УДК 539.12

Н. Н. Колесников
В. И. Тарасов

ТРЕХЧАСТИЧНЫЕ ГИПЕРЯДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

В статье проведен расчет энергии связи гипертрития и анализируется роль спиновых сил Λ—N-взаимодействия.

Среди связанных систем сильно взаимодействующих частиц гипертритий (${}^3_\Lambda H$) выделяется своей аномально-низкой энергией связи (энергия отрыва Λ-частицы 0,13±0,05 МэВ [1]) и аномально-большими размерами (~10 Ф), вследствие чего он легко расщепляется в кулоновском поле тяжелых ядер [2] и в то же время способен к слиянию с легкими ядрами [3]. Расчет энергий связи гипертрития совместно с анализом энергий связи более тяжелых гиперядер и Λ—p-рассеяния позволяет оценить эффект спиновых сил в Λ—N-взаимодействии, а также исследовать стабильность простейших гиперядерных систем с двумя Λ-частицами.

Задача гипертрития рассматривалась как без учета [4—6], так и с учетом отталкивательной сердцевины [7]. Однако расчет ${}^3_\Lambda H$ не был согласован с энергиями связи всех остальных гиперядер; кроме того, не было практически исследовано влияние выбора N—N-сил. Это явилось целью настоящей работы, причем рассматривалось не только основное, но и возбужденные состояния ${}^3_\Lambda H$ (отличающиеся ориентацией спинов нуклонов и Λ-частицы); кроме того, исследовалась возможность существования связанных состояний системы ${}^3_{\Lambda\Lambda}H$.

Чтобы выяснить, как сказывается выбор N—N-потенциала, в настоящей работе были использованы четыре варианта нуклон-нуклонных сил (с параметрами согласованными с низкоэнергетическим N—N-рассеянием и энергией связи дейтрона): а) в виде экспоненты с набором параметров [4]; б) в виде экспоненты с набором параметров [8], в) в виде хюльтеновского потенциала (см. [8]), г) в виде гауссовской экспоненты (см. [9]).

При выборе Λ—N-потенциала мы основывались на том, что (см. [10]), расчет ${}^3_\Lambda H$ нечувствителен к форме Λ—N-потенциала $V_{\Lambda N}(r)$, а определяется фиксацией параметров:

$$\Omega_1 = -\int V_{\Lambda N}(r)\, d^3r \text{ и } R = \sqrt{\langle R^2\rangle}\,, \tag{1}$$

где

$$\langle R^2\rangle = -\frac{1}{\Omega} V_{\Lambda N}(r)\, r^2 d^3r, \tag{2}$$

причем (как следует из анализа гиперядер с $A>4$ [9]) $\Omega_1 = 191$ МэВ·Ф^3

и $R=0{,}78$ Ф. В соответствии с этим в настоящей работе рассматривались потенциалы Λ—N-взаимодействия: (А) в виде экспоненты

$$V_{\Lambda N}(r) = -\Omega \frac{\nu^3}{8\pi} e^{-\nu r}, \tag{3}$$

где $\nu=2\sqrt{3/R}$, и (Б) в виде гауссовской экспоненты

$$V_{\Lambda N}(r) = -\Omega \left(\frac{\mu}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\mu r^2}, \tag{4}$$

где $\mu=3/2R^2$.

Расчет энергии связи ${}^3_\Lambda H$ производился вариационным методом в треугольной системе координат [4, 5, 11]. Волновая функция ${}^3_\Lambda H$ (после исключения движения центра масс и вращения всей системы) строилась в виде произведения

$$\psi(r_1r_2r_3) = f(r_1) f(r_2) \varphi(r_3). \tag{5}$$

Функции f и φ аппроксимировались комбинациями экспонент

$$f(r) = \sum_i x_i e^{-\alpha_i r}, \tag{6}$$

$$\varphi(r) = \sum_i y_i e^{-\beta_i r} \tag{7}$$

или же аналогичными комбинациями гауссовских экспонент. Здесь x_i, α_i, y_i и β_i — вариационные параметры; r_1 и r_2 — расстояния от Λ-частицы до нуклонов, r_3 — расстояние между нуклонами.

Для упрощения вычислений вид пробной функции $\psi(r_1r_2r_3)$, а также и $V_{\Lambda N}(r)$ выбирался в зависимости от формы N—N-потенциала: при рассмотрении N—N-потенциалов экспоненциального или хюльтеновского типа $V_{\Lambda N}(r)$ бралось в виде (3), а $\psi(r_1r_2r_3)$ аппроксимировалось суммой экспонент, в случае же N—N-потенциала гауссовской формы $V_{\Lambda N}(r)$ бралось уже в виде (4), а $\psi(r_1r_2r_3)$ аппроксимировалось суммой гауссовских экспонент. Это позволило выразить средние значения кинетической и потенциальной энергии через элементарные функции (см. [4, 5, 11, 12]), что существенно упростило нахождение минимума по вариационным параметрам. Конечные результаты расчетов собраны в таблице. Поскольку не все наборы вариационных параметров (а также

Тип V_{NN}	Тип $V_{\Lambda N}$	α_1	α_2	x	β_1	β_2	y	B_d, МэВ	Ω, МэВ·Ф³
эксп*	эксп	0,525	—	0	0,544	—	0	1,992	236
эксп**	эксп	0,547	—	0	0,559	—	0	1,948	233
хюльт	эксп	0,560	—	0	0,618	—	0	1,870	231
эксп*	эксп	1,162	0,1271	0,4590	0,6117	0,1920	0,0775	2,120	206
эксп**	эксп	1,120	0,1125	0,4475	0,6488	0,2156	0,0992	2,109	204
гаусс	гаусс	0,6175	0,0248	0,7190	0,2985	0,0404	0,4179	1,761	242
эксп**	эксп	1,114	0,1142	0,4377	0,5548	—	0	1,948	203

* Параметры N—N-потенциала согласно [4].
** Параметры N—N-потенциала согласно [8].

и параметров Λ—N- и N—N-потенциалов) приводят к связанным состояниям системы ${}^3_\Lambda H$, непосредственно вычислялась не энергия связи гипертрития, а те значения Ω, которые при $R=0{,}78$ Ф (и выбранном N—N-потенциале) обеспечивают получение правильной энергии связи Λ-частицы в ${}^3_\Lambda H$ ($B_\Lambda=0{,}13\pm0{,}05$ МэВ [1]). При этом $B_\Lambda({}^3_\Lambda H)$ определялось как разность между полной энергией связи гипертрития (B) и (вычисленной с пробными функциями того же вида, что и для ${}^3_\Lambda H$) энергии связи дейтрона (B_d). Заметим, что последняя при использовании простых пробных функций заметно ниже экспериментального значения (B_d^0).

Найденные значения B_d и Ω приведены в предпоследнем и последнем столбцах таблицы. В первом и втором столбцах указывается соответственно тип N—N- и Λ—N-потенциала. В последующих шести столбцах приводятся значения вариационных параметров. Первые три строки относятся к двухпараметрическим расчетам (один параметр на N—N-связь и один — на Λ—N-связь), последующие три строки — к шестипараметрическим (три параметра на N—N- и три — на Λ—N-связь) и последняя строка — к четырехпараметрическому расчетам (один параметр на N—N- и три — на Λ—N-связь).

Наилучшие результаты (наименьшее значение Ω) получаются в случае экспоненциальной формы N—N- и Λ—N-потенциалов. При шестипараметрическом (3+3) вариационном расчете с экспоненциальными потенциалами с набором параметров [8] экспериментальное значение $B_\Lambda({}^3_\Lambda H)$ получается при $\Omega=204$ МэВ·Ф^3, причем соответствующий трехпараметрический расчет энергии связи дейтрона приводит к величине 2,109 МэВ в хорошем согласии с экспериментом ($B_d^0=$ $=2{,}226$ МэВ). Более того, квадратичный радиус свободного дейтрона $\sqrt{\langle r^2\rangle_d}$ равен 2,01 Ф, что близко к экспериментальному значению $1{,}9635\pm0{,}0045$ [13].

Используя параметры волновой функции гипертрития, также оценены: среднее расстояние между нуклонами $\bar{R}_{NN}$ и среднее расстояние между Λ-частицей и нуклоном $\bar{R}_{\Lambda N}$. Они оказались равными соответственно 1,72 и 7,15 Ф, что, во-первых, подтверждает качественные заключения о больших размерах гипертрития ($\sim$в 3,5 раза больше дейтрона) и, во-вторых, об относительно слабой ($\sim$10—15%) сжимаемости дейтрона внутри ${}^3_\Lambda H$.

Результаты расчета для двух различных наборов параметров N—N-потенциалов экспоненциальной формы [4, 8] не вполне совпадают как при двухпараметрическом (1+1), так и при шестипараметрическом (3+3) расчете, однако это различие невелико (например, Ω отличается на 2—3 МэВ·Ф^3). Для гауссовской экспоненты отличие на первый взгляд значительное. Однако это связано с тем, что гауссовская экспонента плохо (независимо от формы N—N- и Λ—N-потенциалов) аппроксимирует волновые функции слабо связанных систем. Так, при однопараметрическом расчете с гауссовскими пробными функциями дейтрон оказывается несвязанным, и даже трехпараметрический расчет дает результаты несколько худшие (см. таблицу), чем однопараметрический расчет с экспоненциальными пробными функциями. Аналогичная ситуация возникает и при решении трехчастичной задачи, но при большем числе вариационных параметров потенциалы с гауссовскими экспонентами приводят к результатам, мало отличающимся от полученных для экспоненциальных потенциалов. Для хюльтеновского

N—N-потенциала[1] даже при малопараметрическом расчете получаются результаты, близкие к тому, что дают экспоненциальные потенциалы (сравни строки первую или вторую со строкой третьей).

Что же касается самих малопараметрических (1+1) расчетов, они не только занижают B_d и B_Λ (а при фиксированном B_Λ завышают Ω), но и приводят к заниженным значениям $\bar{R}_{NN}$ и особенно $\bar{R}_{\Lambda N}$, а также переоценивают сжимаемость дейтрона (так, для варианта, соответствующего первой строке таблицы, квадратичный радиус свободного дейтрона $\sqrt{\langle r^2\rangle_\alpha}=1{,}59$ Ф., среднее расстояние между нуклонами в ${}^3_\Lambda H$ составляет 1,02 Ф и среднее расстояние $\bar{R}_{\Lambda N}=2{,}04$ Ф). В то же время, как видно из последней строки, расчет ${}^3_\Lambda H$ с малым числом вариационных параметров на N—N-связь при введении достаточного числа вариационных параметров на Λ—N-связь описывает B_Λ (${}^3_\Lambda H$), а также $\bar{R}_{\Lambda N}$ не хуже, чем шестипараметрический вариант[2].

Сопоставление результатов таблицы с расчетами Далица и Даунса [5] показывает, что минимизация в [5] не была полной, о чем свидетельствует не только завышенное значение Ω (≈ 212 МэВ·Ф^3 при $R=0{,}78$ Ф), но и нефизичные значения вариационных параметров.

Как следует из предыдущего, для получения правильного значения энергии связи гипертрития необходимо, чтобы объемный интеграл Λ—N-взаимодействия равнялся $\Omega=204$ МэВ·Ф^3 при $R=0{,}78$ Ф. Это несколько больше того значения, $\Omega_1=191$ МэВ·Ф^3 (см. [10]), которое требуется для правильного описания энергий связи гиперядер с $A>4$ [10]. Поскольку значение Ω_1 определялось на основании анализа гиперядер, остовы которых имеют нулевые спины (где спиновое Λ—N-взаимодействие не дает вклада), небольшое различие между Ω и Ω_1 естественно приписать вкладу спиновых сил в B_Λ (${}^3_\Lambda H$). С учетом спиновых сил оператор Λ—N-взаимодействия можно записать в виде

$$\hat{V}_{\Lambda N}(r)=V_1(r)+(\vec{\sigma}_\Lambda\vec{\sigma}_N)V_2(r). \qquad (8)$$

Отсюда, учитывая, что спин основного состояния ${}^3_\Lambda H$ равен $1/2$, находим

$$\Omega=\Omega_1+2\Omega_2, \qquad (9)$$

где $\Omega_1=-\int V_1(r)\,d^3r$ и $\Omega_2=-\int V_2(r)\,d^3r$ (заметим, что спиновое Λ—N-взаимодействие не нарушает схему связи в ${}^3_\Lambda H$ по сравнению с ${}^2H$). Из (9) следует, что $\Omega_2\leqslant 6{,}5$ МэВ·Ф^3. Более точный расчет B_Λ (${}^3_\Lambda H$), в особенности отказ от разделимости переменных в волновой функции (см. (5)), мог бы привести к дальнейшему уменьшению Ω_2. Однако, как показали оценки, при не слишком большом числе вариационных параметров отказ от разделимости переменных ($\psi(r_1r_2r_3)$) представля-

[1] Хюльтеновский потенциал записывался в виде

$$V_{NN}(r)=-(\nu_2^2-\nu_1^2)\,\frac{\hbar^2}{m_N}\,\{\exp((\nu_2-\nu_1)r)-1\}^{-1},$$

где m_N — масса нуклона, ν_1 связано с энергией связи дейтрона соотношением $\nu_1=\sqrt{\frac{B_d^0}{\hbar^2 m_N}}=0{,}2317$ Ф$^{-1}$, а ν_2, найденное из условия наилучшего согласования с длиной рассеяния (a) и эффективным радиусом (r_0), а также с размерами дейтрона, оказалось равным (см. [12]) $\nu_2=1{,}34$ Ф$^{-1}$.

[2] $\Omega=203$ МэВ·Ф^3; $\bar{R}_{\Lambda N}=7{,}98$ Ф; $\bar{R}_{NN}=1{,}45$ Ф; $\sqrt{\langle r^2\rangle_\alpha}=1{,}59$ Ф.

лось в виде $\sum_{ijk} C_{ijk}\psi_i(r_1)\psi_j(r_2)\psi_k(r_3)$ приводит к уменьшению Ω_2 лишь на 1—2 МэВ·Ф³. Вывод о слабости спиновых сил в Λ—N-взаимодействии находится в согласии с экспериментами по Λ—p-рассеянию [14], а также и с предсказаниями мезонной теории [15]. Приняв в качестве верхней границы для Ω_2 значение 6,5 МэВ·Ф³, можно оценить энергию возбужденных состояний ${}^3_\Lambda H$ со спинами $^1/_2$ и $^3/_2$ [3]. В первом случае

$$E = \langle \hat{T} + V^s_{NN} + 2V_1 \rangle \tag{10}$$

и во втором

$$E = \langle \hat{T} + V^t_{NN} + 2V_1 + 2V_2 \rangle, \tag{11}$$

тогда как для основного состояния

$$E = \langle \hat{T} + V^t_{NN} + 2V_1 - 4V_2 \rangle, \tag{12}$$

где $\hat{T}$ — оператор кинетической энергии, V^t_{NN} и V^s_{NN} — потенциалы N—N-взаимодействия в триплетном и синглетном состоянии. Если (12) соответствует основному состоянию, то V_2 должно быть больше нуля. Но тогда (согласно (11) и (12)) Ω для состояния ${}^3_\Lambda H$ со спином $^3/_2$ должно быть заключено в пределах $184{,}5<\Omega<191$ МэВ·Ф³. Однако при таких низких значениях Ω связанных состояний существовать не может и, следовательно, возбужденное состояние ${}^3_\Lambda H$ со спином $^3/_2$ будет распадаться на d и Λ. В B_Λ возбужденного состояния ${}^3_\Lambda H$ со спином $^1/_2$ спиновые силы вклада не вносят, а поэтому Ω для этого ядра должно было бы равняться $\Omega_1 = 191$ МэВ·Ф³. Кроме того, нуклоны должны находиться в синглетном состоянии, в котором взаимодействие слабее, чем в триплетном. В результате это состояние ${}^3_\Lambda H$ оказывается нестабильным относительно распада на p, n и Λ.

Наконец, предполагая равенство Λ—N- и Λ—Λ-сил (см. [11]), мы исследовали возможность существования связанных систем ${}^{\;3}_{\Lambda\Lambda}H$ и ${}^{\;4}_{\Lambda\Lambda}H$. Расчет первого производился по той же схеме, что и ${}^3_\Lambda H$. При трехпараметрическом (на связь) расчете связанное состояние ${}^{\;3}_{\Lambda\Lambda}H$ с нулевой энергией связи могло бы существовать только при повышении Ω_1 до 245 МэВ·Ф³. Напротив, расчет ${}^{\;4}_{\Lambda\Lambda}H$ как четырехчастичной системы даже при использовании ряда упрощений приводит к связанному состоянию.

---

[3] Спиновая функция основного состояния ${}^3_\Lambda H$ записывается в виде

$$\chi_{1/2,\,1/2}(1,2,3) = \frac{1}{\sqrt{3}}\{\chi_{1,0}(1,2)\,\chi_{1/2}(3) + \sqrt{2}\,\chi_{1,1}(1,2)\,\chi_{-1/2}\}(3),$$

где $\chi_{m\,s}(3)$—спиновая функция Λ-частицы и $\chi_{1,m}(1,2)$ — спиновая функция дейтрона. Кроме того, возможны два других спиновых состояния

$$\chi'_{1/2,\,1/2}(1,2,3) = \chi_{0,0}(1,2)\chi_{1/2}(3)$$

со спином 1/2 и

$$\chi_{3/2,\,3/2}(1,2,3) = \chi_{1,1}(1,2)\,\chi_{1/2}(3)$$

со спином $^3/_2$, где $\chi_{0,0}(1,2)$ — спиновая функция синглетного спинового состояния N—N-системы (все спиновые состояния ${}^3_\Lambda H$ соответствуют максимальным проекциям).

ЛИТЕРАТУРА

1. Juric M. et al. — «Nucl. Phys.», 1973, **B 52**, 1.
2. Kolesnikov N. N., Vedrinsky R. V. — «Nuovo Cimento», 1966, **43**, 301.
3. Колесников Н. Н., Чернов С. М. — ЯФ, 1973, **22**, 218.
4. Dalitz R. H., Downs B. W. — «Phys. Rev.», 1958, **111**, 967.
5. Downs B. W., Dalitz R. H. — «Phys. Rev.», 1959, **114**, 593.
6. Gibson B. F., Lehman D. R. — «Phys. Rev.», 1974, **10C**, 888.
7. Downs B. W., Smith D., Truong T. — «Phys. Rev.», 1963, **129**, 2730.
8. Хюльтен Л., Сугавара М. — В кн.: Строение атомного ядра. Под ред. А. С. Давыдова. М., 1956.
9. Престон М. Физика ядра. М., 1964.
10. Колесников Н. Н., Чернов С. М. — ЯФ, 1976, **23**, 960.
11. Колесников Н. Н., Чернов С. М., Тарасов В. И. — «Изв. вузов. Физика». 1975, **№ 10**, **33**.
12. Колесников Н. Н., Тарасов В. И. — «Изв. вузов. Физика», 1977, № 7.
13. Berard R. H. et al. — «Phys. Rev. Lett.», 1973, **47B**, 355.
14. Alexander G. et al. — «Phys. Rev.», 1968, **173**, 1452; B. Sechi-Zorn et al. — «Phys. Rev.», 1967, **175**, 1735.
15. Deloff A. — «Forschr. Phys.», 1969, **17**, 129.

Поступила в редакцию
26.2 1976 г.
НИИЯФ