УДК 621.373

В. В. Карпов

СПЕКТРАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ АВТОГЕНЕРАТОРОВ

Изложен спектральный метод исследования полигармонических режимов автогенераторов. Приведен пример применения этого метода для автогенератора с мягким предельным циклом при бигармоническом воздействии на основном тоне.

Теоретическое исследование поведения автоколебательной системы при действии на нее ряда гармонических внешних сил или модулированной внешней силы встречает определенные трудности, связанные с решением нелинейного дифференциального уравнения второго порядка. Точное решение подобных уравнений известно лишь для весьма узкой области параметров.

В общем случае движение в автогенераторе с нелинейным контуром и запаздыванием в цепи обратной связи при действии на него нескольких внешних сил описывается уравнением

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + 2\delta(x_\tau)\dot{x}_\tau + \omega_0^2 f(x) = \omega_0^2 \sum_{i=1}^{N} P_i \cos n\omega_i t, \tag{1}$$

где $|\omega_i^2 - \omega_0^2| \ll \omega_0^2$, $x_\tau = x(t-\tau)$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, τ — время запаздывания в цепи обратной связи, δ — декремент затухания контура, $\delta(x_\tau)$ — нормированная функция, соответствующая характеристике нелинейного активного элемента, $f(x)$ — нормированная характеристика нелинейного реактивного элемента.

Коэффициенты полиномов $\delta(x_\tau)$ и $f(x)$ и параметры внешних сил таковы, что уравнение (1) может быть записано в виде уравнения с малым параметром

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \mu F(x, \dot{x}, t, \tau). \tag{2}$$

Прямое применение известных аналитических или графоаналитических методов, описанных, например, Т. Хаяси [1], к исследованию процессов при многочастотном воздействии на автогенератор весьма затруднительно, особенно когда частоты внешних сил находятся в полосе своей синхронизации автогенератора. Движение в автоколебательной системе в этом случае не является гармоническим из-за попадающего в полосу пропускания ряда частот и обогащения спектра колебания за счет комбинационного взаимодействия этих частот в нелинейных элементах.

Идея метода спектральных составляющих [2] состоит в следующем.

Движение в автогенераторе представляется в виде спектра с постоянными в стационарном режиме значениями компонентов.

Учитывая, что взаимодействие гармонических составляющих спектра происходит только в нелинейных элементах, уравнение (1) согласно энергетическому методу К. Ф. Теодорчика [3] разбивается на ряд нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка для составляющих спектра.

Любым из аналитических методов нелинейной теории колебаний осуществляется переход к системе укороченных уравнений.

Полученная система укороченных уравнений решается аналитически, на ЭЦВМ или на аналоговой машине.

Результатом решения является зависимость от времени и от параметров амплитуд и фаз или коэффициентов переменных Ван дер Поля составляющих спектра.

Основное отличие данного метода — выбор спектра движения в автоколебательной системе до решения нелинейного дифференциального уравнения. Спектр выбирается из физических соображений с учетом характеристик нелинейных элементов или определяется из решения уравнения (1) каким-либо другим методом. В случае неудачного выбора спектра амплитуды и фазы его компонентов не достигают стационарных значений во всей области изменения параметров.

Спектр движения зависит от параметров автогенератора и внешних сил. Поэтому важно разделить всю область изменения параметров на ряд областей с различным видом спектра. Так как преобразование спектра возможно только в нелинейных элементах, разумно разбить энергию взаимодействия колебаний в них на энергию компонентов с частотами выбранного спектра ($E_{\text{сп}}$) и энергию компонентов, не входящих в выбранный спектр ($E_{\text{доп}}$). Условие адекватности перехода от одного нелинейного уравнения второго порядка к системе таких уравнений для составляющих спектра требует распределения энергии в основном по частотам компонентов выбранного спектра $E_{\text{сп}} \gg E_{\text{доп}}$.

В областях, где это требование выполнено, полученные уравнения являются одночастотными, и усреднение каждого из них по своему периоду при переходе к системе укороченных уравнений допустимо и не накладывает дополнительных ограничений. Нарушение указанного выше распределения энергии означает изменение спектра движения в автогенераторе и требует корректировки выбранного спектра. Необходимость перехода от одного спектра к другому определяется по поведению устанавливающихся амплитуд и фаз компонентов спектра, которые не достигают стационарных значений, а изменяются периодически во времени.

Таким образом, метод спектральных составляющих применим только в тех случаях, когда движение в автоколебательной системе можно представить в виде конечного спектра, причем основная часть энергии колебаний распределяется по частотам компонентов этого спектра $E_{\text{сп}} \gg E_{\text{доп}}$.

В качестве примера рассмотрим воздействие двух внешних сил на автогенератор с кубической аппроксимацией характеристики нелинейного активного элемента. Для простоты положим $f(x) = x$, $\tau = 0$.

Если в стационарном режиме автогенератор синхронизирован одной из внешних сил, то захваченные колебания промодулированы частотой $\Omega_1 = \omega_1 - \omega_2$ или $\Omega_2 = -\Omega_1$. Рассмотрим автогенератор с мягким предельным циклом, синхронизация которого происходит гашением автоколебаний без увлечения частоты [4, 5]. Тогда для исследования переходных режимов решение уравнения (1) следует искать в виде

$$x = \sum_l x_l = A_g \sin(\omega_g t - \varphi_g) + \sum_{k=0}^{m} \sum_{j=1}^{2} A_{j+2k} \sin[(\omega_j + k\Omega_j) t - \varphi_{j+2k}]. \quad (3)$$

Далее уравнение (1) разбивается на систему уравнений

$$\ddot{x}_l + 2\dot{x}_l + 2[\delta(x)\dot{x}]_l + \omega_0^2 x_l = F_l, \quad (4)$$

где $l=g$, 1, 2, 3, ..., $2(m+1)$, F_l — внешняя сила на частоте той спектральной составляющей, для которой записано уравнение, и осуществляется переход к системе укороченных уравнений

$$\frac{dA_l}{dt} = f_1(A_l, \varphi_l, F_l),$$

$$\frac{d\varphi_l}{dt} = f_2(A_l, \varphi_l, F_l). \quad (5)$$

Подробно такая система укороченных уравнений записана в [2 и 6], где в связи с малостью амплитуд следующих спектральных составляющих в виде движения (3) ограничились $m=2$. Последнее обстоятельство отмечено и в эксперименте [7]. Решение системы укороченных уравнений на ЭЦВМ позволило исследовать переходные и стационарные процессы при двухчастотном ($P_1=P_2$) воздействии на автогенератор, причем получено хорошее количественное соответствие расчетных и экспериментальных результатов [6].

При изменении частот внешних сил в полосе синхронизации автогенератора особый интерес представляют области, в которых условия синхронизации автогенератора каждой из внешних сил почти тождественны. Одной из таких областей при $P_1=P_2$ является область почти симметричного расположения частот ω_1 и ω_2 относительно ω_0 внутри полосы синхронизации вблизи ее границ. В этой области возможно появление собственных колебаний автогенератора, которые при уменьшении расстройки между частотами внешних сил асинхронно гасятся [8]. Отметим, что при тех же условиях в случае автогенератора с жестким предельным циклом существует область синхронизации частотой $\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$. При этом в спектре колебаний автогенератора содержатся компоненты с частотами $\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$, ω_1, ω_2 и их комбинациями.

При близком расположении частот внешних сил (P_2 не обязательно равно P_1) внутри полосы синхронизации недалеко от ее границы происходит расширение спектра колебания автогенератора вследствие резонансного усиления его компонентов. Поведение амплитуд и фаз компонентов этого спектра описывается более сложной системой укороченных уравнений. Дальнейшее уменьшение $|\omega_1-\omega_2|$ приводит к режиму периодической рассинхронизации автогенератора. При периодическом переходе автогенератора из синхронного режима в несинхронный метод спектральных составляющих применять нельзя. Отметим, что размер области рассинхронизации не превышает 0,02 Δ_0 (Δ_0 — полуширина полосы синхронизации автогенератора внешней силой с большей амплитудой).

В отличие от одночастотного режима, стационарный синхронный полигармонический режим устойчив для любого многокомпонентного спектра, не содержащего компонентов с частотой автономных колебаний. Вследствие сложности системы укороченных уравнений для многокомпонентного спектра всегда возникает необходимость в ограничении числа компонентов выбираемого спектра. Если при этом в какой-то области расстроек энергия добавочных компонентов сравнима с энергией учтенных, при расчете на ЭЦВМ не получится устойчивых стационарных значений компонентов. В этом случае требуется корректировка спектра.

Итак, спектральный метод позволяет провести исследование переходных и стационарных процессов в сложной автоколебательной системе при полигармоническом воздействии как на основном тоне, так и на гармониках автоколебания. Границы областей с различными спектрами определяются по характеру процессов установления. В исследованных случаях при численном интегрировании на ЭЦВМ были получены только устойчивые стационарные синхронные режимы.

Автор благодарен И. И. Минаковой за руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М., 1968.
2. Карпов В. В., Минакова И. И. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ., астрон.», 1976, 17, № 3.
3. Теодорчик К. Ф. Автоколебательные системы. М.—Л., 1952.
4. Коваленко А. С., Мигулин В. В. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ., астрон.», 1971, 12, № 3.
5. Коваленко А. С. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ., астрон.», 1971, 12, № 6.
6. Абгарян В. В., Карпов В. В., Минакова И. И. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ., астрон.», 1976, 17, № 4.
7. Иванов А. В., Минакова И. И., Федосеев А. Г. — «Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ., астрон.», 1975, 16, № 4.
8. Вексин С. И., Карпов В. В., Минакова И. И. «Радиотехника и электроника», 1977, 22, № 12.

Поступила в редакцию
5.7 1977 г.
Кафедра
физики колебаний