УДК 538.3 : 530.145

Ю. М. Лоскутов
В. В. Скобелев

О ФУНКЦИЯХ ГРИНА СПИНОРНЫХ И СКАЛЯРНЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В ряде наших работ [1—8] показано, что спинорная электродинамика в сильном магнитном поле сводится к двумерной (подпространство (0,3)). В случае, например, петлевых диаграмм эта ситуация реализуется [1—3, 6] в полях с индукцией $B \gg m^2/e$. Если возбуждения вакуума не происходит, то при наличии фермионных линий достаточно [1, 2, 4, 5] выполнения условия $(E^2-m^2)/2\gamma \ll 1$, где E — энергия фермиона, $\gamma = |eB|$.

В настоящей работе мы хотим, во-первых, показать, что представление типа двумерного возможно в магнитном поле произвольной величины, и, во-вторых, привести радиационную поправку к спинорному пропагатору.

Очевидно, что скалярная электродинамика, в отличие от спинорной, не может быть сведена к чисто двумерной, поскольку энергия основного состояния скалярных частиц в магнитном поле зависит от последнего ($E_0^2 = m^2 + \gamma$), в то время как в случае спинорных частиц «нулевая» добавка компенсируется отрицательным вкладом в энергию за счет ориентации их спина против поля. В этом смысле спинорная электродинамика в сильном поле более проста, чем скалярная.

1. Пользуясь [8], электронную функцию Грина в магнитном поле можно привести к виду (ось z направлена вдоль поля):

$$G^{(1/2)}(x, y) = -\frac{\sqrt{2\gamma}}{(2\pi)^{3/2}} (\hat{P} + m) \cdot \int dk_2\, e^{ik_2(x_2-y_2)} \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} D_n(x_1') D_n(y_1') \cdot \left[\frac{1-\sigma_3}{2} G_{2n}(x-y) + \frac{1+\sigma_3}{2} G_{2n+2}(x-y) \right], \tag{1}$$

где

$$G_\nu = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{d^2k}{k^2 - m_\nu^2}\, e^{-ik(x-y)}, \tag{2}$$

$$m_\nu^2 = m^2 + \nu\gamma, \quad k(x-y) = k_0(x_0-y_0) - k_3(x_3-y_3),$$

$$x_1' = \sqrt{2\gamma}\left(x_1 + \frac{k_2}{\gamma}\right),$$

$D_n(\xi)$ — функция параболического цилиндра.

Аналогичное представление функции Грина уравнения Клейна — Гордона в магнитном поле имеет вид

$$G^{(0)}(x, y) = -\frac{\sqrt{2\gamma}}{(2\pi)^{3/2}} \cdot \int dk_2\, e^{ik_2(x_2-y_2)} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} D_n(x_1') D_n(y_1') G_{2n+1}(x-y). \tag{3}$$

Причинная функция $G_\nu(z)$ вычисляется обычным методом [9] и может быть выражена посредством цилиндрических функций:

$$G_\nu(z) = \frac{1}{4}\theta(z^2)\left[J_0\left(m_\nu\sqrt{z^2}\right) - iN_0\left(m_\nu\sqrt{z^2}\right)\right] +$$

$$+ \frac{i}{2\pi}\theta(-z^2) \cdot K_0\left(m_\nu\sqrt{-z^2}\right). \tag{4}$$

Отсюда видно, что типы сингулярностей на двумерном световом конусе $z^2=0$ определяются логарифмическим поведением N_0 и K_0 при $z^2 \to 0$ и скачками функций $\theta(\pm z^2)$.

Представления (1), (3) с учетом (2) позволяют использовать обычную технику фейнмановских интегралов, модифицируя ее на случай двумерного подпространства (0,3). В пределе $\gamma\to\infty$ это было показано для спинорной электродинамики [1—5]. В скалярной электродинамике дело усложняется тем, что в ней, вообще говоря, следует учитывать вклад всех членов суммы по n.

2. Основываясь на результатах двумерной спинорной электродинамики [1—7], рассмотрим радиационную поправку к электронной функции Грина в сверхсильном магнитном поле:

$$\delta G(k;\, x_\perp,\, x'_\perp) = -i\alpha \int d^2y\, d^2z\cdot G(k;\, x_\perp,\, y)\times$$

$$\times \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2}\,\gamma^\mu\cdot G(p;\, y,\, z)\,\gamma_\mu\cdot D(p-k;\, y-z)\cdot G(k;\, z,\, x'_\perp), \tag{5}$$

где по координатам (0, 3) выполнено фурье-преобразование. Вычислим для этого прежде всего поправку к энергии электрона (см. также [10—15]):

$$\langle M\rangle = -i\,\alpha \int d^4x\, d^4x'\, \overline{\psi}(x)\,\gamma^\mu\, G(x,\, x')\,\gamma_\mu\, D(x-x')\,\psi(x'). \tag{6}$$

Пользуясь электронной функцией Грина в двумерном пространстве и решением уравнения Дирака для основного состояния в декартовых координатах, нетрудно получить для $\langle M\rangle$ выражение

$$\langle M\rangle = \frac{\alpha}{2k_0(2\pi)^3}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\varkappa_1\, d\varkappa_2 \exp\left(-\varkappa_\perp^2/2\gamma\right)\times$$

$$\times \int d^2p\, \bar{u}(k)\,\gamma^\mu\cdot(1-i\gamma_1\gamma_2)\,\frac{\hat{p}+m}{p^2-m^2}\,\gamma_\mu\cdot\frac{-i}{(p-k)^2-\varkappa_\perp^2}\cdot u(k), \tag{7}$$

где $\varkappa_\perp^2=\varkappa_1^2+\varkappa_2^2$, $\bar{u}u=2m$, а наличие фактора $(1-i\gamma_1\gamma_2)$ отбирает в сумме по μ лишь члены с $\mu=0,3$. Интегрирование (7) по виртуальным импульсам электрона проще всего осуществить с помощью фейнмановской параметризации, а интегрирование по $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ элементарно сводится к однократному. В итоге будем иметь

$$\langle M\rangle = \frac{1}{2k_0}\,\bar{u}(k)\,M(k^2)\,u(k), \tag{8}$$

где массовый оператор

$$M(k^2) = m\,\frac{\alpha}{2\pi}\int\limits_0^\infty \frac{e^{-2\lambda x}\,dx}{|(x+\xi)^2-x|^{1/2}}\times$$

$$\times\begin{cases} \ln\dfrac{x+\xi+\sqrt{(x+\xi)^2-x}}{x+\xi-\sqrt{(x+\xi)^2-x}}, & (x+\xi)^2>x,\\[2ex] 2\left[\dfrac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\dfrac{\xi-x}{\sqrt{x-(\xi+x)^2}}\right], & (x+\xi)^2<x, \end{cases} \tag{9}$$

$\xi=(m^2-v^2)/4m^2$, $\lambda=m^2/\gamma$. Сравнивая (7) с результатом интегрирования (5), найдем

$$G(k;\, x_\perp,\, x'_\perp) = \frac{\gamma}{2\pi}\,f(x_\perp,\, x'_\perp)\,\frac{1-i\gamma_1\gamma_2}{2}\times$$

$$\times\left[\frac{\hat{k}+m}{k^2-m^2}+\frac{\hat{k}+m}{k^2-m^2}\,M(k^2)\,\frac{\hat{k}+m}{k^2-m^2}+\dots\right]. \tag{10}$$

При этом $\hat{k} = k_0\gamma_0 - k_3\gamma_3$,

$$f(x_\perp, x'_\perp) = \exp\left\{-\frac{\gamma}{4}\left[(x_1 - x'_1)^2 + (x_2 - x'_2)^2 + 2i(x_1 + x'_1)(x_2 - x'_2)\right]\right\},$$

а для $M(k^2)$ можно брать выражение (9). Здесь, конечно, следует иметь в виду, что поскольку применимость двумерной спинорной электродинамики ограничена областью $(p^2 - m^2)/\gamma \ll 1$, то полученные результаты оправдывают себя, если основной вклад в интеграл по импульсам электрона в виртуальных состояниях (d^2p) приходится на малые p. Разбивая (7) на две части ($|p^2| < \gamma$ и $|p^2| \gg \gamma$) и оценивая вклад обеих областей интегрирования, можно убедиться, что вклад от области $|p^2| \gg \gamma$ по порядку величины в $\ln(\gamma/m^2)$ раз меньше вклада от области $|p^2| < \gamma$. Стало быть, использованное приближение во всяком случае должно давать главную степень $\ln(\gamma/m^2)$ при $\gamma \gg m^2$.

Заметим, что на массовой поверхности из (9) следует известный результат [11, 12]:

$$M(m^2) = m\frac{\alpha}{4\pi}\ln^2(2\gamma/m^2).$$

Авторы благодарны В. Р. Халилову за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скобелев В. В. — «Изв. вузов. Физ.», 1975, **10**, 142.
2. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. — «Phys. Lett.», 1976, **50A**, 151.
3. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В.—«Вестн. Моск. ун-та. Физ., астр.», 1976, № 4, 387.
4. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В. — ТМФ, 1976, **29**, 65.
5. Скобелев В. В. Деп. ВИНИТИ, № 51—76, 1976.
6. Скобелев В. В. — ЖЭТФ, 1976, **71**, 1263.
7. Скобелев В. В. — ЖЭТФ, 1977, **72**, 1298
8. Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В.—«Вестн. Моск. ун-та. Физ., астр.», 1972, № 5, 601.
9. Боголюбов Н. Н., Широков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М., 1973.
10. Demeur M. — «Acad. R. Belg. Cl. Sci. Mem.», 1953, **28**, N 5, 1643.
11. Jancovici B. — «Phys. Rev.», 1969, **187**, 2275.
12. Tsai W., Yildiz A. — «Phys. Rev.», 1973, **D8**, 3446.
13. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. — ЖЭТФ, 1974, **67**, 453.
14. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. — ЯФ, 1976, **24**, 379.
15. Тернов И. М., Багров В. Г., Бордовицын В. А., Дорофеев О. Ф. — ЖЭТФ, 1968, **55**, 2273.

Поступила в редакцию
25.5 1977 г.
Кафедра
теоретической физики

УДК 535.24.34

В. П. Гуськов
И. В. Иванов
Е. И. Рукин

РЕЗОНАНСНАЯ АВТОТЕРМОСТАБИЛИЗАЦИЯ СЕГНЕТОКЕРАМИЧЕСКОЙ ПЛЕНКИ

Эффект резонансной автотермостабилизации [1—3] реализован в сегнетокерамической пленке. Пленка ВК-7 [4] толщиной 200 мкм и площадью 10×10 мм, металлизированная с двух сторон, была включена в качестве конденсатора в колебательный контур. При возбуждении контура источником переменного напряжения температура пленки, нагреваемой теплом диэлектрических потерь, автоматически принимает значение, при котором собственная частота контура становится практически равной частоте возбуждения. Как следует из теории эффекта резонансной автотермостабилизации [1, 5], фактор стабилизации температуры пленки $S_e = \Delta T_e/\Delta T_0$ (ΔT_e — изменение эффективной температуры пленки при изменении температуры окружающей сре-