Эта система не имеет асимптотически свободных решений по константе f как в случае стабильных, так и в случае нестабильных точек.

Таким образом, рассмотренная модель в случае G_2-симметрии не обладает свойством асимптотической свободы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cross D. J., Wilizek F. «Phys. Rev.», 1973, **D8**; 3633; «Phys. Rev. Lett.», 1973, **30**, 1343.
2. Politzer H. D. «Phys. Rev. Lett.», 1973, **30**, 1346.
3. Cheng T. P., Eihten E., Ling Fong Li. «Phys. Rev.», 1974, **D9**, 2259.
4. Chang Ngee Pong. «Phys. Rev.», 1974, **D10**, 2706: Suzuk M. «Nucl. Phys.», 1974, **B83**, 269.
5. Белокуров В. В., Владимиров А. А. и др. «Теор. и матем. физика», 1974, **19**, 149.
6. Fradkin E. S., Kalashnikov O. K. «Phys. Lett.», 1975, **59B**, 159; «J. Phys. A Math. Gen.», 1975, **8**, 1814.
7. Воронов Б. Л., Тютин Н. И. Вопросы физики элементарных частиц. Ереван, 1976, с. 352.
8. Воронов Б. Л., Тютин Н. И. «Письма в ЖЭТФ», 1975, **21**, 369; «Ядерная физика», 1976, **23**, 1316.
9. Nelipa N. F. High energy particle interactions, v. 2. Bratislava, 1976, p. 373.
10. Faddeev L. D., Popov V. N. «Phys. Lett.», 1967, **25B**, 29.
11. Behrends R. E., Dreitlein F., Fronsdal C., Lee W. «Rev. Mod. Phys.», 1962, **34**, 5.
12. Kapuszik E. «Acta Phys. Polon.», 1965, **27**, 497.

Поступила в редакцию
16.9 1977 г.
НИИЯФ

УДК 531.312.62:621.372.413

П. И. Зубиетов

АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ РЕЗОНАТОРОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Сверхпроводящие резонаторы (СПР) благодаря высокой добротности Q и стабильности собственной частоты позволяют улучшить предельные возможности самых различных методов исследований. В частности, резонатор, изготовленный внешним напылением тонкой пленки сверхпроводника на сапфир [1], расширяет возможности стабилизации частоты генераторов СВЧ, а также исследования свойств сверхпроводящих пленок (например, в магнитных полях). Изменение собственной частоты $\Delta\omega/\omega$ и добротности такого сверхпроводящего резонатора зависит от величины и способа наложения внешнего магнитного поля H. В частности, при переходе сверхпроводящей пленки в магнитном поле в смешанное состояние изменяются реальная (R_s) и мнимая (X_s) части ее поверхностного импеданса. Расчет этих параметров на основе точной микроскопической теории для сверхпроводников, находящихся в смешанном состоянии, весьма сложен. Поэтому до сих пор при вычислениях, как правило, пользуются простыми феноменологическими моделями [2, 3], которые хорошо описывают поведение сверхпроводников в конкретных условиях.

В этой работе предлагается простая модель расчета величин Q и $\Delta\omega/\omega$ в зависимости от магнитного потока B, захваченного резонатором. Эта модель позволяет, в частности, объяснить зависимости $Q(H)$ и $\Delta\omega(H)/\omega$, полученные экспериментально [1].

Как известно [4, 5], магнитный поток проникает в сверхпроводники II рода и в тонкие пленки сверхпроводников I рода (например свинец) в виде тонких нитей (вихрей), несущих отдельные кванты потока $\Phi_0=2\cdot10^{-7}$ Гс·см². Каждая такая нить разрушает сверхпроводимость в области радиусом ξ (ξ — длина когерентности сверхпроводника). При малых напряженностях внешних полей $H\ll H_{c2}(T)$ и на обычных СВЧ при $T\leqslant0{,}5T_c$ вихревые нити неподвижны [2, 3] (здесь $H_{c2}(T)$ — второе критическое поле сверхпроводника; T, T_c — рабочая и критическая температура сверхпроводника). В этом случае поверхностный импеданс сверхпроводника можно вычислить, зная распределение СВЧ-поля в поверхностном слое. Рассматривая сердцевину одиночного вихря как небольшую область с нормальной проводимостью, замечаем, что глубина проникновения СВЧ-поля в эту область зависит от соотношения величин ξ, δ и $\delta_{ск}$ (здесь и ниже δ, $\delta_{ск}$ — соответственно глубина проникновения СВЧ-поля в сверхпроводник и в нормальный металл). В частности, при $\xi \ll \delta \ll \delta_{ск}$ поле проникает в нормальную сердцевину на глубину $\sim\delta$. Особое место занимают широко распространенные свинец и ниобий. Для них при $T \leqslant \frac{1}{2} T_c$ выполняется соотношение $\delta \leqslant \xi \ll \delta_{ск}$ и распределение поля СВЧ в окрестности вихря имеет сложный вид.

В первом приближении спадание тангенциального поля в нормальной сердцевине вихря можно сравнить с затуханием волны H_{11} в эквивалентном запредельном волноводе, которое характеризуется постоянной

$$d \simeq \frac{2(\xi+\delta)}{3,7}, \qquad (1)$$

где $2(\xi+\delta)$ — эффективный диаметр «волновода». Для описания полей в сверхпроводнике удобно пользоваться экспоненциальным представлением. В рамках такой модели распределение поля в окрестности вихря в цилиндрической системе координат запишется в виде

$$H_t(z,\ r) \simeq \begin{cases} H_t(0)\,[e^{-z/d} + e^{-z/\delta} - e^{-z(d+\delta)/(\delta d)}] & \text{при } r \leqslant \xi, \\ H_t(0)\,[e^{-z/\delta} + (1-e^{-z/\delta})\,e^{-z/d}\,e^{-(r-\xi)/\delta}] & \text{при } r > \xi, \end{cases} \qquad (2)$$

где $H_t(0)$ — амплитуда тангенциальной составляющей магнитного СВЧ-поля у поверхности сверхпроводника; z — координата по нормали к поверхности; r — расстояние до центра вихря.

Выражения для действительной и мнимой частей поверхностного импеданса сверхпроводника можно получить с помощью известных соотношений

$$R_s = \frac{2P}{H_t^2(0)}, \qquad (3)$$

$$X_s = \frac{2\omega W}{H_t^2(0)}, \qquad (4)$$

где P — мощность, рассеиваемая единицей поверхности сверхпроводника; W — энергия, запасенная единицей поверхности; ω — частота СВЧ-поля.

Предварительно вычисляя W и P при заданном распределении полей (2) и при малой концентрации вихрей на поверхности ($B2\pi\xi^2 \ll \Phi_0$), с помощью соотношений (3) и (4) в пиппардовском пределе $\delta \leqslant \xi \ll l_0$ (чистый сверхпроводник, $T \leqslant \frac{1}{2} T_c$) получаем

$$R_s \simeq R_{s0} + \frac{0,34\pi\mu_0 v_F}{(2,2\varkappa^{2/3}+1)} \cdot \left(\frac{\delta_0}{l_0}\right)^2 \frac{2\pi\xi^2 B}{\Phi_0}, \qquad (5)$$

$$X_s \simeq X_{s0} + 2\omega\mu_0 \frac{\xi\,(0,7\varkappa^{2/3}+1)^4}{9,6\varkappa^{2/3}} \frac{2\pi\xi^2 \cdot B}{\Phi_0}, \qquad (6)$$

где R_{s0} — поверхностное сопротивление сверхпроводника в отсутствие вихрей ($B=0$); $X_{s0} \simeq \omega\mu_0\delta$ — мнимая часть поверхностного импеданса в отсутствие вихрей; $\varkappa=\delta_0/\xi_0$ — параметр Гинзбурга—Ландау; l_0 — длина свободного пробега электронов; δ_0 — лондоновская глубина проникновения; v_F — скорость электронов у поверхности Ферми; $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м.

При выводе (5) и (6) принималось во внимание, что W складывается из энергии магнитного поля и кинетической энергии электронов [6]. Величина P определялась с учетом эффективного удельного сопротивления нормальной сердцевины

$$\rho_N \simeq [\pi\xi/(2l_0)]\cdot\mu_0\cdot v_F\cdot\delta_0^2/l_0,$$

где отношение $\pi\xi/(2l_0)$ характеризует долю электронов, эффективно участвующих в процессе обмена в сердцевине вихря.

Добротность и изменение собственной частоты резонатора, стенки которого пронизывает магнитный поток плотностью B, определим с помощью известных формул

$$Q = \frac{\Gamma}{R_s}, \qquad (7)$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -\frac{\overline{\Delta X_s}}{2\Gamma}, \qquad (8)$$

где Γ — геометрический фактор резонатора; $\overline{R_s}$ — взвешенное среднее значение R_s по поверхности СПР; $\overline{\Delta X_s} = \overline{X_s - X_{s0}}$ — взвешенное среднее значение изменения X_s по поверхности резонатора.

Используя (7) и (8), а также принимая во внимание соотношение $2\pi\xi^2 \cdot H_{c2} = \Phi_0$ и учитывая температурную зависимость $H_{c2}(T) = H_{c2}(0)\,[1-(T/T_c)^2]$, получаем для зависимостей $Q(B)$ и $\Delta\omega(B)/\omega$ следующие выражения:

$$Q(B) \simeq \Gamma\left\{R_{s0}(T) + \frac{\pi}{2,9}\,\frac{\mu_0 v_F}{(2,2\varkappa^{2/3}+1)}\left(\frac{\delta_0}{l_0}\right)^2\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-1}\frac{\int\limits_S B_n\cdot H_t^2\,dS}{H_{c2}(0)\int\limits_S H_t^2\,dS}\right\}^{-1}, \qquad (9)$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega}(B) \simeq -\frac{\omega\mu_0}{\Gamma}\cdot\frac{\xi_0\,(0,7\varkappa^{2/3}+1)^4}{9,6\varkappa^{2/3}}\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right]^{-3/2}\frac{\int\limits_S B_n H_t^2\,dS}{H_{c2}(0)\int\limits_S H_t^2\,dS}, \qquad (10)$$

где S — поверхность резонатора; B_n — нормальная составляющая вектора плотности потока; ξ_0 — длина когерентности при $T=0$. По этим формулам можно вычислять $Q(H)$ и $\Delta\omega(H)/\omega$ при различных способах наложения магнитного поля. В частности, если СПР быстро переходит в сверхпроводящее состояние в магнитном поле H, то в формулах (9) и (10) следует положить $B_n = H_n$. Если же магнитное поле наложено после перехода, то $B_n = 0$, если $H < H_{c1}\cdot(1-n)$, и $B_n \simeq H_n - H_{c1}\cdot(1-n)$ при $H > H_{c1}\cdot(1-n)$, где n — размагничивающий фактор резонатора. С учетом этого по формулам (9) и (10) были построены численные зависимости $Q(H)$ и $\Delta\omega(H)/\omega$ сапфирового резонатора TM_{010} ($\Gamma \simeq 70$ Ом; $n \simeq 0,8$) [1] для пленок свинца и ниобия.

Вычисления проводились в приближении гладких стенок резонатора, когда концентрация вихрей на стенках, параллельных **H**, пренебрежимо мала. При расчете использовались данные работ [6] и [4] для свинца ($T_c = 7,2$ К, $H_{c2} = (0) = H_{c1}(0) = H_c(0) = 800$ Гс, $\xi = 8,3\cdot10^{-8}$ м, $\delta_0 = 3,1\cdot10^{-8}$ м, $l_0 = 7,1\cdot10^{-7}$ м, $v_F = 6,0\cdot10^5$ м/с, $\varkappa = 0,4$) и ниобия ($T_c = 9,2$ К, $H_{c2}(0) = 2200$ Гс, $H_{c1}(0) = 1700$ Гс, $\xi_0 = 3,9\cdot10^{-8}$ м, $\delta_0 = 3,5\cdot10^{-8}$ м, $l_0 = 10^{-6}$ м, $v_F = 2,9\cdot10^5$ м/с, $\varkappa = 0,78$), а также величины $R_{s0}(T)$, полученные экспериментально [1].

Сопоставление вычисленных значений $Q(H)$ и $\Delta\omega(H)/\omega$ с результатами измерений [1] показало, что предложенная модель удовлетворительно описывает изменение параметров СПР в магнитном поле.

Следует заметить, что при выводе (9) и (10) не учитывается непосредственное изменение глубины проникновения δ в магнитном поле, а также изменение геометрии СВЧ-токов в резонаторе под действием постоянного поля. Численные оценки этих эффектов показывают, что их влияние мало, и они не изменят полученного результата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багдасаров Х. С., Брагинский В. Б., Зубиетов П. И. «Письма в ЖТФ», 1977, 3, вып. 19, 991.
2. Диденко А. Н. Сверхпроводящие волноводы и резонаторы. М., 1973.
3. Куприянов М. Ю., Лихарев К. К. ЖЭТФ, 1975, 68, 1506.
4. Сан-Жам Д., Сарма Г., Томас Е. Сверхпроводимость второго рода. М., 1970.
5. Miyazaki T. et al. Proc. of the 14th Int. Conf. on Low-Temp. Physics, Pt. II, aug. 1975.
6. Менде Ф. Ф., Бондаренко И. Н., Трубицын А. В. Сверхпроводящие и охлаждаемые резонансные системы. Киев, 1976.

Поступила в редакцию
14.12 1977 г.
Кафедра
физики колебаний