УДК 534:222

Л. Ф. Барышникова
В. Е. Лямов

ПОЛЯРИЗАЦИЯ И ПОТОК ЭНЕРГИИ ПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВДОЛЬ АКУСТИЧЕСКИХ ОСЕЙ КРИСТАЛЛОВ, ПРИ ВНЕШНИХ СТАТИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

На основе разложения термодинамического потенциала и условий квазистатического приближения получена система уравнений, определяющая скорости упругих волн в пьезокристаллах, находящихся под действием статических полей. Для некоторых классов кристаллов рассчитан нелинейный параметр, характеризующий эллиптическую поляризацию поперечных волн, распространяющихся вдоль акустических осей при действии постоянного механического напряжения или электрического поля. Получено выражение для потока энергии акустических волн в кристаллах, находящихся под действием внешних полей.

Существует ряд поляризационных эффектов, представляющих интерес для исследования твердого тела. Такие явления, как внутренняя коническая рефракция [1—3], эллиптическая поляризация волн, возникающая вследствие разориентации [4, 5], позволяют исследовать линейные свойства твердых тел. Широкое применение акустических методов обработки сигнальной информации [6] требует развития методов, изучающих нелинейные свойства твердых тел и определения нелинейных коэффициентов. Существует несколько способов определения нелинейных коэффициентов: по измерениям амплитуд гармоник [7—9], по изменению скорости акустических волн [10—12] или резонансной частоты пластин [13] при статических нагрузках. К ним следует также отнести поляризационные особенности, использующие эллиптическую поляризацию поперечных волн, возникающую при внешнем воздействии [14—17], и особенности, связанные с потоком энергии таких волн [18]. Для изотропного тела, к которому приложена статическая нагрузка, эллиптическая поляризация позволяет измерить все нелинейные упругие модули [17], в более сложных случаях она дает возможность определить полезные связи между нелинейными коэффициентами [16].

Эллиптическая поляризация возникает в кристаллах с акустической осью, вдоль которой возможно распространение поперечной волны с любой поляризацией, перпендикулярной акустической оси. Если с помощью особых условий снять вырождение для акустической оси, то компоненты произвольно ориентированной волны будут иметь несколько отличные скорости. Для очень малых изменений скорости можно считать, что компоненты распространяются с одинаковыми скоростями, но с разностью фаз, зависящей от разности скоростей [14]. Это приводит к эллиптической поляризации волны и модуляции серии ультразвуковых импульсов. В случае разориентации разность скоростей появляется за счет отклонения направления распространения от акустической оси. При внешних воздействиях статическое поле изменяет симметрию кристалла, что приводит к разности скоростей, определяемой нелинейными свойствами материала. Рассмотрим более подробно последний случай и для некоторых классов кристаллов найдем выражения с помощью нелинейных коэффициентов разностей скоростей акустических волн, отвечающих за эллиптическую поляризацию.

Воспользуемся методикой разложения термодинамического потенциала, применяемой к решению нелинейных задач [19]. За независимые переменные примем деформацию и электрическое поле и запишем разложение электрической энтальпии [20] с коэффициентами, оцененными при постоянной энтропии S вблизи состояния, в котором деформации и электрические поля равны нулю:

$$H_2(u_{ij},\ E_m,\ S) - H_2(0,\ 0,\ S) = \frac{1}{2} C_{ijkl} u_{ij} u_{kl} - e_{mkl} E_m v_{kl} -$$
$$- \frac{1}{2} \varepsilon_{mn} E_m E_n + \frac{1}{6} C_{ijklpq} u_{ij} u_{kl} u_{pq} - \frac{1}{2} l_{mijkl} E_m u_{ij} u_{kl} -$$
$$- \frac{1}{2} f_{mnkl} E_m E_n u_{kl} - \frac{1}{6} r_{mnp} E_m E_n E_p, \tag{1}$$

C_{ijkl}, C_{ijklpq} — линейные и нелинейные упругие коэффициенты, оцененные при постоянном электрическом поле, ε_{mn}, r_{mnp} — диэлектрическая проницаемость и электрооптические коэффициенты, оцененные при постоянной деформации, e_{mkl}, e_{mijkl}, f_{mnkl} — соответственно линейные и нелинейные пьезоэлектрические и электрострикционные коэффициенты, характеризующие смешанный вклад деформации и электрического поля в термодинамический потенциал; $u_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{n,i} u_{n,j})$ — деформация в лагранжевом представлении, $u_{i,j} = \partial u_i / \partial a_j$, a_j — материальная координата. Термодинамическое напряжение и электрическое смещение определяются из выражений

$$\sigma_{kl} = (\partial H_2 / \partial u_{kl})_E, \tag{2}$$

$$D_m = -(\partial H_2 / \partial E_m)_u. \tag{3}$$

Для того чтобы перейти от термодинамических величин (2)—(3) к напряжению $\widehat{\sigma}_{il}$, входящему в уравнение движения в лагранжевом представлении, и электрической индукции D_i, входящей в уравнения Максвелла, необходимо сделать преобразования [21]:

$$\widehat{\sigma}_{il} = \frac{\partial x_i}{\partial a_k} \sigma_{kl}, \tag{4}$$

$$\mathscr{D}_i = \frac{1}{I} \frac{\partial x_i}{\partial a_m} D_m, \tag{5}$$

где x_i — пространственная координата, $\widehat{\sigma}_{il}$ — первый тензор Пиолы — Кирхгофа, $I = \rho_0/\rho$ — отношение плотностей в материальном и пространственном описании [21]:

$$I \simeq 1 + u_{d,d}. \tag{6}$$

Уравнение движения в лагранжевом представлении записывается в виде [21]

$$\rho_0 \ddot{u}_i = \frac{\partial \widehat{\sigma}_{il}}{\partial a_l}. \tag{7}$$

Для того чтобы связать механические и электрические величины, к уравнению движения следует добавить дополнительные соотношения.

Такими соотношениями могут служить условия квазистатического приближения:

$$\frac{1}{I} D_{l,i} = 0, \tag{8}$$

$$E_m = -\partial\Phi/\partial a_m, \tag{9}$$

где Φ — электрический потенциал. Подставляя (2)—(5) в (7)—(8), можно получить систему уравнений в лагранжевом представлении во втором приближении, определяющую распространение волн в пьезокристаллах:

$$\rho_0 \ddot{u}_i = (C_{ijkl} - \overset{*}{e}_{mijkl} E_m + \overset{*}{C}_{ijklpq} u_{p,q}) u_{k,jl} - (e_{mil} + \overset{*}{e}_{miqpl} u_{p,q} + f_{mnil} E_n) E_{m,l}, \tag{10}$$

$$(e_{jkl} + \overset{**}{e}_{jklpq} u_{p,q} + f_{jnkl} E_n) u_{k,jq} + (E_{ml} + \overset{*}{f}_{mlpq} u_{p,l} + r_{mnl} E_n) E_{m,l} = 0. \tag{11}$$

Коэффициенты, помеченные звездочками, определяются выражениями

$$\overset{*}{C}_{ijklpq} = C_{ijklpq} + C_{ijlq}\delta_{kp} + C_{jlpq}\delta_{ik} + C_{jklq}\delta_{ip},$$

$$\overset{*}{e}_{mijkl} = e_{mjl}\delta_{ik} + e_{mijkl},$$

$$\overset{**}{e}_{jklpq} = e_{jql}\delta_{kp} - e_{jkl}\delta_{pq} + e_{jklpq},$$

$$\overset{*}{f}_{mlpq} = f_{mlpq} - \varepsilon_{ml}\delta_{pq}, \tag{12}$$

где δ_{ik} — символ Кронекера.

В случае, когда к кристаллу приложено внешнее воздействие, следует различать естественное недеформированное состояние (координата a_i), начальное деформированное состояние, соответствующее переходу от естественного состояния в результате статической деформации (координата X_i), и состояние в данный момент, которое соответствует переходу от начального деформированного состояния в результате наложения звукового возмущения (координата x_i) [22]. Будем считать, что внешнее воздействие однородно [23], причем деформации и электрические поля в звуковой волне значительно меньше соответствующих величин внешнего воздействия. Тогда связь координат выразится соотношениями для механических векторов смещения и электрического поля:

$$u_i = \tilde{u}_i + \bar{u}_i, \tag{13}$$

$$E_m = \tilde{E}_m + \bar{E}_m, \tag{14}$$

где $u_i = x_i - a_i$ — суммарный вектор смещения, $\tilde{u}_i = x_i - X_i$ — вектор смещения, соответствующий переменной звуковой волне, $\bar{u}_i = X_i - a_i$ — вектор смещения однородной деформации. Аналогичные связи имеем для электрического поля. Подстановка (13), (14) в (10), (11) и учет условия $\tilde{U}_i \ll \bar{U}_i$, $\tilde{E}_m \ll \bar{E}_m$ приводят к системе уравнений

$$\rho_0 \ddot{\tilde{u}}_i = (C_{ijkl} - \overset{*}{e}_{mijkl} \bar{E}_m + \overset{*}{C}_{ijklpq} \bar{u}_{p,q}) \tilde{u}_{k,jl} - (e_{mil} + \overset{*}{e}_{miqpl} \bar{u}_{p,q} + f_{mnil} \bar{E}_n) \tilde{E}_{m,l}, \tag{15}$$

$$(e_{jkl} + \overset{**}{e}_{jklpq} \bar{u}_{p,q} + f_{jnkl} \bar{E}_n) \tilde{u}_{k,jl} + (\varepsilon_{ml} + \overset{*}{f}_{mlpq} \bar{u}_{p,q} + r_{mnl} \bar{E}_n) \tilde{E}_{m,l} = 0. \tag{16}$$

В дальнейшем знак ($\sim$) опускаем, подразумевая под механическими смещениями и электрическими полями (не обозначенными чертой), переменные величины. Волны предполагаются плоскими, и выражения для переменных механических смещений и потенциала электрического поля запишутся в виде

$$u_k = u_{k0} e^{i(\omega t - k_n a_n)}, \tag{17}$$

$$\Phi = \Phi_0 e^{i(\omega t - k_n a_n)}, \tag{18}$$

где $k_n = \frac{\omega N_n}{W}$, N_n — компонент волновой нормали в естественном состоянии, W — скорость волн в деформированном кристалле, отнесенная к естественному состоянию [21]. Подстановка (17), (18) в (15), (16) дает возможность выразить переменные электрические величины через механические и получить систему уравнений для распространения звуковых волн в кристалле с однородным внешним воздействием:

$$[(\Gamma_{ik} + \varepsilon_{ik}) - \rho_0 W^2 \delta_{ik}] u_{k0} = 0, \tag{19}$$

где

$$\Gamma_{ik} = (C_{ijkl} - \overset{*}{e}_{mljkl} \bar{E}_m + \overset{*}{C}_{iiklpq} \bar{u}_{p,q}) N_j N_l,$$

$$\begin{gathered} \varepsilon_{ik} = \overset{*}{e}_i \overset{**}{e}_k / \varepsilon, \\ \overset{*}{e}_i = (e_{aib} + \overset{*}{e}_{aibpq} \bar{u}_{p,q} + f_{anib} \bar{E}_n) N_a N_b, \\ \overset{**}{e}_k = (e_{jkl} + \overset{**}{e}_{jklpq} \bar{u}_{p,q} + f_{jnkl} \bar{E}_n) N_j N_l, \\ \varepsilon = (\varepsilon_{mn} + \overset{*}{f}_{mnpq} \bar{u}_{p,q} + r_{mnl} \bar{E}_l) N_m N_n. \end{gathered} \tag{20}$$

Отметим, что, в отличие от [11], где, следуя [10], получены уравнения с нелинейными коэффициентами, оцененными относительно деформированного состояния, система уравнений (19) содержит величины, отнесенные к естественному недеформированному состоянию, с коэффициентами, оцененными относительно того же состояния. Кроме того, учтено различие (5) между термодинамической электрической индукцией и электрическим смещением, входящим в уравнения Максвелла [21], что приводит к несимметричности тензора E_{ik}. В (19) входят статические деформации и электрические поля. В экспериментальных исследованиях к образцу прикладываются постоянные механические или электрические напряжения. В зависимости от этого изменяются условия на границе, которые в случае однородных воздействий позволяют найти связь между статическими величинами внутри образца, входящими в (19). Для приложенных к кристаллу статических напряжений условия на границе имеют вид [23]

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_{il}}{\partial a_l} = T_i, \tag{21}$$

где T_i — компонент вектора внешних сил. В рассматриваемом приближении в условиях (21) достаточно ограничиться линейными членами. Для свободной поверхности правая часть (21) равна нулю:

$$\sigma_{il} N_l = 0. \tag{22}$$

Для пьезоэлектрических кристаллов последнее условие дает следующую связь статических величин:

$$\bar{u}_{pq} = d_{mpq} \bar{E}_m. \tag{23}$$

Пользуясь соотношениями (19), (20) и граничными условиями (21)—(23), для некоторых классов кристаллов и направлений внешних механических или электрических полей было рассчитано относительное изменение скоростей компонентов поперечной волны, ответственное за эллиптическую поляризацию. За направление распространения упругих волн во всех случаях выбиралась ось z. Результаты расчетов, проведенных в терминах величин, отнесенных к естественному состоянию, сведены в таблицу.

Класс кристаллов	Направление внешнего поля	Относительное изменение скорости $\gamma_E = \lvert \Delta W \rvert / v_0 E$ или $\gamma_T = \lvert \Delta W \rvert / v_{0T}$
32	E_1 или E_2	$\lvert [(2C_{44}+C_{155}-C_{144})\, d_{11}-C_{444}d_{14}+e_{144}] \rvert / C_{44}$
$3m$	E_1 или E_2	$\lvert [(2C_{44}+C_{155}-C_{144})\, d_{22}+C_{444}d_{15}+e_{145}] \rvert / C_{44}$
$m3$	T_1	$\lvert (2C_{44}+C_{155}-C_{144})/2C_{44}\,(C_{11}-C_{12}) \rvert$
	T_2	$\lvert (2C_{44}+C_{166}-C_{144})/2C_{44}\,(C_{11}-C_{12}) \rvert$
432 $m3m$	T_1 или T_2	$\lvert (2C_{44}+C_{155}-C_{144})/2C_{44}\,(C_{11}-C_{12}) \rvert$

Пользуясь приведенными в таблице выражениями, можно найти разность фаз между двумя компонентами поперечной волны, которая определяется выражением

$$\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{\omega \Delta W L_0}{v_0^2}, \tag{24}$$

где L_0 — пройденный волновой путь в естественном состоянии; Φ_1, Φ_2 — фазы, которые приобретают компоненты поперечной волны за счет действия внешнего поля; $v_0 = \sqrt{C_{44}/\rho_0}$. Действительные части поперечных компонентов запишутся в виде

$$u_1 = u_{10} \cos(\omega t - k_n^0 a_n + \Phi_1),$$
$$u_2 = u_{20} \cos(\omega t - k_n^0 a_n + \Phi_2), \tag{25}$$

где $k_n^0 = \omega / v_0$. Траекторией частиц будет эллипс, описываемый уравнением

$$\frac{u_1^2}{u_{10}^2} + \frac{u_2^2}{u_{20}^2} - 2\cos\Delta\Phi \frac{u_1 u_2}{u_{10} u_{20}} = \sin^2\Delta\Phi, \tag{26}$$

$$u_{10} = u_0 \cos\eta, \quad u_{20} = u_0 \sin\eta,$$

где η — угол между осью X и направлением заданной на торце кристалла поляризации поперечной волны. В зависимости от $\Delta\Phi$ изменяется ориентация и величина осей эллипса. Таким образом, при внешнем воздействии изменяется как скорость волн, так и их поляризация. Это приводит к особенностям в явлениях, определяемых поляризацией волн, таких как поток энергии [18]. Формулу для компонентов потока энергии в кристаллах можно записать в виде

$$P_k = -\hat{\sigma}_{kl} \frac{\partial u_l}{\partial t}. \tag{27}$$

Определим выражения для напряжения $\hat{\sigma}_{kl}$ в случае, когда кристалл находится под действием внешних полей. Для этого воспользуемся соотношениями (2), (4), (13), (14) и учтем, что действительные части компонентов смещения и электрического поля в случае распространения звуковых волн в кристаллах, находящихся под действием статических полей, запишутся в форме

$$u_k = u_{k0} \cos (\omega t - k_n^0 a_n + \Phi_k),$$
$$E_m = \Phi_0 N_m k^0 \cos (\omega t - k_n^0 a_n + \Phi_m). \qquad (28)$$

Введением Φ_k учтен тот факт, что под действием постоянного поля фаза компонентов волн может в общем случае изменяться. Напряжение $\hat{\sigma}_{kl}$ будет иметь вид

$$\hat{\sigma}_{kl} = - \Big[(C_{ijkl} + C^*_{ijklp,q} \bar{u}_{pq} - l_{mijkl} \bar{E}_m) +$$
$$+ \frac{(e_{mkl} + e^*_{mklpq} \bar{u}_{p,q} + f_{mnkl} \bar{E}_n) \cdot (e_{jid} + e^{**}_{jidp,q} \bar{u}_{pq} + f_{jnid} \bar{E}_n) N_d N_m}{(\varepsilon_{ab} + f^*_{abpq} \bar{u}_{p,q} + r_{abn} \bar{E}_n) N_a N_b} \times$$
$$\times k^0 N_j u_{i0} \cos (\omega t - k_n^0 a_n + \Phi_i). \qquad (29)$$

Поскольку в (19) входят величины типа производной от компонентов векторов смещения, то векторы смещения, определяемые из (19), будут зависеть как от статических деформаций, так и от поворота тела как целого [21]. С помощью преобразований можно перейти к векторам смещения U_q, не зависящим от поворота:

$$u_j = \frac{\partial X_j}{\partial a_q} U_q. \qquad (30)$$

Подстановка (27), (29) в (30) с последующим усреднением по времени дает формулу

$$P_k = C^{\text{эф}}_{ijkl} \frac{\omega^2}{v_\phi} U_{i0} U_{l0} N_j \cos (\Phi_i - \Phi_l). \qquad (31)$$

Здесь $C^{\text{эф}}_{ijkl}$, U_{i0}, Φ_l зависят от статических полей и определяются из выражений (19), (20), (29), (30). Формула (31) дает возможность вычислить поток энергии эллиптически поляризованных волн при внешних воздействиях. Для $\bar{E}_m = 0$, $\bar{u}_{p,q} = 0$ формула применима для расчета эллиптически поляризованных волн, возникающих при разориентации, при этом $(\Phi_i - \Phi_l)$ будет определяться отклонением нормали от акустической оси. В любом из указанных случаев разность фаз для эллиптически поляризованных волн независимо от вызывающей ее причины отлична от нуля, что приводит к особенностям потока энергии таких волн. Рассмотрим поток энергии волн с эллиптической поляризацией для распространения звука в кристалле класса $3m$. При этом учтем, что почти во всех случаях вклад статических полей в основном будет проявляться в разности фаз, которая за счет частоты и пройденного расстояния может принимать большое значение. Тогда во всех величинах, входящих в (31), кроме $(\Phi_i - \Phi_l)$, можно ограничиться линейным приближением. Для компонентов P_k получим

$$P_1 = C_{14}\frac{\omega^2 u_0^2}{2v_0}\sin 2\eta\cos\Delta\Phi,$$
$$P_2 = C_{14}\frac{\omega^2 u_0^2}{2v_0}\cos 2\eta, \qquad (32)$$
$$P_3 = C_{44}\frac{\omega^2 u_0^2}{2v_0}.$$

Компоненты P_1 и P_2 связаны между собой соотношением

$$\frac{P_1^2}{a^2} + \frac{P_2^2}{b^2} = 1,$$
$$a = C_{14}\frac{\omega^2 u_0^2}{2v_0}\cos\Delta\Phi, \qquad (33)$$
$$b = C_{14}\frac{\omega^2 u_0^2}{2v_0}.$$

Таким образом, вектор потока энергии с фиксированной разностью фаз при изменении η описывает конус, в основании которого лежит эллипс с осью, зависящей от разности фаз между компонентами поперечной волны. В частном случае, когда $\Delta\Phi = \frac{(2n+1)\pi}{2}$ $(n = 1, 2 \ldots)$, эллипс вырождается в прямую линию, для $\Delta\Phi = n\pi$ эллипс превращается в круг. При $\bar{E}_m = 0$, $\bar{u}_{p,q} = 0$ $\Delta\Phi$ будет равно 0, приходим к случаю внутренней конической рефракции для идеально ориентированного кристалла. Для эллиптически поляризованных волн с расстоянием изменяется как поляризация в пределах звукового пучка, так и отклонение самого пучка. Это обстоятельство необходимо учитывать при проведении экспериментов и интерпретации результатов.

Эффект изменения поляризации поперечных волн, распространяющихся вдоль акустической оси при внешнем воздействии, можно использовать в поляризационных устройствах. Подбор величины внешнего поля позволяет менять плоскую поляризацию поперечных волн на 90° и создавать своего рода акустический затвор. Кроме того, как следует из формул (31)—(33), возможно с помощью внешних полей управлять отклонением звукового пучка. Величина необходимого для этого внешнего воздействия зависит от свойств материала, в частности нелинейных коэффициентов. Исследование эллиптической поляризации дает возможность определить комбинацию коэффициентов, ответственных за этот эффект [16]. Как видно из таблицы, для пьезоэлектрических кристаллов знание упругих коэффициентов позволяет найти пьезоэлектрические модули e_{144} или e_{145}.

К настоящему времени для одних из самых распространенных пьезокристаллов кварца и ниобата лития нелинейные упругие и пьезоэлектрические коэффициенты измерены [11, 12 и 24, 25], однако точность определения некоторых из них очень невелика, что связано с экспериментальными и теоретическими трудностями. В частности, для пьезокристаллов расчеты усложняются тем, что, как правило, измеренные экспериментально величины определяются комбинацией нелинейных упругих, пьезоэлектрических, электрострикционных и электрооптических коэффициентов, трудной для разделения вклада отдельных членов. Эксперименты по эллиптической поляризации, в отличие от изотропных тел, хотя и не дают возможности определить все нелинейные коэффициенты, но позволяют найти их полезные связи, которые, как видно из таблицы, являются простыми по сравнению с другими способами определения. Поэтому можно говорить об измерениях эллиптической поляризации как об одном из методов определения нелинейных коэффициентов. Поток энергии волн с эллиптической поляризацией также может служить для этой цели, поскольку, как видно из (31), он зависит от той же разности фаз, что и сам эффект изменения поляризации. Комплексные исследования поляризации и потока энергии эллиптически поляризованных волн могут дать много полезной информации о свойствах кристаллов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Papadakis E. P. «J. Appl. Phys.», 1963, **34**, N 8, 2168.
2. Анисимкин В. И., Морозов А. И. «Физика твердого тела», 1975, **17**, вып. 10, 3006.
3. Александров К. С., Рыжова Т. В. «Кристаллография», 1964, **9**, 373.
4. Waterman T. C., Teutonico L. J. «J. Appl. Phys.», 1957, **28**, N 2, 266.
5. Грачев Г. С., Ермилин К. К., Лямов В. Е., Моськин А. М. «Физика твердого тела», 1976, **18**, № 1, 304.
6. Luukkala M., Surakka J. «J. Appl. Phys.», 1972, **43**, N 6, 2510.
7. Mason R. W., Baterman T. B. «J. Acoust. Soc. Am.», 1966, **40**, N 4, 852.
8. Зарембо Л. К., Красильников В. А. «Успехи физических наук», 1970, **102**, вып. 4, 549.
9. Carr P. H. «Phys. Rev.», 1968, **169**, N 3, 718.
10. Thurston R. N., Brugger K. «Phys. Rev.», 1964, **133**, N 6, 1604.
11. Nakagava I., Iamanouchi K., Shibayama K. «J. Appl. Phys.», 1973, **44**, N 9, 3969.
12. Коробов А. И., Лямов В. Е. «Физика твердого тела», 1975, **17**, вып. 5, 1448.
13. Baumhauer J. C., Tiersten H. F. «J. Acoust. Soc. Am.», 1973, **54**, N 4, 1017.
14. Smith R. T. «Ultrasonics», 1963, **1**, 135.
15. Барышникова Л. Ф., Лямов В. Е. Тезисы докладов VIII Всесоюзной акустической конференции. М., 1973, с. 158.
16. Барышникова Л. Ф., Грачев Г. С., Лямов В. Е. Тезисы докладов II Всесоюзной конференции по методике и технике ультразвуковой спектроскопии. Каунас, 1973, с. 269.
17. Секоян С. С., Еремеев А. Е. «Измерительная техника», 1966, **10**, 20.
18. Барышникова Л. Ф., Лямов В. Е. Тезисы докладов IX Всесоюзной конференции по акустоэлектронике и квантовой акустике. Зеленоград, 1976, **36**, с. 36.
19. Ljamov V. E. «J. Acoust. Soc. Am.», 1972, **52**, N 1, 199.
20. Мэзон У. Пьезоэлектрические кристаллы и их применение в ультраакустике. М., 1952.
21. Thurston R. N. «Waves in solids», in Handbuck der Physik, v. VIa/4, Springer, 1974.
22. Терстон Р. Н. Физическая акустика, т. 1, ч. А. М., 1966.
23. Гольденблат И. И. Нелинейные проблемы теории упругости. М., 1969.
24. Stern R., Smith R. T. «J. Acoust. Soc. Am.», 1968, **44**, N 2, 640.
25. Hruška K. «Czech J. Phys.», 1968, **18**, 500.

Поступила в редакцию
14.6 1977 г.
Кафедра акустики