УДК 531.311.33

В. Л. Бонч-Бруевич

К ТЕОРИИ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СВЕРХРЕШЕТКИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ С ГОРЯЧИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

Изучаются условия возникновения температурной сверхрешетки («проблема Бенара») в полупроводниках с биполярной проводимостью. Предполагается, что носители заряда создаются в основном самим (достаточно интенсивным) греющим светом.

Введение. Исходные уравнения. В работах [1, 2] изучался электронный аналог известной из гидродинамики проблемы Бенара [3, 4]: рассматривалось поведение системы носителей заряда при пространственно-неоднородном ее нагреве внутризонно поглощаемым электромагнитным излучением. При не слишком сильном освещении электронная температура, напряженность электрического поля и концентрация частиц зависят только от координаты z, изменяющейся вдоль направления светового потока. Однако, когда интенсивность греющего света становится достаточно большой, одномерное распределение названных величин оказывается неустойчивым и сменяется трехмерным: все они начинают зависеть и от координат x, y, изменяющихся в направлениях, перпендикулярных световому потоку. Последняя зависимость оказывается периодической («температурная сверхрешетка»), причем период сверхрешетки управляется интенсивностью света.

Этот результат в известной мере близок к полученным ранее в серии работ [6—10] (особенно [9]). Однако, в отличие от принятой там постановки задачи, у нас появляется еще одна характерная длина — длина остывания электронного газа L_T, которая входит в выражение для периода рассматриваемой сверхрешетки.

Расчеты, выполненные в [1, 2], относились к монополярному полупроводнику с достаточно большой равновесной концентрацией носителей заряда — такой, чтобы оправдать представление об электронной температуре (случай «энергетического контроля» [5]). Та же трактовка относится и к биполярному материалу, если массы электронов и дырок резко различны (более тяжелые частицы при этом фактически играют роль примеси). В настоящей работе изучается случай, в известной мере противоположный: биполярный полупроводник со сравнимыми эффективными массами носителей заряда. При этом предполагается, что носители создаются в основном самим греющим светом, т. е.

$$n = p \simeq \delta n = \delta p \gg n_0,\ p_0. \tag{1}$$

Здесь n, p, n_0, p_0 и δn, δp суть соответственно полные концентрации электронов и дырок, равновесные их значения и неравновесные добавки к ним. Поглощение в таких условиях оказывается, как правило, поверхностным: коэффициент поглощения больше обратной длины остывания (ср. [1, 2]).

Рассматриваемый случай интересен тем, что здесь при подсветке сам собой возникает градиент концентрации носителей заряда (т. е. нет необходимости создавать его искусственно, накладывая, например, напряжение на образец [2]).

Будем рассматривать невырожденные газы электронов и дырок. Тогда исходные уравнения задачи имеют вид

$$\frac{\partial n}{\partial t}-\frac{1}{e}\operatorname{div}\mathbf{j}_n+n\tau_r^{-1}=0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{1}{e}\operatorname{div}\mathbf{j}_p+p\tau_r^{-1}=0, \tag{3}$$

$$\frac{3}{2}\frac{\partial(nT_n)}{\partial t}+\operatorname{div}\mathbf{q}_n-(\mathbf{j}_n,\mathbf{E})+\frac{3}{2}\frac{T_n-T_0}{\tau_n}+ \\ +\frac{3}{2}n\frac{T_n-T_p}{\tau_{np}}+\frac{3}{2}\zeta_n\frac{nT_n}{\tau_r}=0, \tag{4}$$

$$\frac{3}{2}\frac{\partial(nT_p)}{\partial t}+\operatorname{div}\mathbf{q}_p-(\mathbf{j}_p,\mathbf{E})+\frac{3}{2}\frac{T_p-T_0}{\tau_p}+ \\ +\frac{3}{2}n\frac{T_p-T_n}{\tau_{np}}+\frac{3}{2}\zeta_p\frac{nT_p}{\tau_r}=0, \tag{5}$$

$$\mathbf{j}_{n,p}=\sigma_{n,p}\mathbf{E}\pm\sigma_{n,p}\alpha_{n,p}\nabla T_{n,p}\pm eD_{n,p}\nabla n, \tag{6}$$

$$\mathbf{q}_{n,p}=\frac{\mathbf{j}_{n,p}}{(\mp e)}T_{n,p}\left(\frac{5}{2}+r_{n,p}\right)-n\varkappa_{n,p}\nabla T_{n,p}. \tag{7}$$

Здесь $e>0$, верхний и нижний знаки отвечают соответственно электронам и дыркам, через E и τ_r обозначены напряженность электрического поля и рекомбинационное время жизни (предполагаемое одним и тем же для электронов и дырок);

$$\mathbf{j}_{n,p},\ T_{n,p},\ \tau_{n,p},\ \sigma_{n,p}=en\mu_{n,p},\ \alpha_{n,p},\ D_{n,p}\ \text{и}\ \varkappa_{n,p}$$

суть соответственно плотность тока электронов (дырок), электронная (дырочная) температура, время релаксации энергии, проводимость, дифференциальная термоэдс, коэффициент диффузии и электронная (дырочная) температуропроводность. Числа r_n и r_p определяют зависимость подвижности электронов и дырок от соответствующих температур: $\mu_n\sim T_n^{r_n}$, $\mu_p\sim T_p^{r_p}$ (сюда не входит зависимость от температуры решетки). Времена τ_n и τ_p описывают обмен энергией между носителями заряда и решеткой; характерное время обмена энергией между электронами и дырками есть $\tau_{n,p}$ (оно пропорционально n^{-1}). Наконец, T_0 есть температура решетки, а ζ_n и ζ_p — численные коэффициенты, определяющие энергию, теряемую в среднем электронным и дырочным газами в одном акте рекомбинации. Строго говоря, их надо вычислять из уравнений кинетики. В дальнейшем, однако, нам понадобится только некоторая их комбинация, которую можно определить из простых физических соображений.

Термоэдс и температуропроводность даются известными соотношениями

$$\alpha_{n,p}=\frac{1}{e}\left(\frac{5}{2}+r_{n,p}-\frac{F_{n,p}}{T_{n,p}}\right), \tag{8}$$

$$\varkappa_{n,p}=\frac{\mu_{n,p}}{e}T_{n,p}\left(\frac{5}{2}+r_{n,p}\right). \tag{9}$$

Здесь F_n и F_p — квазиуровни Ферми для электронов и дырок, отсчитанные от краев соответствующих зон; в рассматриваемых условиях $F_{n,p}<0$, $|F_{n,p}|\gg T_{n,p}$. Нам удобно было определить $\alpha_{n,p}$ как положительные величины. Правильный знак электронной термоэдс фактически обеспечивается равенством (6).

Будем рассматривать образец в форме прямоугольного параллелепипеда со сторонами L_x, L_y и $L_z\equiv l$, считая, что освещается грань $z=0$. Линейные размеры образца считаются очень большими по сравнению со всеми характерными «электронными» длинами задачи. Тогда граничные условия при $z=l$, равно как и на боковых гранях образца, можно заменить условиями ограниченности концентрации и температуры носителей заряда при $x\to\pm\infty$, $y\to\pm\infty$, $z\to\infty$. Граничные условия при $z=0$ имеют вид (с учетом (1))

$$\mp\frac{1}{e}\,j_{n,p;z}=-sn+\beta J_m/\hbar\omega, \tag{10}$$

$$q_{n,p;z}=-n\nu_{n,p}(T_{n,p}-T_0)-nS_{n,p}\left(\frac{3}{2}T_{n,p}+\frac{1}{2}m_{n,p}u^2_{n,p}\right)+ \\ +\xi_{n,p}J_m(1-\beta E_g/\hbar\omega). \tag{11}$$

Здесь β — квантовый выход внутреннего фотоэффекта при поверхностном поглощении; ω — частота света; E_g — ширина запрещенной зоны; s — скорость поверхностной рекомбинации, S_n и S_p, ν_n и ν_p — величины размерности скорости, определяющие соответственно убыль энергии носителей заряда при поверхностной рекомбинации и в результате ухода электронов и дырок за пределы образца (ср. [1, 2]); ξ_n — средняя доля энергии, которая при генерации пары достается вновь создаваемым электронам $\xi_p=1-\xi_n$. Значение ξ_n определить нелегко, фактически оно нам не понадобится. Наконец, через m_n, m_p и $\mathbf{u}_n$, $\mathbf{u}_p$ обозначены соответственно эффективные массы и дрейфовые скорости носителей заряда $\left(\mathbf{u}_{n,p}=\frac{1}{\mp en}\,\mathbf{j}_{n,p}\right)$. В условиях слабой надкритичности, которыми мы будем в дальнейшем интересоваться, слагаемыми $\frac{1}{2}m_{n,p}u^2_{n,p}$ можно пренебречь по сравнению с $^3/_2T_{n,p}$, что и будет сделано.

Амбиполярная трактовка. Амбиполярная трактовка явлений переноса в неизотермической системе дана рядом авторов (см., например, [11, 12]). Здесь мы суммируем результаты в форме, удобной для дальнейшего.

По постановке задачи нас интересует поведение квазинейтральной системы в отсутствие внешнего поля. Положим поэтому $\mathbf{j}=\mathbf{j}_n+\mathbf{j}_p=0$ (и соответственно $\mathbf{u}_n=\mathbf{u}_p\equiv\mathbf{u}$), определив отсюда с помощью (6) поле амбиполярной диффузии

$$\mathbf{E}_a=e\,\frac{D_n-D_p}{\sigma_n+\sigma_p}\nabla n-\frac{\sigma_n\alpha_n\nabla T_n-\sigma_p\alpha_p\nabla T_p}{\sigma_n+\sigma_p}. \tag{12}$$

В отсутствие градиентов температуры в правой части (12) остается только первое слагаемое, т. е. получается обычно употребляемое выражение.

В силу (12) и (6)

$$\mathbf{j}_n-\mathbf{j}_p=D\nabla n+\frac{\sigma_n\sigma_p}{\sigma_n+\sigma_p}(\alpha_n\nabla T_n+\alpha_p\nabla T_p), \tag{13}$$

где $D=2D_nD_p/D_n+D_p$ есть обычный коэффициент амбиполярной диффузии (при $n=p$). Уравнения (1) и (2) теперь становятся идентичными.

Очевидно, при достаточно малом времени релаксации, τ_{np}, температуры электронов и дырок будут одинаковы: $T_n=T_p=T$. Легко показать, что соответствующие критерии имеют вид

$$\tau_{np} \ll \tau_n,\ \tau_{np} \ll \tau_p,\ \frac{\tau_{np}D}{L^2}\left(5+r_n+r_p+\frac{|F_n|+|F_p|}{T}\right) \ll 1. \qquad (14)$$

При этом выражение (13) можно переписать в виде

$$\mathbf{j}_n = -\mathbf{j}_p = D\nabla n + \alpha\sigma\nabla T, \qquad (13')$$

где $\sigma = 2\sigma_n\sigma_p(\sigma_n+\sigma_p)^{-1}$, $\alpha=(\alpha_n+\alpha_p)/2$.

Уравнение непрерывности принимает теперь вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{e}\operatorname{div}(\sigma\alpha\nabla T + eD\nabla n) + n\tau_r^{-1} = 0. \qquad (2')$$

Из уравнений (4) и (5) также остается независимым только одно. В качестве такового удобно выбрать их сумму. Пользуясь соотношениями (7) и (2′), мы получаем

$$\frac{\partial(nT)}{\partial t} - \operatorname{div}(n\chi\nabla T + TD_1\nabla n) + n(T-T_0)\tau^{-1} + \zeta nT_0\tau_r^{-1} = 0. \qquad (5')$$

Здесь $\chi = [\varkappa_n + \varkappa_p + (5+r_n+r_p)T\sigma\alpha/en]/3$,

$$D_1 = (5+r_n+r_p)D/3,\ \tau^{-1} = (\tau_n^{-1}+\tau_p^{-1})/2,$$

$$\zeta = (\zeta_n+\zeta_p)/2.$$

При $T=T_0$ уравнение (5′) должно вытекать из (2′). Отсюда без труда находим

$$\zeta = D_1(T_0)D^{-1}(T_0) = (5+r_n+r_p)/3,\ D_1 = \zeta D. \qquad (15)$$

Граничные условия теперь можно привести к виду (при $z=0$)

$$-De\alpha nT^{-1}\frac{\partial T}{\partial z} - D\frac{\partial n}{\partial z} = -sn + \beta J_m/\hbar\omega, \qquad (16)$$

$$-\chi n\frac{\partial T}{\partial z} - D_1T\frac{\partial n}{\partial z} = -\nu n(T-T_0) - nST + J_m(1-\beta E_g/\hbar\omega)/3. \qquad (17)$$

Здесь $\nu=(\nu_n+\nu_p)/3$, $S=(S_n+S_p)/2$.

Рассматривая соотношения (16) и (17) в отсутствие нагрева, легко убедиться, что $S=\zeta s$, где коэффициент ζ дается первым из равенств (15).

Статическая задача без перегрева и условие возникновения конвекции. Как указывалось во введении, в рассматриваемой задаче градиент концентрации и, следовательно, давление электронного газа создаются вместе с самими носителями заряда. По этой причине учет перегрева (или охлаждения) электронов и дырок в статической задаче оказывается непринципиальным, и простоты ради мы им пренебрежем (формально это означает пренебрежение последним слагаемым в правой части (17)). В области слабой надкритичности принятая аппроксимация, видимо, оправдана. С другой стороны, учет трехмерных флуктуаций электронной температуры при рассмотрении условий возникновения сверхрешетки будет, разумеется, необходим.

В пренебрежении перегревом ($T=T_0$) одномерное статическое решение уравнения (2′) с граничным условием (16) имеет хорошо известный вид

$$n\equiv n_s(z)=A\exp(-z/L_r),\quad A=gL_r/D+sL_r, \tag{18}$$

где $L_r=\sqrt{D\tau_r}$ есть диффузионная длина, а $g=\beta J_m/\hbar\omega$ — темп генерации, отнесенный к единице поверхности.

Решение (18) надо исследовать на устойчивость относительно малых трехмерных возмущений электронной температуры и концентрации. Для этой цели положим (при $t\geqslant 0$)

$$\frac{T-T_0}{T_0}=f_1(z)\,e^{i\mathbf{kr}+qt},\quad n=n_s(z)+\mathfrak{N}f_2(z)\,e^{i\mathbf{kr}+qt}. \tag{19}$$

Здесь f_1 и f_2 — функции, подлежащие определению, $\mathbf{k}=\{k_x, k_y\}$ и $\mathbf{r}=\{x, y\}$ — двухмерные векторы, q — параметр. Через $\mathfrak{N}$ обозначена используемая в дальнейшем единица концентрации: $\mathfrak{N}=gD_0^{-1}L_T$, где $L_T=\sqrt{\tau_0 D_0}$ (нижний индекс «0» указывает на то, что соответствующая величина берется при $T=T_0$).

Как обычно, выражения (19) надлежит подставить в уравнения (2′) и (5′) и в граничные условия, выполнив затем линеаризацию по f_1 и f_2. Удобно ввести безразмерные переменные, измеряя длину, время, концентрацию носителей заряда, коэффициент диффузии и термоэдс в единицах соответственно L_T, τ_0, $\mathfrak{N}$, D_0 и e^{-1}. При этом

$$A\equiv n_s(0)=\tau_r^{1/2}(1+s\tau_r^{1/2})^{-1}. \tag{20}$$

После несколько громоздких, но вполне элементарных вычислений получим следующую систему уравнений для f_1 и f_2:

$$(q+k^2)f_2-f_2''-\alpha\,[n_s''f_1'+n_s'(f_1''-k^2f_1)]-\dot D(n_s'f_1'+n_s''f_1)+f_2\tau_r^{-1}=0, \tag{21}$$

$$qn_sf_1+n_sa(f_1''-k^2f_1)+f_2\tau_r^{-1}=0. \tag{22}$$

Здесь

$$\dot D=\left(\frac{d\ln D}{d\ln T}\right)_0,\quad a=\frac{1}{3}\left[\left(\frac{5}{2}+r_n\right)\frac{\mu_n}{\mu}+\left(\frac{5}{2}+r_p\right)\frac{\mu_p}{\mu}\right],\quad \mu=\frac{2\mu_n\mu_p}{\mu_n+\mu_p}. \tag{23}$$

Граничные условия при $z=0$ принимают вид

$$n_s\alpha_0f_1'+f_2'=s(f_2+n_s\dot sf_1)+\dot Df_1-n_ss\dot Df_1, \tag{24}$$

$$an_sf_1'+\zeta\dot Dn_s'f_1=\nu n_sf_1+\dot D\zeta sn_sf_1-\dot Df_1, \tag{25}$$

где $\dot s=(d\ln s/d\ln T)_0$.

Нас будет интересовать поведение решений на расстояниях не более длины остывания, L_T, от освещенной поверхности. Заметим, что обычно $L_T\ll L_r$, $\tau_0\ll\tau_r$. Это обстоятельство позволяет пренебречь в (21) и (22) производными от n_s, полагая $n_s\simeq A$. Тогда

$$f_{1,2}=A_{1,2}\exp(-pz), \tag{26}$$

где A_1 и A_2 — постоянные, а положительное число p связано с k и q соотношением

$$q=\frac{x(a+1)-1}{2}\pm\left\{\frac{[x(a+1)-1]^2}{4}+x+x^2[\alpha_0(\xi-1)-a]\right\}^{1/2}. \tag{27}$$

Здесь $x = p^2 - k^2$.

Как видно из формул (9), (15) и (23), при обычно встречающихся значениях r_n и r_p $\zeta-1>0$ и $\alpha_0(\zeta-1)>a$. Следовательно, при достаточно больших значениях k^2 один из корней (27) положителен, и одномерное распределение температуры и концентрации носителей заряда в рамках принятого приближения оказывается неустойчивым. Стационарное ($q=0$) трехмерное распределение получается при двух значениях k:

$$k_1^2 = p^2, \quad k_2^2 = p^2 + \frac{1}{\alpha_0(\zeta-1)-a}. \tag{28}$$

Действительно, при этом один из корней (27) равен нулю, а второй отрицателен. Таким образом, решение (19) выходит на стационарный режим за время порядка τ_0.

Подставляя выражения (19) в условия (24) и (25), мы получаем

$$p = [\dot{D} - \zeta\dot{D}A(s + \tau_r^{-1/2}) - \nu A]\, a^{-1} A^{-1}. \tag{29}$$

Принимая во внимание (20), видим, что $p>0$ лишь при условии

$$-\dot{D}(\zeta-1) > \nu\tau_r^{1/2}(\tau_r^{1/2}s + 1)^{-1}. \tag{30}$$

Возвращаясь к обычным единицам и пользуясь равенствами (15), (18) и соотношением Эйнштейна, можем привести (30) к виду

$$-\frac{r_n + 1 + (r_p+1)b}{b+1} \cdot \frac{2 + r_n + r_p}{3}\left(\frac{L_r}{\tau_r} + s\right) > \nu, \tag{30'}$$

где через b обозначено отношение подвижностей электронов и дырок при $T=T_0$.

Согласно (30), в рассматриваемых условиях возникновение температурной сверхрешетки возможно лишь при $\dot{D}<0$. Как видно из формулы (29), суть дела состоит в том, что при $\dot{D}<0$ уменьшаются рекомбинационные потери энергии носителей заряда, и (при $\zeta>1$) это обстоятельство оказывается более важным, нежели уменьшение диффузионного оттока частиц от поверхности. Заметим все же, что условие (30′) очень жесткое; видимо, оно требует довольно экзотических механизмов рассеяния. Далее, согласно (29), (20) и (28) в рассматриваемом случае (в отличие от [1, 2]) период сверхрешетки не управляется интенсивностью (или частотой) света, а определяется лишь длиной остывания и условиями потерь энергии на поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бонч-Бруевич В. Л. — ЖЭТФ, 1974, 67, 2204.
2. Бонч-Бруевич В. Л. — ЖЭТФ, 1976, 71, 1583.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Изд. 2-е. М., 1953.
4. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., 1972.
5. Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М., 1975.
6. Гуревич Л. Э., Иоффе И. В. — ЖЭТФ, 1970, 58, 2047.
7. Гуревич Л. Э., Иоффе И. В. — ЖЭТФ, 1970, 59, 1409.
8. Гуревич Л. Э., Иоффе И. В. — ЖЭТФ, 1971, 61, 1133.
9. Гуревич Л. Э., Иоффе И. В. — ЖЭТФ, 1972, 62, 1531.
10. Иоффе И. В., Мезрина Л. Ф. — ФТТ, 1972, 14, 3062.
11. Грибников З. С., Мельников В. И. — ФТТ, 1965, 7, 2812.
12. Вейнгер А. П., Крамер Н. И., Парицкий Л. Г., Абфенов А. Ш. — ФТП, 1972, 6, 353, 915.

Поступила в редакцию
24.6 1977 г.
Кафедра
физики полупроводников