = -\frac{4\omega_1^2\nu}{\mu V};\quad N_{cc} = N_{cx} = N_{xc} = N_{xx} = \frac{3}{8}N_{нc},$$

$$N_{cн} = N_{xн} = \frac{1}{4}N_{нc};\quad N_{нн} = \frac{3}{2}N_{нc}.$$

В приведенных выражениях ω_1 — циклическая частота первого типа колебаний, V — объем резонатора, λ, θ, ν — коэффициенты нелинейности материальных уравнений: $E=\varkappa D+\lambda D^2+\nu D^3$; $j=\rho D+\theta D^2$, $\varepsilon=\varkappa^{-1}$ и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости материала. На основании экспериментальных данных о зависимости от поля смещения

диэлектрической проницаемости и потерь монокристаллического титаната стронция при температуре жидкого гелия [3, 4], будем принимать в дальнейших численных оценках: $\varepsilon=2\cdot10^4$, $\lambda=3\cdot10^{-9}$, $\nu\leqslant4\cdot10^{12}$, $\theta\simeq10^1-10^2$ единиц СГС. Легко убедиться, что $\operatorname{tg}\chi_c=4\pi\mu\theta/5\varepsilon\omega_1\lambda$ и имеет на частоте $\omega_1=3\cdot10^9$ Гц порядок $10^{-2}-10^{-3}$. Это дает возможность пренебрегать модуляцией потерь в системе во всем диапазоне СВЧ.

Поскольку в настоящей работе рассматривается регенерация слабого сигнала, так что x_c, $x_x\ll x_п$, то в выражениях для ξ_a следует учитывать нелинейные расстройки, пропорциональные только $x_н^2$, а при определении $x_н$ из уравнений (1) пренебрегать реакцией накачки и считать

$$x_н^2=(4\pi J_н)^2/(R_н^2+4\xi_н^2\omega_н^2). \tag{3}$$

Границу устойчивости нулевого решения системы (1) при $J_c=0$ можно найти обычным способом. Устойчивость решения $x_c=x_x=0$ определяется условием $J_н<J_м$,

$$J_м^2=J_0^2(1+\delta^2)(1+d^2), \tag{4}$$

где

$$J_0^2=R_cR_xR_н^2\omega_c\omega_x/16\pi^2\Lambda_c\Lambda_x,\quad d=2\xi_н\omega_н/R_н,$$
$$\delta=2(\xi_c\omega_c+\xi_x\omega_x)/(R_c+R_x).$$

Выражение (4) дает порог мягкого параметрического самовозбуждения. Возможен также жесткий режим параметрической генерации в нелинейном резонаторе, его условиями являются: $J_н>J_ж$. $\delta d>1$, где

$$J_ж^2=J_0^2(d+\delta)^2. \tag{5}$$

Выражения (4) и (5) определяют границу устойчивости системы лишь если $x_н$ является однозначной функцией расстройки. В противном случае вследствие возможных скачков амплитуды накачки область жесткого возбуждения расширяется [5].

В практических расчетах вместо величин J_0, R_c, R_x, $R_н$ необходимо использовать экспериментально измеримые характеристики резонатора. В сосредоточенных параметрических системах, где анализ взаимодействий проводится на основании уравнений Кирхгофа, переход от токов к энергетическим характеристикам автоматически устанавливается законом Джоуля — Ленца. В случае же нелинейных резонаторов подобный переход — громоздкая электродинамическая задача. Однако можно избежать ее решения, если учесть, что в соответствии с определением $x_н$ [1] энергия $W_н$, запасенная в резонаторе, равна $x_н^2$. Поэтому, если пренебречь нелинейной расстройкой резонатора, то мощность, рассеиваемая в системе на частоте $\omega_н$, составляет величину

$$P_{расс}=(4\pi J_н)^2\omega_н/[Q_н(R_н^2+4\Delta_3^2\omega_3^2)], \tag{6}$$

где $Q_н$ — нагруженная добротность на типе колебаний, используемом для накачки. Соответственно, собственная добротность резонатора, включенного в качестве оконечной нагрузки СВЧ-тракта, составляет $Q_{н0}=(1+\beta_п)Q_н$, а внешняя добротность $Q_{п.вн}=Q_н(1+\beta_н)/\beta_н$, $\beta_н$ — коэффициент связи. С другой стороны, известно, что если на резонатор подает мощность $P_н$ на частоте $\omega_н$, то [6]:

$$P_{расс}=4Q_нP_н/[Q_{н0}Q_{н.вн}(1+4\Delta_3^2Q_н^2)]. \tag{7}$$

Сравнение (6) и (7) убеждает в том что

$$R_н = \omega_н/Q_н, \tag{8}$$

$$(4\pi\omega_н J_н)^2 = \frac{4\beta_н}{(1+\beta_н)^2}\,\frac{P_н}{Q_н}\,\omega_н^3. \tag{9}$$

Коэффициенты R_c, R_x характеризуют линейную диссипацию в системе, поэтому для них справедливы соотношения, аналогичные (8). Напротив, соотношение (9), строго применимое для линейного резонатора, имеет место лишь для колебаний накачки, если x_c, $x_x \ll x_н$. Если же колебания на сигнальной и комбинационной частотах сравнимы по амплитуде с колебаниями накачки, то параметрическое взаимодействие приводит к значительному изменению всех коэффициентов связи по сравнению с «холодными» значениями.

Используя (8) и (9), можно записать формулу для пороговой мощности накачки в виде

$$P_{н.пор} = \frac{(1+\beta_н)^2}{4\beta_н}\,\frac{1}{\Lambda_c\Lambda_x}\,\frac{\omega_н\omega_c^2\omega_x^2}{Q_cQ_xQ_н}(1+\delta^2)(1+d^2). \tag{10}$$

Здесь и в дальнейшем предполагаем, что источник накачки согласован с трактом. В частности, для описанной выше модельной структуры, где $\omega_c \simeq \omega_x \simeq \omega_1$; $\omega_н \simeq 2\omega_1$, используя (2), можно получить следующую формулу:

$$P_{н.пор} = \frac{(1+\beta_н)^2}{25\beta_н\varepsilon^3}\,\frac{\mu^2}{\lambda^2}\,\frac{V\omega_1}{Q_cQ_xQ_н}(1+\delta^2)(1+d^2). \tag{11}$$

Если принять $\beta_н=1$, $V=2\cdot10^{-3}$ см^3, $Q_c=Q_x=Q_н=50$; $\omega_1=3\cdot10^9$ Гц, $d=\delta=0$, то легко найти, что пороговая мощность накачки для нелинейного резонатора из титаната стронция составляет величину $P_{н\text{-}пор}=25$ МВт. Вследствие принятой идеализации структуры данная оценка не претендует на высокую точность, тем не менее она дает основание предполагать, что в параметрическом усилителе на нелинейном диэлектрическом резонаторе достижима мощность накачки такого же порядка, как и в усилителе с сосредоточенным сегнетоэлектрическим микроконденсатором [7]. При этом амплитуда поля накачки в резонаторе будет гораздо меньше, чем в сосредоточенном элементе, что является существенным для устранения неравновесных флуктуаций в усилителе [8].

Рассмотрим регенерацию слабого сигнала интенсивной накачкой. Из (1в, г) получаем

$$\operatorname{tg}\Psi = \frac{R_x}{2\xi_x\omega_x}.$$

С учетом этого из (1а, б) имеем

$$\frac{x_c^2}{(4\pi\omega_cJ_c)^2}\left[\left(R_c\omega_c - \frac{\Lambda_c\Lambda_x}{\omega_x}\,\frac{x_н^2}{R_x^2+4\xi_x^2\omega_x^2}\right)^2 + \left(2\xi_c\omega_c - \frac{\Lambda_c\Lambda_x}{\omega_x}\,\frac{2\xi_x x_н^2}{R_x^2+4\xi_x^2\omega_x^2}\right)^2\right] = 1. \tag{12}$$

Равенство (12) можно с учетом (8) преобразовать:

$$x_c^2 = \frac{(4\pi J_c/\omega_c)^2}{\left(\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{|Q_R|}\,\frac{1}{1+4\xi_x^2Q_x^2}\right)^2 + 4\xi_c^2\left(1 - \frac{Q_x}{|Q_R|}\,\frac{\xi_x}{\xi_н}\,\frac{1}{1+4\xi_x^2Q_x^2}\right)^2}, \tag{13}$$

где введена «отрицательная добротность», отражающая влияние регенерации в системе

$$\frac{1}{|Q_R|} = \frac{\Lambda_c \Lambda_x Q_x}{\omega_c^2 \omega_x^2} x_н^2. \tag{14}$$

Если резонатор включен в качестве конечной нагрузки, то его можно использовать для усиления «на отражение». В отсутствие расстройки ($\xi_c = \xi_x = 0$) резонатор имеет на частоте сигнала чисто активное сопротивление. Как видно из (13), нагруженная добротность на сигнальном тоне с учетом регенерации становится равной $Q_c|Q_R|/(Q_c - |Q_R|)$. Соответственно, если без регенерации собственная добротность равна Q_{c0}, то регенерированная собственная добротность равна $Q_{c0}|Q_R|/(Q_{c0} - |Q_R|)$. Если входная проводимость резонатора в отсутствие регенерации равна G, то при регенерации она уменьшается во столько раз, во сколько возрастает собственная добротность резонатора:

$$B_{вх} = G\left(1 - \frac{Q_{c0}}{|Q_R|}\right). \tag{15}$$

Коэффициент усиления равен квадрату модуля коэффициента отражения от резонатора

$$K = \left|\frac{G_0 - B_{вх}}{G_0 + B_{вх}}\right|^2, \tag{16}$$

где G_0 — характеристическая проводимость линии связи. Введем коэффициент связи резонатора на сигнальном тоне в отсутствие регенерации, $\beta_c = G_0/G$, а также коэффициент регенерации $\gamma = Q_{c0}/|Q_R|$. Выражение для γ можно с учетом (3), (10) и (14) представить в виде

$$\gamma = (1 + \delta^2)\frac{P_н}{P_{н,пор}}. \tag{17}$$

Подставив в (16) выражение (15), получим известный для сосредоточенных регенеративных усилителей результат:

$$K_{рез} = \left(\frac{1 - \beta_c - \gamma}{1 + \beta_c - \gamma}\right)^2. \tag{18}$$

Анализируя выражение (13), можно также определить ширину полосы усилителя. Аналитические выражения принимают простейший вид, если нелинейными расстройками можно пренебречь, а частоту накачки выбрать таким образом, что $\omega_н = \omega_1 + \omega_2$, т. е. $\xi_x\omega_x = -\xi_c\omega_c$. Учтем, что при регенерации полоса резонатора существенно уменьшается, поэтому в диапазоне расстроек, представляющем интерес, можно полагать $\xi_x^2 Q_x^2 \ll 1$. Тогда (13) упростится:

$$x_c^2 = \frac{(4\pi J_c/\omega_c)^2}{\left(\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{|Q_R|}\right)^2 + 4\xi_c^2\left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_2}\frac{Q_x}{|Q_R|}\right)^2}.$$

Отсюда видно, что относительная ширина полосы усиления определяется равенством:

$$\xi = \frac{\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{|Q_R|}}{1 + \frac{Q_x}{|Q_R|}\frac{\omega_1}{\omega_2}}. \tag{19}$$

В качестве показателя широкополосности усилителя обычно принимается произведение $K_{\text{рез}}\xi^2$. Используя (18) и (19), легко найти:

$$K_{\text{рез}}\xi^2 = \frac{\beta_c^2}{Q_{c0}^2\left(1+\frac{Q_x}{|Q_R|}\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2}. \tag{20}$$

Учитывая, что при большом коэффициенте усиления $|Q_R| \simeq Q_c$, можно переписать (20) в виде

$$K_{\text{рез}}\xi^2 = \frac{1}{[Q_c+(\omega_1/\omega_2)\,Q_x]^2}\left(\frac{\beta_c}{1+\beta_c}\right)^2. \tag{21}$$

Таким образом, вид зависимости произведения $K_{\text{рез}}\xi^2$ от добротностей резонатора на сигнальной и комбинационной частотах точно такой же, как и в параметрическом усилителе с сосредоточенными контурами. При увеличении коэффициента связи β_c нагруженная добротность уменьшается, а дробь $\beta_c/(\beta_c+1)$ растет, поэтому с ростом связи резонатора на частоте сигнала широкополосность усилителя увеличивается.

Полученные выражения для пороговой мощности, коэффициента усиления и ширины полосы параметрического усилителя на нелинейном резонаторе содержат в основном экспериментально измеримые параметры «холодного» резонатора. Электродинамический расчет необходим лишь для вычисления интегральных коэффициентов параметрического взаимодействия и может быть произведен по известным формулам [1]. Подобие результатов настоящей работы соотношениям для сосредоточенных параметрических усилителей [9] представляется естественным. Однако, как уже отмечалось, оно не является самоочевидным.

Автор выражает глубокую благодарность И. В. Иванову за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белокопытов Г. В. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1977, 18, № 2.
2. Иванов И. В., Ангелов И. М., Лаптев А. Г. «Изв. вузов. Радиоэлектроника», 1973, 16, 28.
3. Бузин И. М., Иванов И. В., Белокопытов Г. В. «Физика твердого тела», 1976, 18, 1407.
4. Агафонов Ю. А., Вендик О. Г., Горин Ю. Н., Рубан А. С., Смирный В. В. «Изв. АН СССР», сер. физ., 1975, 39, 839.
5. Каплан А. Е., Кравцов Ю. А., Рылов В. А. Параметрические генераторы и делители частоты. М., 1967.
6. Альтман Дж. Устройства СВЧ. М., 1968.
7. Вендик О. Г., Кейс В. Н. и др. «Радиотехника и электроника», 1974, 89, 2215.
8. Тер-Мартиросян Л. Т. «Радиотехника и электроника», 1975, 20, 2592.
9. Блекуэлл Л., Коцебу К. Параметрические усилители на полупроводниковых диодах. М., 1964.

Поступила в редакцию
30.3 1977 г.
Кафедра
физики колебаний