УДК 534.222

А. В. ЕгорьичевВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИП. Н. КравчунНА РЕЗОНАНСНЫЕ СВОИСТВАК. В. ЧернышевКАМЕР РАСШИРЕНИЯ

На основе модели линейной вязкой жидкости рассмотрено влияние вязкости среды на резонансные свойства камеры расширения. Показано, что при пренебрежении существованием вязких воли в среде акустическое поле в камере полностью определяется скалярным потенциалом скоростей. Приведены результаты расчета на ЭВМ уровня глушения камеры с вязкой средой для двух разных размеров камеры и трех значений эффективной кинематической вязкости.

Во многих случаях для глушения шума применяются реактивные акустические фильтры. Цилиндрическая камера расширения (см. рис. 1) является одним из таких фильтров. Если распределение амплитуд во входном 1 и выходном 2 сечениях поршневое, то камеру можно считать линейным акустическим четырехполюсником. Как известно (см. [1]), взаимодействие линейного четырехполюсника с внешними элементами цепи — источниками энергии и нагружающими сопротивлениями полностью определяется его характеристической матрицей $||B_{\alpha\beta}||$, связывающей выходные значения динамических переменных p_2 , v_2 с их входными значениями p_1 , v_1 :

$$egin{aligned} & p_2 = b_{11} p_1 + b_{12} v_1, \ & v_2 = b_{21} p_1 + b_{22} v_1. \end{aligned}$$

Если элементы характеристической матрицы известны, то заглушающие свойства четырехполюсника удобно характеризовать величиной

$$TL = 10 \lg \left[\left| \frac{b_{11} + b_{22} - \overline{b_{12}} - \overline{b_{21}}}{2} \right|^2 \right],$$

где $b_{12} = b_{12}/\rho_0 c_0$, $b_{21} = b_{21}\rho_0 c_0$, $\rho_0 - плотность$ невозмущенной среды, $c_0 -$ скорость звука. Величина *TL* определяет вносимое четырехполюсником ослабление уровня звука, отдаваемого в нагрузку $\rho_0 c_0$, по сравнению с уровнем при прямой передаче звука от источника в нагрузку.

В наших предыдущих работах, касающихся камер расширения, рассматривались только идеальные среды, лишенные вязкости. В частности, в работе [2] приведена матрица импедансов для камеры с идеальной средой и показано, что в области частот, близких к частоте первого радиального резонанса, камера с определенным соотношением *l* и *b* обладает широкой полосой заглушения (более 1,5 октавы на уровне 10 дБ), возникающей вследствие самоподстройки инерционного и упругого импедансов камеры.

В настоящей работе на основе модели линейной вязкой жидкости рассмотрено влияние вязкости среды на реактивные свойства камеры

расширения. Будем считать, что в объеме камеры амплитуда v колебательной скорости (изменяющейся во времени по гармоническому закону) подчиняется уравнению

$$-\omega^{2}\mathbf{v} = \left[c_{0}^{2} + \frac{i\omega}{\rho_{0}}\left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right)\right]\Delta\mathbf{v} + \left[c_{0}^{2} + \frac{i\omega}{\rho_{0}}\left(\zeta + \frac{\eta}{3}\right)\right] \operatorname{rot rot} \mathbf{v}, \quad (1)$$

где ω — круговая частота, η — коэффициент сдвиговой и ζ — коэффициент объемной вязкости. Решение этого уравнения будем искать в виде

$$\mathbf{v} = -\operatorname{grad} \varphi + \operatorname{rot} \mathbf{A},\tag{2}$$

где скалярный потенциал φ описывает объемные волны, а векторный потенциал **А** — вязкие поперечные волны в среде. Подставляя (2) в (1), получаем уравнения

$$\Delta \varphi + k_1^2 \varphi = 0, \qquad (3)$$

$$\Delta \mathbf{A} + k_2^2 \mathbf{A} = 0, \tag{4}$$

где

$$k_1^2 = \omega^2/c_1^2, \ k_2^2 = \omega^2 \rho_0/i\omega\eta, \ c_1^2 = c_0^2 + i\omega \left(\zeta + \frac{4}{3}\eta\right)/\rho_0.$$

Решение уравнения (4), описывающее вязкие волны, имеет существенные значения только в пограничном слое вблизи стенок камеры. Поэтому, исключая из рассмотрения вязкие волны, в основном объеме камеры будем считать векторный потенциал равным нулю (это допустимо при частотах ниже $5 \cdot 10^8$ Гц в воде и $5 \cdot 10^6$ Гц в воздухе). Тогда акустическое поле в камере полностью определяется скалярным потенциалом φ :

$$\mathbf{v} = - \operatorname{grad} \boldsymbol{\varphi},$$

$$p = \iota \rho_1 \omega \varphi_1$$

где $\rho_1 = \rho_0 c_0^2 / c_1^2$. Для ϕ справедливо уравнение (3) с граничными условиями (при поршневом движении среды во входном и выходном отверстиях)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=b} &= 0, \\ -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \begin{cases} v_1 & 0 \leqslant r < a, \\ 0 & a \leqslant r < b, \end{cases} \\ -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=l} &= \begin{cases} v_2 & 0 \leqslant r < a, \\ 0 & a \leqslant r < b, \end{cases} \end{aligned}$$

где $v_2 = v_1/(b_{11}-b_{21}\cdot Z_a)$, Z_a — импеданс нагрузки камеры. Задача теперь формально свелась к аналогичной задаче для камеры с идеальной средой. Поэтому вывод выражения матрицы импедансов камеры дает тот же результат, что и в работе [2], однако вместо величин $k_0 = \omega_0/c_0$ и ρ_0 теперь входят соответственно величины k_1 и ρ_1 :

$$\|Z_{\alpha\beta}\| = i\rho_1 c_1 m^2 \sum_{n=0}^{\infty} d_n \cdot \frac{k_1}{k_n} \left\| -\frac{\operatorname{ctg} k_n l}{-(\sin k_n l)^{-1}} \frac{(\sin k_n l)^{-1}}{\operatorname{ctg} k_n l} \right\|,$$

где

$$m = a/b, \ d_n = \left[\frac{i2 \cdot J_1(m\mu_n)}{\mu_n m J_0(\mu_n)}\right]^2, \ k_n^2 = k_1^2 - (\mu_n/b)^2,$$

 J_0 и J_1 — функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядков, μ_n — корни уравнения $J_1(\mu_n) = 0$.

На рис. 2 приведены кривые *TL*, построенные без учета вязкости среды для камер с a=2,5 см и b=6,5 см, заполненных воздухом. Значения $\sigma=l/b$ близки к критическому ($\sigma_{\rm KP}=0,820$, см. [2]) и равны







Рис. 2. Уровень глушения TL камер с идеальной средой



Рис. 3. Уровень глушения *TL* в окрестностях резонансов для камер с вязкой средой

0,816 (кривая 1) и 0,824 (кривая 2). Как видно, большему значению σ в данном случае соответствует более близкое расположение резонансных частот. Существенно, что сближение резонансных пиков кривой *TL* приводит к значительному подъему нижнего уровня седловины между пиками. Это означает, что небольшое сужение (за счет сближения пиков) полосы глушения в то же время позволяет заметно повысить уровень глушения на частотах, лежащих между резонансными.

Учитывая связь между матрицей импедансов и характеристической матрицей (см. [1]), можно определить величину TL для камеры с вязкой средой, если известны параметры камеры и заполняющей среды. На рис. З представлены результаты расчетов на ЭВМ кривых TL в окрестностях резонансов для камер с теми же параметрами при эффективных кинематических $-\eta$ / ρ_0 (b cm²/c): 5,3·10⁻⁴ (a), вязкостях ζ-+-5,2·10⁻² (б), 3,3·10⁻¹ (в). По порядку величины эти значения коэффициентов эффективной кинематической вязкости могут быть отнесены соот-

ветственно к жидкому гелию (без учета объемной вязкости, достоверных значений которой в литературе нет), воде и воздуху. Заметные различия между кривыми TL, построенными для идеальной среды и с учетом вязкости, имеют место в узких полосах частот около резонансов. Ширина каждой полосы во всех рассмотренных случаях составляет примерно $(0,5-1) \cdot 10^{-2}$ кГц.

108

Расчет, произведенный с высокой степенью точности, дает отличие кривых *TL* для идеальной и вязкой сред в широкой полосе частот.

Как и следует ожидать, возрастание вязкости приводит в полосе непропускания к снижению уровня глушения. В полосе же пропускания заглушающая способность повышается. На границе этих полос влияние вязкости на заглушение практически отсутствует.

Авторы благодарят О. Н. Борисову за помощь, оказанную при выполнении этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. _ М., 1959.

22. Егорьичев А. В., Прудников А. С., Чернышев К. В. — «Акустический журнал», 1973, 19, вып. 3, 352—358.

Поступила в редакцию 7.6 1977 г. Кафедра акустики