

УДК 621.317

В. А. Буров
 Б. С. Грудинин
 Ю. С. Рендель

О ГЕТЕРОДИННОМ МЕТОДЕ
 ИЗМЕРЕНИЯ ВЗАИМНОЙ
 СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ
 И СПЕКТРОВ КОГЕРЕНТНОСТИ
 СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Исследуется аналоговая схема раздельного измерения модуля действительной и мнимой частей взаимной спектральной плотности стационарно связанных случайных процессов. Применение гетеродинного перемножения с предварительной фильтрацией сигналов значительно упрощает схему измерения спектральных характеристик. Рассматривается использование жесткого ограничения сигналов после предварительной фильтрации, что дает ряд принципиальных и технических преимуществ. В работе оцениваются точностные характеристики описанной схемы.

Задача создания достаточно простых и удобных в обращении измерителей величин смешанных вторых моментов и взаимных спектров исследуемых случайных процессов остается актуальной до настоящего времени.

В приближении нормально распределенных полей и сигналов вторые статистические моменты являются их исчерпывающей характеристикой. Поэтому проверка различных статистических гипотез, касающихся таких полей и сигналов, по существу сводится к оценке их взаимно- и автокорреляционных функций. Удобным способом описания случайных полей является функция когерентности [1]

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle V_1(t) V_2^*(t + \tau) \rangle,$$

использующая представление исходных сигналов в виде комплексных аналитических функций.

Функция когерентности является также комплексной аналитической функцией, модуль которой определяет степень связи, а фаза — средний сдвиг фаз частично когерентных процессов, и через преобразование Фурье связана с взаимной спектральной плотностью этих процессов.

Измерение взаимной спектральной плотности, эквивалентное измерению функции взаимной когерентности, в некоторых приложениях является более удобным, так как при этом облегчается интерпретация получаемой информации. Примером могут служить задачи исследования частотно-зависимых связей и источников вибраций в распределенных упругих конструкциях.

В настоящей работе дается описание аналоговой схемы раздельного измерения реальной и мнимой частей, а также модуля взаимной функции когерентности, использующей узкополосную предварительную фильтрацию входных сигналов перестраиваемыми фильтрами. Использование гетеродинного принципа делает устройство достаточно простым. Зависимость результатов измерения от частоты настройки входных фильтров является оценкой взаимной спектральной плотности исследуемых процессов.

Далее рассматривается модифицированная схема, использующая предварительное ограничение сигналов до перемножения. В этом случае данные измерений являются оценкой спектра когерентности [2]

$$\gamma_{12}(f) = \frac{\Gamma_{12}(f)}{[\Gamma_{11}(f)\Gamma_{22}(f)]^{1/2}},$$

т. е. степени когерентности каждой частотной составляющей. Описанная схема отличается от широко известного коррелятора совпадений полярности [3] наличием послеограничительных фильтров, улучшающих градуировочные характеристики прибора.

Измерение взаимной спектральной плотности. При аналоговом определении оценок взаимной спектральной плотности стационарно связанных случайных процессов реализаций исследуемых процессов пропускают через достаточно узкополосные фильтры, выходные напряжения фильтров перемножают и произведение усредняют. При этом результат усреднения дает оценку лишь действительной составляющей взаимной спектральной плотности исследуемых процессов. Для определения мнимой составляющей выходной сигнал одного из фильтров сдвигают по фазе на 90° , т. е. осуществляют гильбертово сопряжение. Если частотные характеристики фильтров одинаковы и спектральные плотности исследуемых действительных процессов равномерны в полосе пропускания фильтров, то математические ожидания полученных оценок реального $\langle V_c \rangle$ и мнимого $\langle V_s \rangle$ компонентов спектра определяются равенствами [4]

$$\begin{aligned} \langle V_c \rangle &= \langle X(\omega_1, t) Y(\omega_1, t) \rangle = |S(x, y, \omega_1)| \cos \varphi(\omega_1) \int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega = \\ &= \operatorname{Re} S(x, y, \omega_1) \int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \langle V_s \rangle &= \langle \hat{X}(\omega_1, t) Y_1(\omega_1, t) \rangle = |S(x, y, \omega_1)| \sin \varphi(\omega_1) \int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega = \\ &= \operatorname{Im} S(x, y, \omega_1) \int_0^\infty |H(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned}$$

Угловые скобки означают операцию статистического усреднения; знак $\hat{}$ — операцию гильбертова преобразования сигнала; $X(\omega_1, t)$ и $Y(\omega_1, t)$ — выходные напряжения узкополосных фильтров со средней частотой ω_1 ; $|S(x, y, \omega_1)|$ и $\varphi(\omega_1)$ — значения модуля и фазы взаимной спектральной плотности исследуемых процессов на частоте ω_1 ; $H(\omega)$ — частотная характеристика фильтра.

Основная трудность при конструировании прибора, работающего с использованием метода фильтрации, заключается в сложности создания устройств, дающих хорошее приближение преобразования сигнала по Гильберту даже в ограниченном диапазоне частот. В предлагаемой схеме используется косвенный метод приближенного гильбертова преобразования, который заключается в переносе спектра выходного сигнала $X(\omega_1, t)$ одного из фильтров по шкале частот на величину ω_0 . Если при этом сигнал сохраняет форму своего спектра, то его можно записать в виде [5]

$$X(\omega_1 - \omega_0, t) = X_1(\omega_1, t) \cos \omega_0 t + \hat{X}_1(\omega_1, t) \sin \omega_0 t. \quad (2)$$

Простейший способ такого преобразования сигнала с ограниченным спектром состоит в его гетеродинировании с последующим выделением одной боковой полосы. Тогда для определения оценок взаимной спектральной плотности в соответствии с формулами (1) достаточно сигнал (2) перемножить с выходным напряжением второго фильтра $Y(\omega_1, t)$, а затем с помощью фазовых детекторов выделить составляющие $X_1(\omega_1, t)Y(\omega_1, t)$ и $\hat{X}_1(\omega_1, t)Y(\omega_1, t)$ и усреднить их. Все эти операции выполняет схема прибора, показанная на рис. 1.

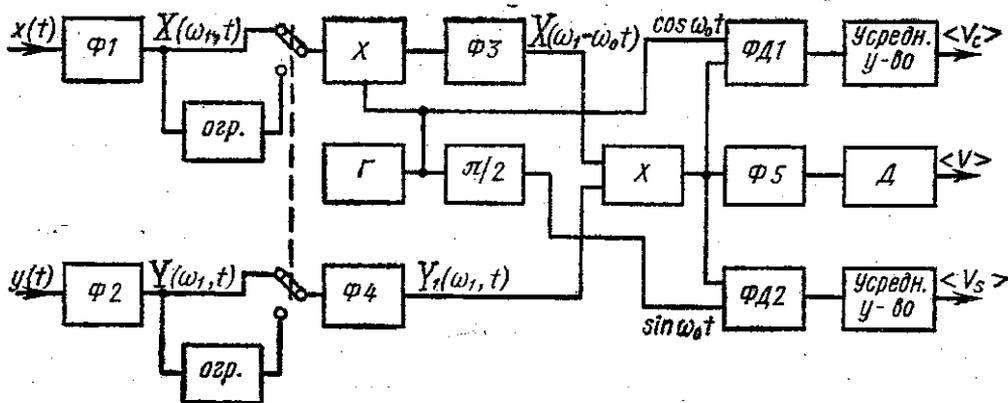


Рис. 1

В схеме перенос спектра сигнала $X(\omega_1, t)$ осуществляется с помощью гетеродина Γ , блока умножения X и фильтра $\Phi 3$, выделяющего боковую полосу сигнала $X(\omega_1, t)\cos\omega_0 t$ со средней частотой $\omega_1 - \omega_0$. Фильтр $\Phi 4$ служит для выравнивания полос пропускания. При одинаковых частотных характеристиках фильтров $\Phi 1$ и $\Phi 2$ частотные характеристики $\Phi 3$ и $\Phi 4$ должны совпадать по форме и быть сдвинутыми одна относительно другой на частоту сигнала гетеродина ω_0 . В этом случае связь между функциями откликов на импульсное воздействие для фильтров $\Phi 3$ и $\Phi 4$ выражается зависимостью

$$h_3(t) = h_4(t) \cos \omega_0 t + \hat{h}_4(t) \sin \omega_0 t.$$

Установившееся напряжение на выходах фильтров $\Phi 3$ и $\Phi 4$ можно определить, используя известные соотношения из теории линейных цепей

$$\begin{aligned} X(\omega_1 - \omega_0, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_3(u) X(\omega_1, t - u) \cos \omega_0(t - u) du = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h_4(u) X(\omega_1, t - u) du \cdot \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{h}_4(u) X(\omega_1, t - u) du \cdot \sin \omega_0 t = \\ &= X_1(\omega_1, t) \cos \omega_0 t + \hat{X}_1(\omega_1, t) \sin \omega_0 t, \\ Y_1(\omega_1, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_4(v) Y(\omega_1, t - v) dv. \end{aligned}$$

Усредненное напряжение на выходе фазового детектора ФД1, опорным сигналом которого является сигнал гетеродина, будет:

$$\begin{aligned} \langle V_c(t) \rangle &= \frac{1}{2} \langle X_1(\omega_1, t) Y_1(\omega_1, t) \rangle = \\ &= \frac{1}{4} \iint_{-\infty}^{\infty} h_4(u) h_4(v) \langle X(\omega_1, t-u) Y(\omega_1, t-v) \rangle dudv = \\ &= \frac{1}{4} \iint_{-\infty}^{\infty} h_4(u) h_4(v) K(X, Y, u-v) dudv, \end{aligned} \quad (3)$$

где $K(X, Y, u-v)$ — функция взаимной корреляции стационарно связанных процессов на выходе фильтров Ф1 и Ф2.

Переходя в подынтегральном выражении от функций отклика к частотным характеристикам фильтров, можно записать

$$\langle V_c(t) \rangle = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_4(\omega)|^2 S(X, Y, \omega) d\omega.$$

В свою очередь $S(X, Y, \omega)$ можно определить через частотные характеристики фильтров Ф1 и Ф2 и взаимную спектральную плотность исследуемых процессов. Окончательно, при $H_1(\omega) = H_2(\omega)$

$$\begin{aligned} \langle V_c(t) \rangle &= \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\omega)|^2 |H_4(\omega)|^2 S(x, y, \omega) d\omega = \\ &= \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\omega)|^2 |H_4(\omega)|^2 |S(x, y, \omega)| e^{i\varphi(\omega)} d\omega. \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\langle V_c(t) \rangle \approx \operatorname{Re} S(x, y, \omega_1) \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} |H_1(\omega)|^2 |H_4(\omega)|^2 d\omega.$$

Последнее выражение справедливо в случае, если спектры исследуемых сигналов равномерны в полосе фильтров.

Соответственно усредненное напряжение на выходе фазового детектора ФД2 равно

$$\begin{aligned} \langle V_s(t) \rangle &= \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}_4(\omega) H_4^*(\omega) |H_1(\omega)|^2 S(x, y, \omega) d\omega = \\ &= -\frac{i}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn} \omega |H_1(\omega)|^2 |H_4(\omega)|^2 |S(x, y, \omega)| e^{i\varphi(\omega)} d\omega \approx \\ &\approx \operatorname{Im} S(x, y, \omega_1) \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} |H_1(\omega)|^2 |H_4(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (4б)$$

Один из компонентов произведения выходных сигналов фильтров Ф3 и Ф4 является узкополосным случайным процессом со средней частотой ω_0 :

$$V_c(t) \cos \omega_0 t + V_s(t) \sin \omega_0 t = V(t) \cos [\omega_0 t + \varphi(t)], \quad (5)$$

где $V(t) = \sqrt{V_c^2(t) + V_s^2(t)}$ и $\varphi(t) = \arctg \frac{V_s(t)}{V_c(t)}$ — огибающая и фаза узкополосного процесса.

Очевидно, усреднив процесс (5) и выделив его огибающую, можно получить оценку модуля взаимной спектральной плотности

$$\langle V(t) \rangle = \sqrt{\langle V_c(t) \rangle^2 + \langle V_s(t) \rangle^2} = |S(x, y, \omega_1)| \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} |H_1(\omega)|^2 |H_4(\omega)|^2 d\omega. \quad (6)$$

В схеме (рис. 1) операции усреднения на несущей частоте и выделение модуля взаимной спектральной плотности осуществляются с помощью фильтра Ф5, полоса пропускания которого много уже ширины анализируемого участка спектра, и линейного детектора Д.

Измерение спектра когерентности. Существенная трудность при создании прибора для измерения спектра когерентности возникает при необходимости исследования сигналов с большим динамическим диапазоном. Эту трудность можно обойти, если выходные сигналы фильтров Ф1 и Ф2 подвергнуть жесткому ограничению

$$X^{\text{орп}}(t) = \text{sgn } X(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } X(t) > 0 \\ 0 & \text{при } X(t) = 0 \\ -1 & \text{при } X(t) < 0 \end{cases}$$

с помощью усилителей — ограничителей высокой чувствительности. В этом случае равенство (3) будет иметь вид

$$\begin{aligned} \langle V_c^{\text{орп}}(t) \rangle &= \frac{1}{4} \iint_{-\infty}^{\infty} h_4(u) h_4(v) \langle \text{sgn } X(\omega_1, t-u) \text{sgn } Y(\omega_1, t-v) \rangle dudv = \\ &= \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} h_4(u) h_4(v) \arcsin R(X, Y, u-v) dudv, \end{aligned}$$

где $R(X, Y, u-v) = K(X, Y, u-v) / \sigma(X)\sigma(Y)$ — коэффициент взаимной корреляции процессов $X(\omega_1, t)$ и $Y(\omega_1, t)$. Соотношение

$$\langle \text{sgn } X(t) \text{sgn } Y(t+\tau) \rangle = \frac{2}{\pi} \arcsin R(X, Y, \tau)$$

справедливо для распределений, симметричных относительно нулевого математического ожидания, при условии, что сечения поверхности совместной плотности распределения плоскостью $W(x, y) = \text{const}$ представляет собой эллипс [6]. Разлагая функцию $\arcsin R(X, Y, \tau)$ в ряд по степеням $R(\tau)$ и переходя от функций отклика фильтров к частотным характеристикам, можно записать

$$\langle V_c^{\text{орп}}(t) \rangle = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H_4(\omega)|^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k)!}{2^{2k} (k!)^2 (2k+1)} \int_{-\infty}^{\infty} [R(X, Y, \tau)]^{2k+1} e^{-i\omega\tau} d\tau d\omega. \quad (7)$$

Нулевой член разложения дает оценку действительной составляющей спектра когерентности

$$\begin{aligned} \langle V_c^{\text{орп}}(t) \rangle_{k=0} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H_4(\omega)|^2 \frac{S(X, Y, \omega)}{\sigma(X)\sigma(Y)} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{|S(x, y, \omega_1)| \cos \varphi(\omega_1)}{[S(x, \omega_1)S(y, \omega_1)]^{1/2}} \frac{\int_0^{\infty} |H_1(\omega)|^2 |H_4(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |H_1(\omega)|^2 d\omega} = \\ &= \text{Re } \gamma(x, y, \omega_1) \frac{1}{2\pi} \frac{\int_0^{\infty} |H_1(\omega)|^2 |H_4(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^{\infty} |H_1(\omega)|^2 d\omega} \end{aligned}$$

Оценка с учетом остальных членов ряда может быть получена численным методом после конкретизации вида частотных характеристик.

Пусть частотные характеристики фильтров описываются гауссовой кривой, что является хорошим приближением для многокаскадных резонансных усилителей

$$\begin{aligned} |H_1(\omega)|^2 = |H_2(\omega)|^2 &= \exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega_1)^2}{\alpha^2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(\omega + \omega_1)^2}{\alpha^2} \right\}, \\ |H_4(\omega)|^2 &= \exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega_1)^2}{\beta^2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(\omega + \omega_1)^2}{\beta^2} \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\alpha = \frac{\Delta\omega_{1\pm}}{\sqrt{\pi}}, \quad \beta = \frac{\Delta\omega_{4\pm}}{\sqrt{\pi}}, \quad \Delta\omega_{1\pm} = \int_0^{\infty} |H_1(\omega)|^2 d\omega / |H_1(\omega_1)|^2,$$

$|H_1(\omega_1)|$ — значение амплитудно-частотной характеристики фильтра Φ_1 на средней частоте настройки ω_1 .

В этом случае $R(X, Y, \tau)$ имеет вид

$$R(X, Y, \tau) = \exp \left\{ -\frac{\alpha^2 \tau^2}{4} \right\} |\gamma(x, y, \omega_1)| \cos [\omega_1 \tau + \varphi(\omega_1)]$$

и соответственно

$$\begin{aligned} [R(X, Y, \tau)]^{2k+1} &= \left[\exp \left\{ -\frac{\alpha^2 \tau^2}{4} \right\} |\gamma(x, y, \omega_1)| \right]^{2k+1} \cos^{2k+1} [\omega_1 \tau + \varphi(\omega_1)] = \\ &= \left[\exp \left\{ -\frac{\alpha^2 \tau^2}{4} \right\} |\gamma(x, y, \omega_1)| \right]^{2k+1} \frac{1}{2^{2k}} \sum_{n=0}^k \binom{2k+1}{n} \times \\ &\quad \times \cos(2k+1-2n) [\omega_1 \tau + \varphi(\omega_1)]. \end{aligned}$$

Из всей суммы по n следует оставить только слагаемые при $n=k$, т. е. гармоническую составляющую с частотой ω_1

$$\frac{(2k+1)!}{2^{2k} (k!)^2 (k+1)} \left[\exp \left\{ -\frac{\alpha^2 \tau^2}{4} \right\} |\gamma(x, y, \omega_1)| \right]^{2k+1} \cos [\omega_1 \tau + \varphi(\omega_1)].$$

Высшие гармоники при прохождении через узкополосный фильтр Ф4 с центральной частотой настройки ω_1 будут значительно ослаблены и их вкладом можно пренебречь. После ряда преобразований формула (7) приводится к виду

$$\langle V_c^{\text{огр}}(t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} C_k |\gamma(x, y, \omega_1)|^{2k+1} \left[\left(\frac{\Delta\omega_{1g}}{\Delta\omega_{4g}} \right)^2 (2k+1) + 1 \right]^{-1/2} \times \\ \times \cos \varphi(\omega_1), \quad (9a)$$

где

$$C_k = \frac{[(2k)!]^2}{2^{4k} (k!)^4 (k+1)}.$$

Аналогичным образом вычисляются усредненные напряжения на выходе ФД2 и на выходе линейного детектора Д.

$$\langle V_s^{\text{огр}}(t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} C_k |\gamma(x, y, \omega_1)|^{2k+1} \left[\left(\frac{\Delta\omega_{1g}}{\Delta\omega_{4g}} \right)^2 (2k+1) + 1 \right]^{-1/2} \sin \varphi(\omega_1). \quad (9b)$$

$$\langle V^{\text{огр}}(t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} C_k |\gamma(x, y, \omega_1)|^{2k+1} \left[\left(\frac{\Delta\omega_{1g}}{\Delta\omega_{4g}} \right)^2 (2k+1) + 1 \right]^{-1/2} \quad (10)$$

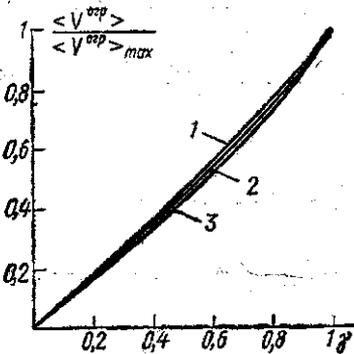


Рис. 2

По формуле (10) были вычислены оценки модуля спектра когерентности с учетом двадцати членов ряда. При этом отмечается, что последние десять членов дают поправку лишь в третьем знаке. На рис. 2 показаны результаты вычислений, приведенные к единице, для трех значений $\Delta\omega_{1g}/\Delta\omega_{4g}$ (1 — 2, 2 — 1 и 3 — 0,5).

Как видно из графиков, использование жесткого ограничения приводит к нелинейности градуировочной кривой прибора. Степень нелинейности зависит от соотношения эффективных полос до и после ограничительных фильтров.

Определение точности измерений.

В реальных схемах статистическое усреднение обычно заменяют усреднением за достаточно большой промежуток времени

$$V_c(T) = \frac{1}{T} \int_0^T V_c(t) dt, \quad V_s(T) = \frac{1}{T} \int_0^T V_s(t) dt.$$

На практике интегрирующая схема, как правило, имеет весовую функцию, отличную от $1/T$. Важно только, чтобы время интегрирования было много больше времени корреляции усредняемого процесса, точный же вид функции отклика усредняющего фильтра мало влияет на конечные оценки.

Тогда дисперсия оценки действительной части взаимной спектральной плотности с учетом (3) при временном усреднении равна

$$D[V_c(T)] = \langle [V_c(T)]^2 \rangle - \langle V_c(T) \rangle^2 = \\ = \frac{1}{4T^2} \iint_0^T \langle X_1(t) Y_1(t) X_1(t') Y_1(t') \rangle dt dt' - \frac{1}{4T^2} \left\langle \int_0^T X_1(t) Y_1(t) dt \right\rangle^2.$$

Для нормальных и нормально связанных процессов $X_1(t)$ и $Y_1(t)$ можно записать

$$D[V_c(T)] = \frac{1}{4T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T} \right) \{ K(X_1, X_1, \tau) K(Y_1, Y_1, \tau) + \\ + K(X_1, Y_1, \tau) K(Y_1, X_1, \tau) \} d\tau,$$

где

$$\tau = t - t'.$$

Как следует из формулы, величина дисперсии выходного сигнала для полностью коррелированных на входе процессов в два раза превышает дисперсию оценки для независимых процессов. Очевидно, чувствительность прибора при измерениях слабых корреляционных связей будет определяться дисперсией оценки для независимых процессов, т. е.

$$D[V_c(T)] \leq \frac{1}{4T} \int_{-\infty}^{\infty} K(X_1, X_1, \tau) K(Y_1, Y_1, \tau) d\tau.$$

Дисперсия оценки действительной части взаимной спектральной плотности при независимых исследуемых процессах и частотных характеристиках фильтров, заданных в виде гауссовых кривых (8), определяется выражением

$$D[V_c(T)] \leq \frac{\Delta\omega_{13}}{16\sqrt{2}\pi T\sqrt{1 + (\Delta\omega_{13}/\Delta\omega_{43})^2}} S(x, \omega_1) S(y, \omega_1). \quad (11)$$

Для полностью коррелированных процессов это значение удваивается. Аналогично определяется дисперсия оценки мнимой части взаимной спектральной плотности.

Огибающая узкополосного процесса на выходе усредняющего фильтра Ф5 является оценкой модуля взаимной спектральной плотности. При этом ее математическое ожидание и дисперсия в случае независимых процессов описываются известными формулами [7]

$$\langle V(T) \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2} D[V_{c(s)}(T)]}, \\ D[V(T)] = \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) D[V_{c(s)}(T)]. \quad (12)$$

Формула (12) определяет зону нечувствительности прибора при измерении модуля взаимной спектральной плотности.

При наличии корреляции между исследуемыми процессами $\langle V_c(t) \rangle \neq 0$ или $\langle V_s(t) \rangle \neq 0$ плотность распределения оценки модуля взаимной спектральной плотности описывается обобщенным законом Релея.

Вычисление дисперсии оценки действительной части спектра когерентности для некоррелированных исследуемых процессов при частотных характеристиках фильтров, заданных в виде (8), дает

$$D[V_c^{\text{орп}}(T)] \leq \frac{1}{4\sqrt{2}\pi^2 T \Delta\omega_{13}} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[(2k)!]^2}{2^{4k} (k!)^4 (k+1)} \times \\ \times \frac{[(2n)!]^2}{2^{4n} (n!)^4 (n+1)} [1 + k + n + (2k+1)(2n+1)(\Delta\omega_{13}/\Delta\omega_{43})^2]^{-1/2}.$$

Величины двойной суммы для трех значений отношения $\Delta\omega_{13}/\Delta\omega_{43} = 0,5$; 1 и 2, вычисленные на ЭВМ, равны 1,06; 0,83 и 0,52. Расчет производился до $k=n=20$.

Точность измерений можно определить как среднеквадратичное отклонение оценки, нормированное на крутизну шкалы прибора в области малых значений измеряемых величин, т. е.

$$\sqrt{D[V_c^{\text{орп}}(T)]} / \langle V_c^{\text{орп}}(t) \rangle_{\max} \operatorname{tg} \alpha,$$

где α — угол наклона касательной к градуировочной кривой

$$\langle V_c^{\text{орп}}(t) \rangle / \langle V_c^{\text{орп}}(t) \rangle_{\max} = f(\gamma)$$

при $\gamma=0$.

Для трех значений отношения $\Delta\omega_{13}/\Delta\omega_{43}$, равных 0,5; 1 и 2, получены величины нормированного среднеквадратичного отклонения $\frac{0,96}{\sqrt{T\Delta\omega_{13}}}$; $\frac{1,09}{\sqrt{T\Delta\omega_{13}}}$; $\frac{1,35}{\sqrt{T\Delta\omega_{13}}}$. При измерении взаимной спектральной плотности для тех же значений $\Delta\omega_{13}/\Delta\omega_{43}$ получено

$$\sqrt{D[V_c(T)]} / \langle V_c(t) \rangle_{\max} = 0,79/\sqrt{T\Delta\omega_{13}}, \quad 0,89/\sqrt{T\Delta\omega_{13}} \quad \text{и} \quad 1,11/\sqrt{T\Delta\omega_{13}}.$$

Как видно из сравнения этих данных, проигрыш в относительной чувствительности невелик.

Рассмотренная схема анализатора взаимного спектра при сравнительно невысокой сложности позволяет производить измерение взаимного спектра когерентности и его квадратурных составляющих.

Использование входной цепи фильтр — ограничитель — фильтр расширяет динамический диапазон анализатора. В этом случае отклонение входных характеристик прибора от линейных и проигрыши в чувствительности весьма незначительны. Дополнительным положительным свойством подобной схемы является определенная непараметричность ее выходных характеристик при отклонении функции распределения исследуемых процессов от нормальных в довольно широком классе симметричных совместных распределений.

Авторы выражают благодарность В. И. Шмальгаузену за полезные замечания при обсуждении статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перина Я. Когерентность света. М., 1974.
2. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. М., 1972.
3. Мирский Г. Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов, М., 1972.
4. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М., 1961.
5. Харкевич А. А. Спектры и анализ. М., 1957.
6. Егоров Н. И. «Автоматика и вычислительная техника», 1968, № 2.
7. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., 1966.

Поступила в редакцию
26.4 1977 г.
Кафедра
акустики