

УДК 538.245

**А. И. Пильщиков**  
**Г. Ф. Захаров**

**НЕСТАБИЛЬНОСТЬ СПИНОВЫХ ВОЛН В ФЕРРИТАХ ПРИ ПРИБЛИЖЕНИИ К ФМР**

В работах [1—4] исследовано нестабильное возбуждение спиновых волн в насыщенных монокристаллах ферритов при произвольной накачке, когда частота СВЧ поля накачки  $\omega$  значительно больше частоты ФМР  $\omega_{рез}$ . В настоящей работе изучаются особенности нестабильного возбуждения спиновых волн в условиях приближения дополнительного резонанса к главному ( $\omega \geq \omega_{рез}$ ,  $\omega < \omega_{рез}$ ). В этом случае необходим учет потерь однородной прецессии  $\Delta H$  [5], который приводит к новым выражениям для порогового поля нестабильного возбуждения спиновых волн (см. Приложение).

**Изотропная сфера.** Соотношение между резонансной частотой и частотами нижней  $\omega_1$  ( $k = \theta_k = 0$ ) и верхней  $\omega_2$  ( $k = 0$ ,  $\theta_k = 90^\circ$ ) границ спектра спиновых волн  $\omega_k(k)$ <sup>1</sup> для сферического образца ( $4\pi M = 1750$  Гс — намагниченность насыщения) можно изобразить в виде зависимости их от постоянного поля  $H_0$  (рис. 1). Видно, что при частоте накачки  $f_n = 3$  ГГц  $\omega_{рез}$  находится внутри спектра спиновых волн, т. е. может выполняться условие совпадения дополнительного и главного резонансов ( $\omega = \omega_{рез} = 2\omega_k$ ).

Нами была проведена численная минимизация выражений для пороговых полей при  $f_n = 9, 6, 3$  ГГц для произвольной ориентации линейно поляризованного поля накачки  $\mathbf{h}$  относительно  $\mathbf{H}_0$  ( $\psi$  — угол между  $\mathbf{h}$  и  $\mathbf{H}_0$ , изотропная сфера,  $4\pi M = 1750$  Гс,  $\Delta H = 0,4$  Э). Результаты расчетов для относительных пороговых полей  $h_{пор}/\Delta H_k$  ( $\Delta H_k$  — параметр потерь спиновых волн) представлены на рис. 2.

Видно, что для каждого последующего значения частоты  $f_n = 9, 6, 3$  ГГц величина абсолютного минимума порогового поля и угол  $\psi$ , обеспечивающий этот минимум, определяются увеличивающимся вкладом поперечной (по отношению к  $\mathbf{H}_0$ ) составляющей поля накачки из-за приближения области дополнительного поглощения к ФМР.

Для  $f_n = 3$  ГГц имеются необычные зависимости  $h_{пор}/\Delta H_k$  от  $H_0$ : наличие локальных максимумов при  $H_0 \approx 900$  Э, а в полях  $H_0 = -H_{рез} = 1070$  Э при всех углах накачки  $\psi \neq 0^\circ$  пороговое поле достигает малых значений  $\sim 0,01$ . Это связано с резонансным характером нарастания амплитуды однородной прецессии, которое приводит к резкому увеличению вклада поперечной составляющей поля накачки в условиях нестабильного возбуждения спиновых волн даже для малых углов  $\psi$ .

Из численного расчета также следует, что зависимость  $\psi_k^m$  потенциально нестабильных спиновых волн<sup>2</sup> от  $H_0$  имеет вид:

$$(\psi_k^m)_{\psi=90^\circ} \begin{cases} 0^\circ, 180^\circ & H_0 < H_{рез} \\ \pm 90^\circ & H_0 > H_{рез}; \end{cases} \quad (\psi_k^m)_{0^\circ < \psi < 90^\circ} \begin{cases} 180^\circ & H_0 < H_{рез} \\ 0^\circ & H_0 > H_{рез}. \end{cases}$$

причем,  $\psi_k^m$  при  $H_0 = H_{рез}$  неопределен. Такая зависимость  $\psi_k^m$  от  $H_0$  связана с изменением на  $90^\circ$  ориентации осей эллипса однородной прецессии при переходе через поле  $H_{рез}$  (где однородная прецессия является круговой).

**Монокристаллическая сфера ИФГ.** Наиболее ярко влияние приближения дополнительного резонанса к главному на изменение условий нестабильного возбуждения спиновых волн проявляется при учете энергии кристаллографической анизотропии. Рассмотрим монокристаллическую сферу ИФГ ( $4\pi M = 1750$  Гс,  $\Delta H = 0,4$  Э,  $|K_1|/M = 43$  Э,  $K_1 < 0$  — первая константа анизотропии).

<sup>1</sup>  $k$ ,  $\theta_k$ ,  $\varphi_k$  — волновое число, полярный и азимутальный углы волнового вектора спиновой волны  $\mathbf{k}$  ( $k$ ,  $\theta_k$ ,  $\varphi_k$ );  $\omega_k$  — частота прецессии вектора намагниченности в спиновой волне.

<sup>2</sup>  $\psi_k^m$  отсчитывается в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{H}_0$  от проекции  $\mathbf{h}$  на эту плоскость.

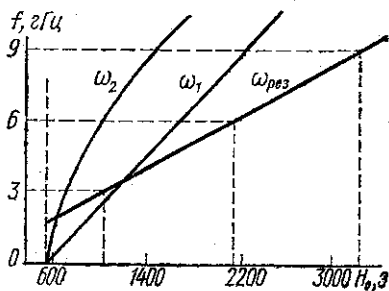


Рис. 1. Зависимость частоты нижней  $\omega_1$  и верхней  $\omega_2$  ветвей изотропного спектра спиновых волн и резонансной частоты  $\omega_{рез}$  от постоянного поля  $H_0$  (сфера,  $4\pi M = 1750$  Гс)

При намагничивании вдоль трудной оси [001] влияние кристаллографической анизотропии сводится лишь к изотропному сдвигу по полю  $H_0$  пороговых полей и спектра нестабильных спиновых волн.

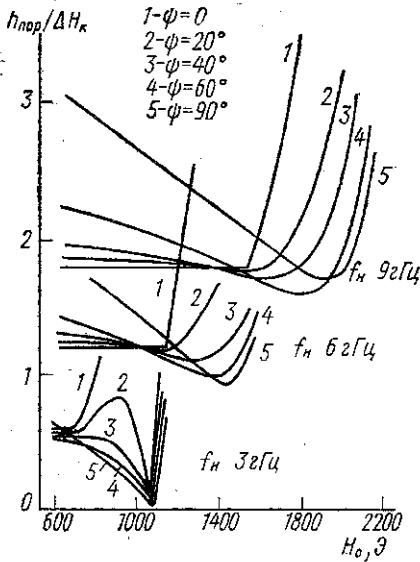


Рис. 2. Зависимость относительного порогового поля от постоянного  $H_0$  (изотропная сфера,  $4\pi M = 1750$  Гс,  $\Delta H = 0,4$  Э) при различных углах накачки  $\psi$  и частоты СВЧ-поля

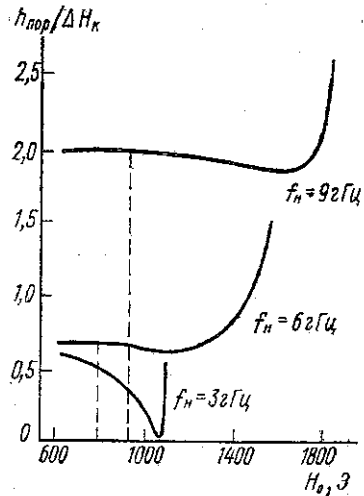


Рис. 3. Зависимость относительного порогового поля от  $H_0$  для сферы ИФГ при  $H_0 \parallel [110]$ ;  $h$  находится в плоскости (110),  $\psi = 30^\circ$

Для промежуточной оси [110] при ориентации линейно поляризованного поля  $h$  в плоскости (110) учет энергии кристаллографической анизотропии приводит в малых полях  $H_0$  и при малых углах  $\psi$  к эффекту преимущественного действия продольной составляющей поля накачки (отсутствует вклад поперечной составляющей в пороговые условия). С приближением к ФМР область полей  $H_0$  и углов  $\psi$ , в которых преимущественно «работает» продольная составляющая СВЧ-поля, уменьшается из-за более раннего «включения» поперечной составляющей, рис. 3 ( $\psi = 30^\circ$ ). Для  $f_n = 9$  ГГц этот эффект проявляется в полях  $H_0 < 925$  Э (горизонтальный участок  $h_{пор}/\Delta H_k$ ,  $\theta_K^m = 90^\circ$ ,  $\varphi_K^m = \pm 90^\circ$ )<sup>3</sup> для  $f_n = 6$  ГГц — соответственно, в полях  $H_0 < 790$  Э, а для  $f_n = 3$  ГГц для всех  $H_0 > H_{нас}$  условия возбуждения спиновых волн определяются совместным действием продольной и поперечной составляющих поля накачки (так,  $\varphi_K^m = 180^\circ$  при  $H_0 < H_{рез}$ ,  $(\theta_K^m)_{\psi=90^\circ} < \theta_K^m < (\theta_K^m)_{\psi=0^\circ}$ ).

Для легкой оси [111] при перпендикулярной накачке ( $h \perp H_0$  и правой круговой поляризации СВЧ-поля) происходит снятие вырождения нестабильных спиновых волн по азимутальному углу  $\varphi_K$ :  $\varphi_K^m = 0^\circ, \pm 120^\circ$  (вырождение по  $\theta_K$  и  $|k|$  остается, что следует из дисперсионного соотношения  $\omega_K(k)$ ). Такое частичное снятие вырождения по сравнению с осью [001] связано с конфигурацией поверхности энергии кристаллографической анизотропии вблизи оси третьего порядка [111].

При СВЧ-поле линейной поляризации (по-прежнему,  $h \perp H_0$ ) пороговое поле и спектр нестабильных спиновых волн определяются направлением поляризации поля  $h$  и близостью к ФМР. Для ИФГ при  $f_n = 3$  ГГц и для двух направлений поляризации СВЧ поля:  $h_x \perp h_y \perp H_0$  ( $h_x$  находится в плоскости (110)) имеем:

$$(\varphi_K^m)_{h_x} = \begin{cases} 180^\circ & H_0 < H_{рез} \\ 0^\circ & H_0 > H_{рез}; \end{cases} \quad (\varphi_K^m)_{h_y} = \begin{cases} \leq 90^\circ & H_0 < H_{рез} \\ \geq 90^\circ & H_0 > H_{рез}. \end{cases}$$

<sup>3</sup>  $\varphi_K^m$  отсчитывается от линии пересечения плоскости, перпендикулярной  $H_0$ , с плоскостью (110).

Заметим, что при  $H_0 = H_{\text{рез}}$  угол  $\varphi_K^m = 0^\circ, \pm 120^\circ$  и не зависит от направления поляризации СВЧ поля, что связано с переходом эллиптической однородной прецессии вектора намагниченности ( $H_0 \neq H_{\text{рез}}$ ) в круговую ( $H_0 = H_{\text{рез}}$ ).

Таким образом, условия нестабильного возбуждения спиновых волн (пороговые поля, спектр) в значительной мере определяются близостью дополнительного поглощения и ФМР, что особенно важно учитывать в монокристаллах ферритов при произвольной СВЧ накачке.

**Приложение.** Пороговое поле нестабильного возбуждения спиновых волн первого порядка ( $\omega_K = \omega/2$ ) определяется следующим выражением (6):

$$\begin{aligned} h_{\text{пор}} = & \frac{\Delta H_K}{2} \frac{\omega}{|W|}; \quad W = \frac{\omega_M}{2} \sin \theta_K \cos \theta_K \left[ \left( A_K + \frac{\omega}{2} \right) e^{i\varphi_K} \mathbf{q}_L + \right. \\ & \left. + \frac{B_K^2}{|B_K|^2} \left( A_K - \frac{\omega}{2} \right) e^{-i\varphi_K} \mathbf{q}_A^* - B_K (\mathbf{q}_L e^{-i\varphi_K} + \mathbf{q}_A^* e^{i\varphi_K}) \right] - \\ & - \left( A_K + \frac{\omega}{2} \right) (N_{11} \mathbf{q}_L + N_{1*1*} \mathbf{q}_A^*) - \frac{B_K^2}{|B_K|^2} \left( A_K - \frac{\omega}{2} \right) (N_{11} \mathbf{q}_A^* + N_{1*1*} \mathbf{q}_L) + \\ & + 2B_K N_{11} (\mathbf{q}_L + \mathbf{q}_A^*) + a_2 B_K; \end{aligned}$$

где СВЧ поле накачки  $\mathbf{h}$ :  $h_{0x} = h_0 a_x \cos(\omega t + \delta_x)$ ;

$$h_{0y} = h_0 a_y \cos(\omega t + \delta_y); \quad h_{0z} = h_0 a_z \cos \omega t;$$

$A_K$  и  $B_K$  определяют спектр спиновых волн  $\omega_K^2 = A_K^2 - |B_K|^2$ ;

$$A_K = \omega_H - \widehat{\omega}_M N_z + \omega_0 \sigma^2 + \frac{\omega_M}{2} \sin^2 \theta_K + N_1; \quad B_K = \frac{\omega_M}{2} \sin^2 \theta_K e^{2i\varphi_K} + N_{1*};$$

$\theta$  — угол между полем  $\mathbf{H}_0$  и осью [001] монокристалла,  $\mathbf{q}_L$  и  $\mathbf{q}_A^*$  ларморова и антиларморова (комплексно сопряженная) составляющие амплитуды однородной прецессии;

$$\mathbf{q}_L = \frac{a_x e^{i\delta_x} [\omega(1+i\eta) + Y] + ia_y e^{i\delta_y} [\omega(1+i\eta) + X]}{XY - \omega^2 + i\eta\omega(X+Y)};$$

$$\mathbf{q}_A = - \frac{a_x e^{i\delta_x} [\omega(1+i\eta) - Y] + ia_y e^{i\delta_y} [\omega(1+i\eta) - X]}{XY - \omega^2 - i\eta\omega(X+Y)};$$

$\eta$  — параметр потерь ( $\eta \ll 1$ ) в уравнении Гильберта (5), который связан с шириной линии ФМР  $\Delta H$  соотношением:  $\eta = \Delta H \gamma / \omega$  ( $\gamma$  — гиромагнитное отношение);

$$x = \omega_H + \widehat{\omega}_M (N_x + N_{xxz} - N_z - N_{zzz}); \quad Y = \omega_H + \widehat{\omega}_M (N_y + N_{yyz} - N_z - N_{zzz}),$$

где  $N_x, N_y, N_z$  — размагничивающие факторы формы ( $N_x + N_y + N_z = 4\pi$ ),

$$N_{xxz} = \frac{9}{4} \frac{|K_1|}{M^2} \sin^2 2\theta_K; \quad N_{yyz} = 3 \frac{|K_1|}{M^2} \sin^2 \theta;$$

$$N_{zzz} = \frac{|K_1|}{M^2} \left( 2 - \sin^2 \theta - \frac{3}{4} \sin^2 2\theta \right);$$

$$N_1 = -\omega_a \left( 2 - 10 \sin^2 \theta + \frac{15}{2} \sin^4 \theta \right); \quad N_{1*} = \frac{3}{2} \omega_a \sin^2 \theta (2 - 3 \sin^2 \theta);$$

Здесь:

$$\omega_a = \gamma |K_1| / M; \quad \omega_M = 4\pi M \gamma; \quad \widehat{\omega}_M = \gamma M; \quad \omega_H = \gamma H_0; \quad \omega_0 = \gamma D;$$

$$H_{02} = H_0 - \frac{1}{2} \left( \frac{K_1}{2M} \right)^2 \frac{1}{H_0} \sin^2 2\theta (3 \sin^2 \theta - 2)^2;$$

$$N_{11} = \frac{9}{8} \omega_a \sin 2\theta (2 - 3 \sin^2 \theta); \quad N_{1*1*} = -\frac{3}{8} \omega_a \sin 2\theta (2 + 3 \sin^2 \theta).$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Пильщикова А. И., Захаров Г. Ф. Материалы VII Всесоюзного семинара по гиромангнитной электронике. Ашхабад, 1973.
2. Яковлев Ю. М., Бурдун Ю. Н. «Физика твердого тела», 1974, 16, 466.
3. Пильщикова А. И., Захаров Г. Ф. Деп. в ВИНТИ № 615—74, 1974.
4. Пильщикова А. И., Захаров Г. Ф. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1974, 15, № 6.
5. Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М., 1973.
6. Захаров Г. Ф. Канд. дис. МГУ, 1975.

Поступила в редакцию  
15.12 1976 г.  
Кафедра  
радиотехники СВЧ

УДК 577.91:343

Г. Н. Медведев  
Б. И. Моргунов

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ  
ЯВЛЕНИЙ В НЕКОТОРЫХ СИСТЕМАХ,  
ОПИСЫВАЕМЫХ  
ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ  
УРАВНЕНИЯМИ С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ  
АРГУМЕНТОМ

**Постановка задачи.** Рассматривается система интегродифференциальных уравнений с запаздыванием следующего вида:

$$\dot{x} = \varepsilon X(x, \tilde{x}, \psi, \tilde{\psi}, \int_0^t f(x(s), \tilde{x}(s), \psi(s), \tilde{\psi}(s), s, t) ds),$$

$$\dot{\psi} = \omega(x) + \varepsilon \Psi(x, \tilde{x}, \psi, \tilde{\psi}, \int_0^t g(x(s), \tilde{x}(s), \psi(s), \tilde{\psi}(s), s, t) ds), \quad (1)$$

где  $x$ ,  $X$  и  $\Psi$ ,  $\psi$ ,  $\Psi$  —  $n$ - и  $m$ -мерные векторные функции,  $\tilde{x} = x(t-\Delta)$ ,  $\tilde{\psi} = \psi(t-\Delta)$ ,  $\tilde{x}(s) = x(s-\Delta)$ ,  $\tilde{\psi}(s) = \psi(s-\Delta)$ ,  $\Delta > 0$  — запаздывание — положительная постоянная,  $\varepsilon > 0$  — малый параметр. Функции  $X$  и  $\Psi$  периодичны по переменным  $\psi$  и  $\tilde{\psi}$  с периодом  $2\pi$ . Некоторые системы интегродифференциальных уравнений изучались в [1, 2].

В настоящей статье исследованы резонансные явления в системах вида (1). В статье [3] резонансные явления в системах вида (1) были исследованы на асимптотически большом, но конечном промежутке времени. В настоящей работе проводится исследование устойчивости стационарных резонансных режимов на бесконечном промежутке времени. Для этого к системе (1) применяется специализированная схема усреднения [4], позволяющая получить усредненную систему и вычислить стационарные резонансные значения переменных с большей степенью точности, чем это было сделано в работе [3] для конечного промежутка времени.

**Основные результаты.** Резонанс в системе (1) определим следующим образом:

$$N\omega(x_0) = 0, \quad \omega(x_0) \neq 0,$$

где  $N$  — целочисленный вектор.