УДК 530.12 : 531.52

С. В. Румянцев

О СООТНОШЕНИИ ХРОНОГЕОМЕТРИИ И ДИАРНОГО МЕТОДА В ОТО

В определяемых методом хроногеометрии (хронометрии по Сингу [1]) пространственно-временных координат существует некоторый произвол [1, с. 99]. Настоящая статья посвящена выяснению роли различных факторов, обусловливающих этот произвол и возникающей при этом связи хроногеометрии с диарным методом [2, 3].

Пусть одиночный наблюдатель, мировая линия которого — $x^\alpha(s)$, где s — параметр, измеряет время T и расстояние R до некоторой точки, посылая и принимая отраженный от нее сигнал. Моменты посылки и приема сигнала определяются значениями параметра s_1 и s_2. Расстояние R до некоторой точки в момент времени T определяется обычно как

$$R = \frac{s_1 - s_2}{2}, \qquad T = \frac{s_1 + s_2}{2}. \tag{1}$$

Имея уравнение гиперконуса изотропных геодезических с вершиной в точке y^α, нетрудно видеть, что R и T как функции y^α-координат наблюдаемой частицы определяются соотношениями

$$F(R, T, y^\alpha) = E(x^\alpha(T+R);\ y^\alpha) = 0,$$

$$\Phi(R, T, y^\alpha) = E(x^\alpha(T-R);\ y^\alpha) = 0.$$

Здесь $E(x^\alpha, y^\alpha) = 0$ — уравнение гиперконуса с вершиной в точке y^α, $x^\alpha(T \pm R)$ — значение координат наблюдателя в моменты времени $T \pm R$.

Нормали к гиперповерхностям $T=\mathrm{const}$, $R=\mathrm{const}$ ортогональны и равны

$$l_\alpha = -\frac{\Phi_\alpha F_R + F_\alpha \Phi_R}{\sqrt{2F_R\,\Phi_R\,\Phi_\beta F^\beta}}, \qquad \tau_\alpha = \frac{F_R\,\Phi_\alpha - F_\alpha \Phi_R}{\sqrt{2F_R\,\Phi_R\,\Phi_\alpha F^\alpha}},$$

$$\text{где}\ \Phi_\alpha = \frac{\partial \Phi}{\partial y^\alpha},\quad F_\alpha = \frac{\partial F}{\partial y^\alpha},\quad F_R = \frac{\partial F}{\partial R},\quad \Phi_R = \frac{\partial \Phi}{\partial R}. \tag{2}$$

В области пространства-времени, где существуют две точки пересечения мировой линии наблюдателя со световым гиперконусом, возможен выбор в качестве двух координат R и T. Другие две координаты ξ и η представляют собой координаты на поверхности $R=\mathrm{const}$, $T=\mathrm{const}$. Они остаются в дальнейшем произвольными.

В этих координатах можно записать формулы для контравариантных компонент метрического тензора g^{00}, g^{11}, g^{01}

$$g^{00} = -g^{11} = \frac{1}{2\Phi_R F_R}\,\Phi_\alpha F^\alpha, \quad g^{01} = 0. \tag{3}$$

Указанные формулы не зависят от выбора параметра s вдоль мировой линии наблюдателя.

Произвол выбора координат указанным выше способом обусловлен тремя факторами:

а) ходом часов наблюдателя (параметризацией мировой линии);

б) законом $R(s_1, s_2)$ и $T(s_1, s_2)$. Разумеется, можно чисто формально определить R и T иначе, чем было сделано в (1);

в) выбором координат на поверхности $R=\mathrm{const}$, $T=\mathrm{const}$. Как уже указано, формулы (2), (3) инвариантны относительно изменения хода часов и, кроме того, не зависят от выбора координат ξ и η. (При выборе закона $R(s_1, s_2)$ и $T(s_1, s_2)$ отличного от (1) формулы (3) уже не имеют места. В частности, $g^{01} \neq 0$, $g^{00} \neq -g^{11}$.)

Переход от координат R, T, ξ и η к другим координатам R', T', ξ', η', отличающихся от первых согласно пунктам а)—в), определяется преобразованиями

$$R' = R'(R, T), \quad T' = T'(R, T), \quad \xi' = \xi'(R, T, \xi, \eta), \quad \eta' = \eta'(R, T, \xi, \eta). \qquad (4)$$

Эти преобразования оставляют неизменной $\frac{1}{\text{В}}\frac{1}{\text{П}}$-калибровку диарного метода, введенную в работе Л. Ф. Владимировой [4].

Диарный метод представляет собой 2+2-расщепление пространства-времени, т. е. в каждой точке задаются две ортогональные площадки. При этом метрический тензор $g_{\mu\nu}$ представляется следующим образом:

$$g_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu},$$

где $B_{\mu\nu}$ и $\gamma_{\mu\nu}$ ортогональны; $B_{\mu\alpha}\gamma^{\alpha\nu} = 0$ и имеют смысл метрических тензоров двумерных ортогональных площадок: $B_{\mu\nu}$ — площадки, содержащей времениподобное направление, $\gamma_{\mu\nu}$ — пространственноподобной площадки. В работе [4] указан ряд калибровок диарного метода. В случае калибровки, названной $\frac{1}{\text{В}}\frac{1}{\text{П}}$, имеем

$$B_{\mu\nu} = (\delta^0_\mu\delta^0_\nu g^{11} + \delta^1_\mu\delta^1_\nu g^{00})\frac{1}{d} - g^{01}(\delta^0_\mu\delta^1_\nu + \delta^0_\nu\delta^1_\mu)\frac{1}{d},$$

где $d = g^{00}g^{11} - g^{01}g^{01}$. Такая связь тензора $B_{\mu\nu}$ с компонентами метрического тензора выделяет координатные преобразования (4), при которых указанная связь не нарушается.

Координатное условие $g^{00} = -g^{11}$, $g^{01} = 0$ неинвариантно относительно этих общих преобразований. Однако если выбран закон (1) и, следовательно, преобразования координат имеют вид

$$R' = \frac{f(T+R) - f(T-R)}{2}; \quad T' = \frac{f(T+R) + f(T-R)}{2}; \quad \xi', \eta'(R, T, \xi, \eta),$$

то условие $g^{01} = 0$, $g^{00} = -g^{11}$ выполнено и остается инвариантным при таких преобразованиях. При выполнении этого условия $B_{\mu\nu}$ принимает вид $b_{\mu\nu} = (\delta^0_\mu\delta^0_\nu - \delta^1_\mu\delta^1_\nu)\frac{1}{g^{00}}$.

Отметим также, что в координатах R, T, ξ, η диада τ^α и e^α оказывается калибрована 2-кинеметрическим способом [5, 6].

Поскольку $\frac{1}{\text{В}}\frac{1}{\text{П}}$-диарный метод рассматривает величины, определенные в множестве кинеметрических систем отсчета, движущихся относительно друг друга вдоль выделенного 2-кинеметрическим способом пространственного направления [4], то именно такое множество систем отсчета задается методом хроногеометрии при произвольном ходе часов наблюдателя и произвольном задании R и T как функций s_1 и s_2.

В заключение автор выражает благодарность за обсуждение результатов А. А. Соколову и Ю. С. Владимирову.

ЛИТЕРАТУРА

1. Синг Дж. Л. Общая теория относительности. М., 1963.
2. Полищук Р. Ф. — ДАН, 1973, 209, 1.
3. Полищук Р. Ф. — «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астр.», 1973, № 1, 3.
4. Владимирова Л. Ф. — «Изв. вузов. Физ.», 1976, № 7, 43.
5. Владимиров Ю. С., Ефремов В. Н. — В кн.: Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. Вып. 5. М., 1974.
6. Владимиров Ю. С. Диадный метод в ОТО. Деп. ВИНИТИ, № 7228-73, 1973.

Поступила в редакцию
7.6 1977 г.
Кафедра
теоретической физики