УДК 530.12 : 531.51

М. В. Сажин

РЕГИСТРАЦИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ СИСТЕМАМИ

Рассматривается действие гравитационных волн на электромагнитные системы с сосредоточенными параметрами. Развит способ вычисления с помощью функции Лагранжа действия гравитационного излучения на компактные электромагнитные системы. В качестве конкретных систем рассматриваются: электромагнитный контур и цепочка контуров. Обсуждаются различные варианты приема. Анализируются возможности обнаружения гравитационных волн от космических источников. Сформулированы требования к техническим параметрам детекторов, позволяющих надеяться на возможность обнаружения гравитационных волн.

Для обнаружения гравитационных волн (ГВ) предлагали использовать электромагнитные (ЭМ) системы с характерными размерами порядка длины гравитационной волны [1]. Подобные системы в радиотехнике носят название распределенных систем. В качестве детекторов ГВ могут быть использованы также так называемые системы с сосредоточенными параметрами. Размеры таких систем много меньше длины ГВ.

Переменное гравитационное поле, действуя на ЭМ-поле, вызывает его изменение. Заряды в системе движутся в поле, которое является суммой невозмущенного поля A и возмущений δA, возникающих под действием ГВ. Появление возмущений δA вызывает изменение движения зарядов. Следовательно, действие переменных гравитационных полей на систему можно обнаружить по изменению тока в системе.

Когда ГВ не воздействуют на ЭМ контур, уравнение, описывающее изменение тока в нем, имеет вид

$$\frac{d^2I}{dt^2}+\frac{1}{\tau^*}\frac{dI}{dt}+\omega^2 I=0.$$

Здесь τ^* — время релаксации энергии в системе, а ω — резонансная частота контура. Действие ГВ соответствует появлению вынуждающей силы и в том случае, когда частота этой силы совпадает с резонансной частотой контура, в нем появляются нарастающие колебания с амплитудой $\delta I \sim I\omega\hat{\tau}h_0$, где $\hat{\tau}$ — время накопления сигнала.

Наименьший поток, который можно обнаружить контуром, есть

$$F_{\min}\simeq\frac{c^3kT}{G\varepsilon_0\hat{\tau}\tau^*}.$$

Сравнение его чувствительности с чувствительностью твердотельной гравитационной антенны [2] показывает, что контур может быть выгоднее, если $\varepsilon_0 > mv_s^2$. Здесь v_s — скорость звука в механическом резонаторе, m — его масса, а ε_0 — энергия ЭМ-поля в контуре.

Уравнения движения тока в проводниках при наличии гравитационного поля можно искать из ковариантных уравнений Максвелла или используя формализм Лагранжа. Будем искать уравнения движения тока в проводниках, используя формализм функции Лагранжа.

Плотность этой функции для зарядов вместе с производимым ими полем возьмем в виде

$$\mathscr{L} = -\rho c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{c} A_\alpha j^\alpha - \frac{1}{16\pi} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}. \tag{1}$$

Функция Лагранжа при таком выборе ее плотности и в случае произвольной метрики имеет вид

$$L = \int \mathscr{L} \sqrt{\gamma}\, dV, \tag{2}$$

где $\gamma = 1 - g_{ik} + \frac{g_{0i} g_{0k}}{g_{00}}$.

Выбор плотности функции Лагранжа, вообще говоря, неоднозначен. Здесь (1) выбрана так, чтобы в отсутствии гравитационного поля L переходила в соответствующую плотность функции Лагранжа в классической электродинамике и из (1) по обычным правилам вариационного исчисления получались уравнения ЭМ-поля и уравнения движения зарядов в искривленном мире

$$u^\alpha u^\beta{}_{;\alpha} = \frac{e}{mc} F^{\beta\gamma} u_\gamma, \tag{3}$$

$$A_{\mu;\alpha}{}^{;\alpha} - A^\alpha{}_{;\alpha;\mu} - A_\alpha R^\alpha_\mu = -\frac{4\pi}{c} j_\mu. \tag{4}$$

Уравнения (3), (4) описывают движение зарядов и ЭМ-поле в вакууме. Если же заряды движутся в проводниках, то на них накладываются механические связи. Это означает, что пространственная зависимость j^μ задается формой проводников в пространстве, а не ищется из уравнений (3)—(4).

Плотность тока возьмем в виде $j^\mu = \frac{c\rho}{\sqrt{g_{00}}} \frac{dx^\mu}{dx^0}$ [3]. Рассмотрим трехмерные компоненты плотности тока в проводнике. Вводя вектор n^i, касательный к проводнику, и I — ток сквозь выбранное сечение проводника, можно записать трехмерные компоненты плотности тока

$$j^i = I n^i \frac{\delta(S)}{\sqrt{\gamma}}.$$

Проводник считаем бесконечно тонким, поэтому в плотность войдет дельта-функция, что символически обозначено как $\delta(S)$.

Вектор n^i является функцией 4-х координат и подчиняется уравнению девиации геодезических в гравитационном поле при действии негравитационных сил (в данном случае это силы упругости материала проводника)

$$\frac{\delta^2 n^i}{\delta s^2} + R^i_{\alpha k \beta} n^k u^\alpha u^\beta = \frac{\delta F^i}{\delta s}.$$

Здесь F^i — негравитационные ускорения.

Рассмотрим компоненту тока j^0 в таких частях системы, где $j^i|_\Sigma = 0$ (например, на обкладках конденсатора). Последнее условие означает, что в этих частях происходит накопление зарядов. Из уравнения непрерывности получаем связь между зарядом и током $\frac{de}{dt} = -I$.

Вообще говоря, частей в системе, где происходит накопление зарядов, может быть сколько угодно, но будем считать, что их только две. Будем также считать, что система нейтральна и избыток заряда в одной ее части уравновешивается недостатком в другой.

Отметим также, что не все члены в функции Лагранжа одинаковы по величине. Будем пренебрегать членом $\int \rho c^2 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}dV$ в (2). Это означает, что мы пренебрегаем кинетической энергией движения электронов в проводниках по сравнению с энергией ЭМ-поля и взаимодействия поля и зарядов.

Подставляя решение уравнений (3), (4) в (2), получаем функционал L, зависящий от двух функций времени $e(t)$, $I(t)$. Выберем эти функции за обобщенную координату и обобщенный импульс соответственно. Это можно сделать, поскольку между функциями существует соотношение $\frac{de}{dt} = -I$, тождественное связям между координатами с скоростями механической системы. Из вариационного принципа для (2) следуют уравнения Эйлера, которые являются уравнениями движения тока в проводниках.

$$\frac{d}{d\tau}\left[\frac{\partial L}{\partial\left(\frac{de}{d\tau}\right)}\right]-\frac{\partial L}{\partial e}=0, \tag{5}$$

где $d\tau = \sqrt{g_{00}}\,dt$ — истинное время.

Найдем уравнения движения зарядов в сосредоточенной ЭМ системе под действием поля слабой и плоской ГВ

$$g_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}+h_{\mu\nu};\ |h_{\mu\nu}|\ll 1;\ \eta_{\mu\nu}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix};\ h_{\mu\nu}=h_{0\mu\nu}e^{i(\omega t-\mathbf{kr})}.$$

Будем считать, что выполнены калибровочные условия для метрики и потенциала ЭМ-поля

$$h_{\mu\nu}{}^{;\nu}=0,\quad A_{\mu}{}^{;\mu}=0. \tag{6}$$

Кроме того, будем считать, что начальное поле $\overset{(0)}{A}_\mu$ (определяемое как решение (4)) в случае $g_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}$) и токи j^α целиком сосредоточены внутри замкнутой области конечного размера.

Уравнения (3) в слабом гравитационном поле при калибровочных условиях (6) имеют вид

$$\Box A_\mu - h^{\alpha\beta}A_{\mu,\alpha,\beta} - h^{\alpha}{}_{\mu,\beta}A_{\alpha}{}^{,\beta} - h^{\alpha}{}_{\beta,\mu}A_{\alpha}{}^{,\beta} + h^{\alpha}{}_{\mu,\beta}A^{\beta}{}_{,\alpha} = -\frac{4\pi}{c}j_\mu. \tag{7}$$

Решать эти уравнения будем разложением в ряд по малому параметру в амплитуде ГВ h_0. Тогда A_μ будет состоять из невозмущенного поля $\overset{(0)}{A}_\mu$ и и малых поправок $\overset{(1)}{A}_\mu$. Решение (7) для $\overset{(0)}{A}_\mu$ $\overset{(0)}{A}_\mu$ и $\overset{(1)}{A}_\mu$ ищем в виде запаздывающих потенциалов

$$\overset{(0)}{A}_\mu(t,\mathbf{R}_0)=\frac{1}{c}\int[\overset{(0)}{j}_\mu]\,f'(R_0)\,d^3R', \tag{8}$$

$$\overset{(1)}{A}_\mu(t,\mathbf{R}_0)=-\frac{1}{4\pi}\int\left\{[h^{\alpha\beta}\overset{(0)}{A}_{\mu,\alpha,\beta}]+[h^{\alpha}_{(\mu,\beta)}\overset{(0)}{A}_{\alpha}{}^{,\beta}]-\right.$$

$$-[h^{\alpha}{}_{\mu,\beta}\overset{(0)}{A}{}^{\beta}{}_{,\alpha}]-\frac{4\pi}{c}[\overset{(1)}{j}_{\mu}]\Big\}f'(\mathbf{R}_0)\,d^3R'. \tag{9}$$

Здесь квадратные скобки означают, что функция берется в запаздывающий момент времени, $f'(R_0)=|\mathbf{R}_0-\mathbf{R}'|^{-1}$, а $h^{\alpha}_{(\mu,\beta)}=h^{\alpha}_{\mu,\beta}+h^{\alpha}_{\beta,\mu}$.

По решениям (8)—(9) составим функцию Лагранжа (2), пренебрегая членами нелинейными по амплитуде ГВ. Она будет иметь вид

$$L=-\frac{1}{c}\int\overset{(0)}{A}_{\alpha}\overset{(0)}{j}{}^{\alpha}dV-\frac{1}{c}\int\overset{(1)}{A}_{\alpha}\overset{(0)}{j}{}^{\alpha}dV-\frac{1}{c}\int\overset{(0)}{A}_{\alpha}\overset{(1)}{j}{}^{\alpha}dV-$$
$$-\frac{1}{16\pi}\int\overset{(0)}{F}_{\alpha\beta}\overset{(0)}{F}{}^{\alpha\beta}dV-\frac{1}{8\pi}\int\overset{(0)}{F}_{\alpha\beta}\overset{(0)}{F}{}^{\alpha\beta}\,dV. \tag{10}$$

При этом интегрирование по бесконечному объему сводится к интегрированию по конечному объему (из-за ограниченности $\overset{(0)}{A}_{\alpha}$, j_{α}, $\overset{(0)}{F}{}^{\alpha\beta}$). Разложим L в ряд по малому параметру a/λ, который в нее входит, и возьмем самый большой член разложения, содержащий a/λ в нулевой степени. Для сосредоточенной системы остальные члены дают пренебрежимо малый вклад в (10). Отметим, что этой операции соответствует сохранение в (8)—(9) только индукционных членов и пренебрежение запаздыванием, т. е. для суммы невозмущенного поля и поправок

$$A_{\mu}(t,\mathbf{R}_0)=-\frac{e^{i\omega t}}{4\pi}h_0^{\alpha\beta}\int A_{\mu,\alpha,\beta}f'(\mathbf{R}_0)\,d^3R'+\frac{1}{c}\int j_{\mu}f'(\mathbf{R}_0)\,d^3R'. \tag{11}$$

Подставляя (11) в (10) получаем функцию Лагранжа для сосредоточенной системы $L=L_0+\delta L$, где L_0 — невозмущенное значение, а δL — релятивистская поправка, которую ввиду общности результата следует привести полностью, несмотря на громоздкий вид:

$$\delta L=\frac{e^{i\omega t}h_0^{\alpha\beta}}{4\pi c}\int d^3R_0d^3R'\overset{(0)}{j}{}^{\mu}(R_0)\overset{(0)}{A}_{\mu,\alpha,\beta}f'(R_0)-\frac{1}{c^2}\int d^3R_0d^3R'\times$$
$$\times\{\overset{(1)}{j}{}^{\alpha}(R_0)\overset{(0)}{j}_{\alpha}(R')+\overset{(0)}{j}{}^{\alpha}(R_0)\overset{(1)}{j}_{\alpha}(R')\}f'(R_0)+\frac{1}{8\pi c^2}\eta^{\nu\sigma}h_0^{\mu\gamma}e^{i\omega t}\int d^3R_0d^3R'd^3R''\times$$
$$\times\{\overset{(0)}{j}_{[\nu}(R')\partial_{\mu]}f'\}\times\{\overset{(0)}{j}_{[\sigma}(R'')\partial_{\gamma]}f''(R_0)\}-\frac{h_0^{\alpha\beta}e^{i\omega t}}{32\pi^2c}\eta^{\mu\gamma}\eta^{\nu\sigma}\times$$
$$\times\{\int d^3R'\,\partial_{[\sigma}f'(R_0)\overset{(0)}{A}_{\gamma],\alpha,\beta}(R')\}\times\{\int d^3R''\overset{(0)}{j}_{[\nu}(R'')f''_{\mu]}(R_0)\}.$$

Здесь d_{α} — дифференцирование по переменным R_0, обозначение $A_{,\alpha}$ — дифференцирование по R', $j_{[\sigma}f_{\gamma]}=j_{\sigma}f_{\gamma}-j_{\gamma}f_{\sigma}$, а несобственные интегралы понимаются в смысле главного значения. Следствием этой функции будут уравнения движения вида

$$\frac{d}{dt}(\Lambda I)+\frac{e}{C}=0, \tag{12}$$

где C и Λ можно отождествить с емкостью и индуктивностью сосредоточенной ЭМ системы в гравитационном поле.

Если по условиям задачи удобно ввести одномерную (или двумерную) плотность функции Лагранжа (например, рассматривая не колебательный контур, а длинную линию), то достаточно проинтегрировать (1) не по объему, а по двум соответствующим координатам. Тогда вместо индукции и емкости в (12) будут стоять их плотности на единицу длины.

Дальнейшие вычисления будем вести в синхронной системе отсчета. В этой системе при определенном выборе размеров и свойств материала элементы системы будут двигаться как свободные точки. Их движение описывается уравнениями $x^i = \mathrm{const}$, что в свою очередь означает $\frac{\partial n^i}{\partial t} = 0$.

Рассмотрим, как действует линейно-поляризованная ГВ на контур, состоящий из плоскопараллельного конденсатора емкости C и соленоида индуктивности Λ.

По порядку величины изменение функции Лагранжа можно найти непосредственно из (10), поскольку входящие туда члены с точностью до числовых множителей равны энергии системы ε_0, а изменение соответственно

$$\delta L \sim \varepsilon_0 h_0,$$

где h_0 — амплитуда ГВ.

Полная функция Лагранжа будет иметь вид

$$L = \frac{\Lambda I^2}{2}\left(1 - \frac{1}{4} h_0 \cos^2 \varphi_1 e^{i\omega t}\right) - \frac{e^2}{2C}\left(1 - h_0 \cos^2 \varphi_0 e^{i\omega t}\right) + L_1. \qquad (13)$$

Здесь $\frac{\pi}{2} - \varphi_1$ — угол между осью соленоида и волновым вектором ГВ, а $\frac{\pi}{2} - \varphi_0$ — угол между нормалью к конденсатору и волновым вектором. Член L_1 обусловлен наличием диссипативных процессов в любых реальных проводниках.

Воспользовавшись тем, что $h_0 \ll 1$ и вводя обозначения $\Lambda C = \frac{1}{\omega^2}$ и $Q = \omega\tau^*$ запишем уравнение Эйлера для (13) так, чтобы оно приняло вид обычного уравнения колебаний с вынуждающей силой и затуханием

$$\frac{d\overset{(1)}{I}}{dt} + \frac{1}{\tau^*}\overset{(1)}{I} + \omega^2 \overset{(1)}{e} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{4} I_0 h_0 \cos^2\varphi_1 e^{i\omega t}\right) + \omega^2 e_0 h_0 \cos^2 \varphi_0 e^{i\omega t},$$

где $\overset{(1)}{I}$, $\overset{(1)}{e}$ — поправки к невозмущенным значениям I_0 и e_0.

Наиболее просто задача о колебаниях в контуре решается, когда I_0 или e_0 не зависят от времени. Если конденсатор и соленоид соединены последовательно и на конденсаторе наведен постоянный потенциал u_0, то из-за действия ГВ в контуре появляются колебания с амплитудой

$$\delta u = \frac{1}{2} u_0 h_0 \cos^2 \varphi_0 Q. \qquad (14)$$

Изменение энергии в контуре при действии на него монохроматического гравитационного излучения будет

$$\delta\varepsilon = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cos^4 \varphi_0 (h_0 Q)^2.$$

В случае импульсного излучения, заменяя Q на $\omega\hat{\tau}$, где $\hat{\tau}$ — длительность импульса, получим по порядку величины правильный ответ.

Рассмотрим прием ГВ на комбинационных частотах. Пусть в контуре существует ток $I_0 = Ae^{i\tilde{\omega}t}$ с частотой $\tilde{\omega}$ и на контур действует ГВ с частотой Ω, причем $\tilde{\omega}-\Omega=\omega$. Тогда в контуре возникает резонанс и появляется добавочный ток

$$\delta I(t) = \frac{1}{2} h_0 A \left\{\frac{1}{4}\cos^2\varphi_1 - i\frac{\omega}{\tilde{\omega}}\cos^2\varphi_0\right\} \omega t e^{i\omega t}.$$

В установившемся режиме появление этого тока эквивалентно пульсациям амплитуды начального тока на величину

$$\delta A = \frac{1}{2} A\left(\frac{1}{4}\cos^2\varphi_1\cos\Omega t - \cos^2\varphi_0\sin\Omega t\right) h_0 Q$$

и пульсациям фазы

$$\psi(t) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\cos^2\varphi_1\sin\Omega t + \cos^2\varphi_0\cos\Omega t\right) h_0 Q.$$

Эти величины вычислены в предположении $\Omega \ll \tilde{\omega}$.

Прием на комбинационных частотах особенно выгоден при низких частотах гравитационного излучения, поскольку время накопления сигнала $\hat{\tau} = \frac{Q}{\omega}$ в $\frac{\Omega}{\omega}$ раз меньше, чем для контура с резонансной частотой Ω, имеющего ту же добротность.

Преимущества этого варианта по сравнению с (14) не в том, что появляются новые механизмы, усиливающие накопление, а в том, что параметрический прием позволяет добиваться такой же величины сигнала за более короткое время накопления.

Интересная возможность детектирования сверхнизких ГВ открывается при использовании цепочек колебательных контуров. Эксперименты по поиску гравитационного излучения можно осуществлять (после небольшой переделки) на уже имеющихся установках, используя, например, для этой цели магниты ускорителей элементарных частиц.

Рассмотрим цепочку, состоящую из N колебательных контуров. Ячейки цепочки (ячейка — один колебательный контур) имеют одинаковые параметры Λ и C — индуктивность и емкость. Составим контура так, чтобы получился фильтр низких частот. Тогда уравнение колебаний в k ячейке будет иметь вид

$$\frac{d}{dt}\left\{\Lambda\dot{e}_k\left(1 - \frac{1}{4}\cos^2\varphi_{k1}h_0 e^{i\Omega t}\right)\right\} + \frac{2e_k - e_{k-1} - e_{k+1}}{C}(1 - \cos^2\varphi_{k0}h_0 e^{i\Omega t}) = 0.$$

Цепочка колебательных контуров имеет набор резонансных частот

$$\Omega_n = 2\omega\left|\sin\frac{\beta_n}{2}\right|. \qquad (15)$$

Коэффициент β_n находится из условий на концах цепочки. Для цепочки, конец которой соединен с началом, спектр собственных частот (15) находится из условий однозначности решений $e_{k+N}=e_k$. В этом случае $\beta_n = \frac{2\pi n}{N}$, где $n=0, \pm 1, ..., \pm N$. Самая низкая частота, которая еще является резонансной, $\Omega \simeq \frac{2\pi\omega}{N}$ при $N \gg 1$.

Если частота ГВ равна одной из собственных частот цепочки, то в установившемся режиме колебания тока в k-м колебательном контуре будут описываться формулой

$$\delta I_k = -\frac{1}{8} I_0 h_0 \frac{\Omega\tau^*}{N} e^{i\frac{2\pi k}{N}} e^{i\Omega t}\sum_{m=1}^{N}\cos^2\varphi_{m1} e^{-i\frac{2\pi\omega p}{N}}.$$

Здесь выписаны лишь резонансные члены, и начальные токи во всех ячейках постоянны и равны друг другу.

Рассмотрим, как действуют ГВ на цепочку колебательных контуров, расположенных по окружности. Целесообразность рассмотрения именно такой конфигурации становится очевидной, если учесть возможность использования магнитов ускорителей элементарных частиц в качестве детекторов ГВ. Будем считать, что оси всех соленоидов касательны к окружности и лежат в одной плоскости. Для самой низкой частоты $\Omega = 2\omega \sin\frac{\pi}{N}$ амплитуда колебаний тока, возникшего из-за действия ГВ,

$$\delta I_k = \frac{I_0 h_0 \Omega \tau^*}{32} e^{i\frac{2\pi k}{N}} \sin^2\theta,$$

где θ — угол между нормалью к плоскости цепочки и волновым вектором ГВ.

Результаты, полученные выше, приложимы также для цепочки механических резонаторов, выполненных, например, в виде набора маятников с массами m и упругими связями. Если провести замену Λ на m, C^{-1} на упругость K, а ε_0 на $m\omega^2 l^2$, где l — расстояние между массами m, то по порядку величины основные формулы будут тождественны формулам для цепочки ЭМ контуров.

Рассмотрим возможности обнаружения ГВ от космических источников. Будем считать, что сигнал зарегистрирован, если изменение тока в контуре из-за действия ГВ больше, чем из-за шума. Если тепловые шумы значительно сильнее квантовых $kT \gg \hbar\omega$, то критерием того, что появился сигнал, будет [2]

$$\sqrt{\Lambda}\,\delta I \geqslant \sqrt{kT\frac{\hat{\tau}}{\tau^*}}.$$

Следовательно, минимальный поток, который можно обнаружить,

$$F_{\min} = \frac{4}{\pi}\,\frac{c^3 kT}{G\varepsilon_0 \hat{\tau}\tau^*} \tag{16}$$

при условии, что детектор направлен на источник ГВ.

Другая ситуация возникает при приеме на разностных частотах. Критерий обнаружимости, сформулированный для минимально обнаружимого потока,

$$F_{\min} = \frac{4}{\pi}\,\frac{c^3 kT}{G\varepsilon_0 \hat{\tau}\tau^*}\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2.$$

Физический смысл появления малого множителя $\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2$, как отмечено выше, в том, что можно достигнуть того же накопления за меньшее время. Этот принцип используется при приеме ЭМ волн и в радиотехнике носит название супергетеродинного приема.

Оценивая возможности обнаружения ГВ от космических источников, видим, что существует большой разрыв между чувствительностью детектора на ЭМ контуре и мощностью источников. Рассмотрим, например, прием на разностных частотах. Параметры системы возьмем $\varepsilon_0 = 10^{10}$ эрг и $T = 1$ К. Выбирая резонансную частоту контура $\omega \sim 10^5$ с$^{-1}$, получаем, что для регистрации излучения от двойной звезды, W Z Sge [5] требуется контур с недостижимой на современном уровне добротностью $Q \sim 10^{10}$.

Автор благодарен В. Б. Брагинскому, В. Н. Руденко за обсуждение результатов работы, полезные замечания и особенно Л. П. Грищуку за постоянный интерес к работе и многочисленные полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский В. Б., Грищук Л. П., Дорошкевич А. Г., Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Сажин М. В. — ЖЭТФ, 1973, **65**, 1729.
2. Брагинский В. Б., Манукин А. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М., 1974.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1973.
4. Вебер Дж. Общая теория относительности и гравитационные волны. М., 1962.
5. Брагинский В. Б. Физические эксперименты с пробными телами. М., 1970.

Поступила в редакцию
24.V 1977 г.
Кафедра
астрофизики