3. Медведев Г. Н., Моргунов Б. И. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1977, 18, № 3.
4. Волосов В. М., Моргунов Б. И. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. М., 1971.

Поступила в редакцию
9.2 1977 г.
Кафедра
математики

УДК 539.1.01

О. Г. Горяга

К ТЕОРИИ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯДА В СРЕДЕ

В настоящей работе рассматривается излучение при движении заряда по винтовой линии в среде в ультрарелятивистском случае. Получены спектральное и угловое распределения интенсивности излучения с учетом поляризации.

Общая формула для дифференциальной интенсивности излучения, описывающая поляризационные эффекты, возникающие при синхротронном излучении в прозрачной изотропной среде с диэлектрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon=\varepsilon(\omega)$ и $\mu=\mu(\omega)$, были получены в работе [1]:

$$dW(\theta_0)=\sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{e\beta_\perp}{R}\right)^2\frac{\mu c\nu^2}{n\,|1-n^2\beta_\parallel^2|}\,|1+n\beta_\parallel\cos\theta_0|\times$$

$$\times\,[\operatorname{ctg}\theta_0\,J_\nu(\nu x)\,l_\pi+l_\sigma\,\delta t\,J'_\nu(\nu x)]^2\sin\theta_0\,d\theta_0, \tag{1}$$

где

$$\cos\theta_0=\frac{\cos\theta-n\beta_\parallel}{1-n\beta_\parallel\cos\theta},\quad \sin\theta_0=\frac{\sin\theta\sqrt{1-n^2\beta_\parallel^2}}{t\,(1-n\beta_\parallel\cos\theta)};$$

$$x=\delta\sin\theta_0,\quad \delta=\frac{n\beta_\perp}{\sqrt{1-n^2\beta_\parallel^2}},$$

$$t=\operatorname{sign}(1-n\beta_\parallel\cos\theta),\quad \beta_\parallel=v_\parallel/c,\quad \beta_\perp=v_\perp/c,$$

θ — азимутальный угол сферической системы координат, $n=\sqrt{\varepsilon(\omega)\,\mu(\omega)}$ — показатель преломления среды, R — радиус винтовой линии, $v_\parallel$ — составляющая скорости заряда оси винтовой линии, $v_\perp$ — поперечная составляющая скорости, J_ν — функция Бесселя ν-го порядка. Частота излучения ν-той гармоники $\omega_\nu=\nu\omega$, где $\omega_0=v_\perp R^{-1}|1-n\beta_\parallel\cos\theta|^{-1}$. При $l_\pi=1$ и $l_\sigma=0$ ($l_\pi=0$ и $l_\sigma=1$) получаем интенсивность излучения линейной поляризации для π- (σ-)компонента, а при $l_\pi=l_\sigma=1/\sqrt{2}$ ($l_\pi=-l_\sigma=1/\sqrt{2}$) — интенсивность излучения, соответствующую правой (левой) круговой поляризации [2].

Рассмотрим излучение в среде с показателем преломления, близким к единице,

$$n=1+\Delta n,\quad |\Delta n|\ll 1,\quad |\Delta n|\ll 1-\beta_\parallel^2$$

ультрарелятивистского заряда, для которого

$$\beta_0=\frac{\beta_\perp}{\sqrt{1-\beta_\parallel^2}}\simeq 1,\quad \sin^2\theta_0\simeq 1. \tag{2}$$

Тогда в области (2) величина x удовлетворяет условию

$$1-x^2=1-\delta^2+\cos^2\theta_0\ll 1,\quad (1-\delta^2\simeq 1-\beta_0^2-2\Delta n)$$

и для функций Бесселя в равенстве (1) применима следующая асимптотика [3]:

$$J_\nu(\nu x) \simeq \left[\left(\frac{\nu}{2}\right)^{1/3} x\right]^{-1} \Phi\left(-\left(\frac{\nu}{2}\right)^{2/3}(x^2-1)\right)[1+O(\nu^{-\prime})], \tag{3}$$

через функции Эйри

$$\Phi(y) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \cos\left(\frac{t^3}{3}+yt\right)dt.$$

Используя известные интегралы от функции Эйри [4], можно провести интегрирование по углам θ_0, после чего получить следующее спектральное распределение излучения:

$$W(\nu) = -\left(\frac{e\beta_\perp}{R}\right)^2 \frac{2\mu c}{[n\,|\,1-n^2\beta_\parallel^2\,|}\nu^{1/3}\left\{\frac{1}{4}l_\pi^2[\Phi'(\xi)+\xi\Phi_1(\xi)]+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{4}l_\sigma^2[3\Phi'(\xi)+\xi\Phi_1(\xi)]+2^{5/3}l_\pi l_\sigma \Phi^2(\xi/2^{3/2})\right\}, \tag{4}$$

где

$$\Phi_1(\xi) = \int_\xi^\infty \Phi(y)\,dy, \quad \xi = \nu^{2/3}(1-\delta^2).$$

После суммирования по поляризациям получим результат работ [5, 6].

Для того чтобы найти угловое распределения излучения, необходимо задать определенный закон дисперсии $n=n(\omega)$. Предполагая, что n слабо зависит от частоты, причем $x<1$, т. е. $2\Delta n < 1-\beta_0^2+\cos^2\theta_0$, и заменяя в формуле (1) с учетом асимптотики (3) суммирование интегрированием, находим:

$$W(\theta_0) = \left(\frac{e\beta_\perp}{R}\right)^2 \frac{\mu c\delta^2}{16n\,|\,1-n^2\beta_\parallel^2\,|}\left[l_\pi^2\frac{\cos^2\theta_0}{\delta^2}\frac{5}{(1-x^2)^{7/2}}+\right.$$

$$\left.+l_\sigma^2\frac{7}{(1-x^2)^{5/2}}+l_\pi[l_\sigma\frac{\cos\theta_0}{[\delta}\frac{64}{\pi\sqrt{3}\,(1-x^2)^3}\right]. \tag{5}$$

Как видно, максимум излучения сосредоточен в области углов $\cos^2\theta_0 \leqslant |1-\beta_0^2-2\Delta n|$. Данный случай допускает предельный переход к вакууму $n\to 1$, при этом формула совпадает с результатом [2].

Для значений $x>1$, т. е. $2\Delta n > 1-\beta_0^2+\cos^2\theta_0$, интеграл по ν расходится, и в этом случае, так же как и при черенковском излучении в отсутствие внешнего поля, необходимо верхний предел интегрирования ограничить максимальной частотой $\omega \leqslant \omega_{max}$. В отсутствие поля при движении по прямолинейной траектории, очевидно, получим известную формулу черенковского излучения [7].

Автор выражает глубокую признательность В. Ч. Жуковскому и А. В. Борисову за внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куканов А. Б., Лаврова Г. А., Ориса Б. Д. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1971, № 1, 111.
2. Сб. Синхротронное излучение, под ред. А. А. Соколова и И. М. Тернова. М., 1966.
3. Эрдейи А. Асимптотические разложения. М., 1962.
4. Aspens D. E. «Phys. Rev.», 1966, **147**, 554.
5. Мусаханян В. В., Никишов А. И. ЖЭТФ, 1974, **66**, 1258.
6. Schwinger J., Wu-Yang Tsai, Erber T. «Ann. of Phys.», 1976, **96**, **303**.
7. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1974.

Поступила в редакцию
11.3 1977 г.
Кафедра
теоретической физики