УДК 538.56:533.90

В. К. Гришин

ГЕНЕРАЦИЯ ВОЛН БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ РЕЛЯТИВИСТСКИМИ ПУЧКАМИ В ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

С использованием точного решения нелинейного кинетического уравнения анализируются предельные состояния, возникающие в замедляющей системе при генерации гармонических волн пучками. Оцениваются предельные токи одномодовой генерации. Показано, что эффективная перекачка энергии пучка в волну возможна лишь с релятивистскими пучками в системах с медленными волнами. Обсуждаются условия оптимального подбора параметров для генерации волн в заданном диапазоне длин волн.

1. Вопросам генерации волн с помощью интенсивных пучков в замедляющих системах уделяется большое внимание (см. например, [1, 2]). Однако несмотря на достигнутый прогресс многие аспекты этого обширного направления еще ждут своего разъяснения.

Возможности, заключенные в пучковых системах, во многом раскрывает анализ стационарных состояний поле — пучок, которые мыслятся как конечный этап начального переходного процесса, возникающего при инжекции пучка в (достаточно длинную) замедляющую систему. Такой подход является определенной идеализацией (анализ переходных процессов в расчет не берем). Вместе с тем здесь обнаруживается ряд интересных физических явлений, исследование которых помогает в поиске результативных способов эффективной «перекачки энергии пучка в волну». Среди теоретических работ этого направления можно отметить [3, 4], где выясняется ряд важных деталей (относительно аспектов взаимодействия волны с плазмой см. [5]). Однако в этих работах мы встречаемся либо с рассмотрением относительно слабых полей, когда энергия, набираемая в поле волны, оказывается нерелятивистской, либо с упрощенной моделью.

В настоящей работе рассматривается стационарное состояние поле — пучок в замедляющей системе достаточно общего типа и обсуждается проблема выбора оптимальных условий для возбуждения наибольших полей. Основное внимание обращается на состояния, когда энергия поля становится сравнимой с энергией пучка. Замедляющая система считается идеальной без потерь; последнее не просто дань все возрастающей популярности сверхпроводящих систем, а попытка выяснить предельные возможности пучковых систем.

2. Как следует из простых оценок, при скорости частиц пучка, близкой к некоторой критической, пучок способен интенсивно генерировать поля (различных мод в соответствующем диапазоне частот и длин волн), передавая им свою энергию. Однако на определенном уровне генерации волна синхронизируется с пучком и процесс стабилизируется энергетическим перемешиванием частиц (появляется энергетический разброс, характеризуемый продольной температурой пучка).

Это состояние описывается нелинейными уравнениями, анализ которых проводится ниже.

Рассмотрим замагниченный в поперечной плоскости однокомпонентный пучок частиц, распространяющийся вдоль неограниченной замедляющей системы. Предположим, что диаметр пучка существенно меньше поперечных размеров системы. В этом случае продольное поле, возбуждаемое частицами, оказывается практически однородным в пределах поперечного сечения пучка, и при описании движения частиц можно ограничиться однородной моделью.

Состояние пучка на стадии самосогласовываемого взаимодействия с волной описывается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial F}{\partial P} e\mathscr{E} + (v - v_0) \frac{\partial F}{\partial z'} = 0, \tag{1}$$

где $F = F(P, z')$ — плотность пучка, $\mathscr{E}$ — продольное поле, $P = mc\beta\gamma - mc\beta_0\gamma_0$, $v = \beta c$ — скорость частиц, $\gamma^{-2} = 1 - \beta^2$; $z' = z - v_0 t$; z — расстояние вдоль системы; индекс нуль приписывается равновесным значениям. Согласно сказанному выше, под $\xi_b = \int F dP$ целесообразно понимать линейную плотность частиц, характеризуя радиальную структуру пучка с помощью дополнительной функции $\rho_b = \widehat{\rho}(v)\xi_b/s_v$, где $2\pi\int\widehat{\rho} v dv = S_0$ (S_0 — площадь сечения пучка).

Характер решения уравнения (1) зависит от дисперсионных свойств замещающей системы. (Зависимость $\mathscr{E} = \mathscr{E}(F)$ устанавливается уравнениями Максвелла при соответствующих для данной системы граничных условиях.) Вместе с тем ряд важных выводов о свойствах самосфазированного распределения $F(P, z')$ и уровне достигаемых полей уже можно сделать, ограничиваясь анализом уравнения (1) (см. [6]). Решение (1) может быть представлено в виде

$$F = F(\Psi^2 - w), \tag{2}$$

где $w(P) = \int\limits_0^P (v - v_0)\, dP'$; $\Psi^2 = \Psi^2(z')$, причем

$$\frac{d\Psi^2}{dz'} = e\mathscr{E}. \tag{3}$$

В самосогласованном состоянии частицы пучка совершают устойчивые колебания около равновесных точек (в фазовой плоскости траектории частиц замкнуты), хотя в пучке может быть бо́льшая или меньшая доля частиц, проскальзывающих вдоль волны.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением гармонических волн

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0(r) \sin kz', \tag{4}$$

где k — продольная составляющая волнового вектора, и проанализируем условия существования гармонического решения (2) [1].

3. Оценим величину $\mathscr{E}_0 = \mathscr{E}_0(r)$ в (4). В приосевой области $r \leqslant r_0$ (предполагаем, что она свободна от диэлектрической среды) с замагниченным пучком $\mathscr{E}_0$ описывается уравнением (поле синхронизовано с пучком, потери малы).

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \mathscr{E}_0}{\partial r}\right) + k^2(\beta_0^2 - 1)\mathscr{E}_0 = -\frac{4\pi eka}{\gamma_0^2}\rho_0(r), \tag{5}$$

[1] Очевидно последнее целесообразно, если замедляющая система имеет достаточно резко выраженные дисперсионные свойства (для сравнения см. [7]).

где $\rho_b = \rho_0(z)(1+\alpha\cos kz')$ — бегущая модулированная волна плотности, так как $z'=z-v_0t$; токи ниже предельных [1]. Представим

$$\mathscr{E}_0(r) = \sum_{m=1}^{\infty} \mathscr{E}_{0m} Y_m(r), \tag{6}$$

где Y_m — радиальные функции (моды) состояния поля с заданным k в «холодной» замедляющей системе, которые являются собственными функциями уравнения (рассматриваются аксиально-симметричные моды)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial Y_m}{\partial r}\right) + k^2(\beta_m^2\varepsilon(r) - 1)Y_m = 0, \tag{7}$$

где $Y_m = \beta_m c$ — фазовые скорости волны моды m. Функции $Y_m(r=0) < \infty$ и удовлетворяют нулевому граничному условию на радиальной границе системы, условно записываемые как $Y_m(R)=0$. Характеристика радиальных структурных особенностей системы при $v>v_0$ представлена в (7) с помощью эффективной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(r)$ (здесь $\varepsilon=1$ при $r\leqslant r_0$ и $\varepsilon>1$ при $r>r_0$). Как известно, функции Y_m представляют полный набор функций с $\beta_m^2>0$ при $k^2>0$ [8]. Тогда

$$\mathscr{E}_0(r) = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\pi e\alpha Y_m(v)}{k\gamma_0^2(\beta_0^2-\beta_m^2)} \frac{\int_0^{v_0}\rho_0 V_m r' dr'}{\int_0^R Y_m^2 \varepsilon r dr}. \tag{8}$$

В полученной оценке фигурируют лишь наиболее общие свойства пучка и замедляющих систем (фактически, лишь фазовые скорости). В пределах $r\leqslant r_0$ функции $Y_m = I_0(kr/\gamma_m)$, где I_0 — модифицированные функции Бесселя первого рода нулевого порядка. При $kv_0/\gamma_m \leqslant 1$ (длинноволновые колебания или $\beta_m \sim 1$) поле практически постоянно в зоне пучка и амплитуда волн мало зависит от профиля пучка. (Напротив, при $kr_0/\gamma_m > 1$ поле максимально вблизи $r\sim r_0$, и для генерации волн целесообразно использовать трубчатые токи.)

Поскольку самофокусировка пучка возникает при [4, 6] $\mathrm{sgn}\, e\mathscr{E} = \mathrm{sgn}\frac{\partial \xi_b}{\partial z'}$, то уравнение (1) имеет решение, если по крайней мере $\beta_0>\beta_1$ (в системе есть медленные волны) и вклад $\mathscr{E}_{01}$ в (6) и (8) превосходит долю остальных мод. Полагая поэтому $\beta_0^2-\beta_1^2 \ll |\beta_0^2-\beta_{m>1}^2|$, получаем

$$\mathscr{E}_0(r\leqslant r_0) \simeq \frac{4\alpha e\langle\xi_b\rangle}{\varepsilon k r_0(R-r_0)\gamma_0^2}\left(\frac{1}{\beta_0^2-\beta_1^2} - O\left(\frac{1}{\beta_m^2-\beta_0^2}\right)\right), \tag{9}$$

где $\langle\xi_b\rangle$ — средняя по длине волны линейная плотность пучка [2]; знак минус, характеризующий сдвиг фаз поля и модуляции плотности,

---

[2] Значения фигурирующих в (8) интегралов оценены для гладкого волновода с диэлектрическим слоем с радиусами R и r_0. Результат легко обращается; для этого достаточно выразить ε как функцию $\beta_1^2: \varepsilon = (1+\delta/k^2)/\beta_1^2$; $\delta=\pi^2/4(R-r_0)^2$ при $\varepsilon\geqslant 2$; тогда $\beta_2^2 = \beta_1^2(1+\pi^2/k^2r_0^2)/(1+\pi^2)4k^2r_0^2)$ (см. [9]). Заметим, что все волны в (6) имеют различные профили, но их фазовая скорость равна скорости пучка.

опускаем; $O \simeq (1 \div 2)/(\beta_2^2 - \beta_0^2) + \ldots$. Амплитуды других компонентов поля выражаются через $\mathscr{E}_0$:

$$\mathscr{E}_r = \frac{1}{k\,|(1-\beta^2\varepsilon)|}\,\frac{\partial \mathscr{E}_0}{\partial r}; \quad H_0 = \beta_0 \varepsilon \mathscr{E}_r.$$

4. Нетрудно видеть, что в силу (3)—(9) решение (2) имеет гармонический характер, если $\xi_b \sim \psi^2$. Это обстоятельство позволяет установить вид распределения (2). Остановимся на наиболее интересном случае больших полей. Если амплитуда поля достигает уровня, когда $\frac{2e\mathscr{E}_0}{k} > mc^2\gamma_0$, то относительное движение частиц вдоль пучка будет в основном релятивистским[3], и $w \simeq (c \mp v_0)P$. Поэтому предельные значения импульсов

$$P_{\max} \simeq \frac{\Psi^2(z')}{c(1-\beta_0)}, \quad P_{\min} \simeq -\frac{\Psi^2(z')}{c(1+\beta_0)}. \tag{10}$$

Распределение имеет вид

$$F = \begin{cases} \xi_0; & \Psi^2 \gtrless w, \\ 0 \end{cases} \tag{11}$$

где функция $\Psi^2(z')$ оговорена выше. Действительно, плотность пучка равна

$$\rho_b(r, z') = 2\xi_0\gamma_0^2\Psi^2(z')\,\widehat{\rho}(r)/cS_0. \tag{12}$$

Согласно (7) можно записать $\Psi^2(z') = \Psi_0^2(1 + \alpha\cos kz')$.

В дальнейшем будем рассматривать условия возбуждения полей большой амплитуды, которые накладываются, очевидно, при большой модуляции пучка с $\alpha \sim 1$. Тогда средняя по длине волны линейная плотность пучка:

$$\langle \xi_b \rangle = \frac{I_b}{e\beta_0 c} = 2\xi_0\gamma_0^2\Psi_0^2/c, \tag{13}$$

где I_b — средний ток в пучке.

Согласно (3) $e\mathscr{E}_0 = k\Psi_0^2$, средний на единицу длины пучка импульс частиц:

$$\langle p_{\text{част}} \rangle = \frac{m\gamma_0 I_b}{e} + \frac{3\gamma_0^2 I_b \mathscr{E}_0}{2kc^2}. \tag{14}$$

5. Самосогласованное состояние возникает в результате определенных переходных процессов. При этом средний импульс пучка и поля не могут превосходить некоторое заданное значение. Поэтому

$$\langle p_{\text{част}} \rangle + \frac{1}{4\pi c}\int_0^R \langle \mathscr{E}_v H_0 \rangle\, 2\pi\varepsilon r dr = m g_i \gamma_i I_b \beta_i / e\beta_0, \tag{15}$$

где индекс ноль характеризует некоторое начальное состояние пучка и поля. Фактор g_i описывает вклад начального поля или учитывает работу внешних полей, вводимых в систему, например для регуляризации

[3] В этом случае движение частиц в пучке приобретает весьма своеобразный характер: неравновесные частицы медленно обгоняют пучок, а затем быстро проскакивают назад навстречу пучку [10].

и убыстрения процесса генерации; наконец, g_i может описывать потери в системе ($g_i<1$), и т. д. Множитель β_0/β_i учитывает изменение длины пучка.

С помощью полученных ранее соотношений записываем ($kv_0/\gamma_1 \leqslant 1$):

$$\gamma_0 I_b + g_0 k^2 v_0^4 \mathscr{E}_0 \gamma_0^4/\gamma^4 - 3\gamma_0^2 \mathscr{E}_0 I_b/k = g_i \gamma_i I_b \beta_i/\beta_0, \tag{16}$$

$$\mathscr{E}_0 = \frac{dI_0}{\beta_0 \gamma_0^2 (\beta_0^2 - \beta_1^2)}; \quad d = 1/8\varepsilon k r_0 (R - r_0),$$

где фактор g_0 есть отношение потоков энергии во всем сечении системы и в области $r \leqslant r_0$; для различных систем $g_0 \cong 1 \div 10$. Здесь значение $\mathscr{E}_0$ указано в МВ/см; I_b — в кА; r_0, R — в см. Заметим, что уравнения (16) записаны в достаточно общей форме. Фактически структурные особенности замедляющей системы представлены лишь в факторе g_0. Соотношения позволяют установить уровень поля и равновесные параметры пучка по заданным g_i, β_i и β[4]$_1$. В первом приближении

$$\gamma_0^2 = \gamma_1^2 \left(1 + \frac{dI_b}{\beta_0 \mathscr{E}_0}\right) \simeq \gamma_1^2 \left(1 + \frac{dI_b}{\beta_* \mathscr{E}_0}\right), \tag{17}$$

где $\beta_1 \leqslant \beta_* < 1$. Отсюда уровень достигаемого поля $\mathscr{E}_0$ определяется уравнением

$$\frac{\gamma_1}{I_b} \sqrt{\frac{y}{y - d/\beta_*}} + g_0 k^2 r_0^4 y^2 + 3\gamma_1^2 y/k = g_i \gamma_i \beta_i / I_b \beta_*, \tag{18}$$

где $y = \mathscr{E}_0 / I_b + d/\beta_*$.

6. Как следует из (18), существует некоторое пороговое значение тока, выше которого стационарное состояние данного типа не возникает (не хватает вводимой мощности). Это происходит, если величина $g_i \gamma_i \beta_i / I_b \beta_*$ лежит ниже минимального значения левой части (18).

Анализ уравнения (16) указывает на минимум в районе

$$\mathscr{E}_{\text{м}} \simeq \left(\frac{k^2 d I_b}{36 \gamma_1^2 \beta_1}\right)^{1/3}, \tag{19}$$

а критическое значение тока оказывается равным

$$I_{\text{кр}} \simeq \frac{8\varepsilon k^2 \gamma_0 (R - r_0)}{3\gamma_1^2} [g_i \gamma_i \beta_i - 2\beta_1 (g_i \gamma_i \beta_i \gamma_1^2)^{1/3}]. \tag{20}$$

Полученные оценки справедливы, если $\mathscr{E}_{\text{м}}$ соответствует условию $\mathscr{E}_{\text{м}} > k\gamma_0/4$, т. е. при $\mathscr{E}_{\text{м}} \simeq \frac{k}{5} (g_i \gamma_i \beta_i / \gamma_1^2)^{1/3} > \frac{\gamma_1 k}{4}$, или

$$g_i \gamma_i \beta_i \gtrsim \gamma_1^7. \tag{21}$$

Это соотношение позволяет конкретизировать исходные предпосылки. Оно подразумевает, что конечное состояние с большим полем возникает после значительного перераспределения вводимой энергии, т. е. при $g_i \gamma_i \gg \gamma_{0,1}$.

Поскольку $\gamma_0 = \gamma_0 (g_i \gamma_i)$, зависимость $I_{\text{кр}}(g_i \gamma_i)$ носит нелинейный характер. Так, при $\lambda = 10$ см, $\gamma_0 = 3$ см, $g_i \gamma_i = 2{,}5$ и 10, $\beta_1 = 0{,}7$, значение

---

[4] В отличие от квазилинейной теории здесь не предполагается, что $\gamma_{0,1} \sim \gamma_i$. Напротив, наибольший интерес представляет случай $\gamma_i \gg \gamma_{0,1}$, см. далее.

$I_{кр}$ составляет ~ 10 и 100 кА соответственно. Очевидно, подбор параметров замедляющей системы не будет оптимальным, если $I_{кр}$ окажется ниже соответствующих предельных значений для тока в трасформирующих и переходных устройствах (с приосевым пучком) [1].

Таким образом, анализ предельных состояний показывает, что одномодовая генерация возможна лишь при $I < I_{кр}$. В противном случае «произойдет» сдвиг частоты $(\partial k / \partial I_b > 0)$, либо одномодовые колебания будут невозможны. Соотношение (20) можно также интерпретировать по-иному. При заданном токе устойчивая генерация возможна (k фиксируется), если уровень вводимой относительной мощности, описываемый параметром $g_i \gamma_i$, оказывается больше некоторого $g_i \gamma_i |\min$. При этом $g_i \gamma_i |\min$ убывает, с уменьшением $\beta_1 (I_{кр})$ — растет.

7. При $I_b < I_{кр}$ (или, другими словами, достаточном уровне вводимой мощности $g_i \gamma_i$) решение (16) не однозначно и допускает как малую, так и относительно большую расстройку резонанса $\beta_0^{(1)} - \beta_1 > \beta_0^{(2)} - \beta_1$ (напомним, что $v_1 = \beta_1 c$ — фазовая скорость первой моды) с большим и меньшим уровнями поля соответственно) [5].

Прежде чем перейти к оценке $\mathscr{E}_0$, отметим одно важное обстоятельство. Существование двух экстремальных положений наводит на мысль о возможности осцилляционного процесса, в течение которого система поле — пучок может переходить из одного состояния в другое. Этот процесс описывается нелинейными динамическими уравнениями, и его анализ заслуживает отдельного рассмотрения [6]. Как и в любом осцилляторном процессе, в экстремальных положениях система находится наибольшее время. Конечно, динамическая картина будет сложнее. Здесь наибольшую опасность представляет возможная неустойчивость системы по отношению к распадным процессам, поскольку состояние с меньшим уровнем поля — аналог (как это следует из (18)) системы с «отрицательной» энергией [5, 11] [7].

Обычно в экспериментах $\beta_i \sim \beta_1$. В этих условиях колебания уровня поля относительно невелики, а $\beta_0 \sim (\beta_i - \beta_1)/2$. Необходимо учесть также, что в исходном пучке существует разброс по скоростям $\Delta\beta_i$. Уровень поля тогда будет определяться по (9), и, полагая здесь $\Delta\beta_i \sim \sim (\beta_i - \beta_1) \sim \mathrm{Jm}\, \omega / kc$ (где $\mathrm{Jm}\, \omega$ — линейный инкремент $\sim I_b^{1/3}$), приходим к обычной квазилинейной оценке $\mathscr{E} \sim I_b^{2/3}$.

Вообще, различие в амплитудах поля в экстремальных состояниях больше при $I_b \ll I_{кр}$ и может, следовательно, наблюдаться лишь в достаточно длинных системах (длина системы $L \sim v_1 / Jm\, \omega \sim I_b^{-1/3}$; $L \gg 1$ м). Кроме того, необходимо, чтобы характерный размах по скоростям $\beta_i - \beta_1$ заметно превосходил не только начальный разброс в пучке $\Delta\beta_i$, но и $\beta_i - \beta_1 \gg (\Delta\omega_{рез})/kc$, где $\Delta\omega_{рез}$ — ширина резонанса в реальной системе с конечным затуханием.

Осцилляции состояния поле-частицы отмечаются при (численном) анализе, но относятся они к стадии захвата частиц волной в плазме (нерелятивистский предел [5]). Но, к сожалению, в настоящий момент отсутствуют экспериментальные или расчетные данные с пучками при $\gamma_i \geqslant 3 \div 5$. Подчеркнем еще раз, что рассматриваемый случай имеет

[5] Нелинейное состояние типа (16) для частного случая распределения рассматривалось также в [4].

[6] Факт динамических изменений можно установить, сравнивая вероятности индуцированного излучения и поглощения квантов волны частицами пучка [10].

[7] Эти процессы, имеющие взрывной характер, сопровождаются (например, из-за взаимодействия с плазмой остаточного газа) перекачкой энергии колебаний в длинноволновую часть спектра; наибольшую опасность они представляют для «длинных» систем, используемых в ускорительной технике.

важную особенность: в конечном состоянии весь пучок синхронизован с волной, а предельное состояние ($\mathcal{E}_0 \to \max$) должно сопровождаться значительной перекачкой энергии частиц в поле ($\gamma_i \gg \gamma_{1,0}$). В конечном счете максимальная амплитуда поля может достигать, как следует из (18) (при $g_0\gamma_i \gg 1$ в оценках первым членом уравнения можно пренебречь), следующих значений:

$$\mathcal{E}_0 \simeq \frac{\sqrt{I_b^2 + 4I_b g_0 k^4 r_0^4 g_i \gamma_i \beta_i / 9\beta_1 \gamma_1^4} - I_b}{2g_0 k^3 r_0^4 / 3\gamma_1^2}. \tag{22}$$

По мере увеличения инжектируемой мощности амплитуда поля $\mathcal{E}_0$ растет первоначально с $g_i\gamma_i$. При этом $\mathcal{E}_0$ мало зависит от величины тока: $\mathcal{E}_0\ /k$ (МВ) $\simeq g_i\gamma_i\beta_i/3\gamma_1^2$ (этот результат можно предсказать, анализируя лишь основные свойства решения кинетического уравнения (5)). Наконец, лишь для ультрарелятивистских пучков, когда $g_i\gamma_i > 9I_b\gamma_1^4\beta_1/4g_0k^4r_0^4$, практически вся энергия может переходить в энергию электромагнитного поля. Для примера укажем, что для $\lambda=10$ см, $r_0=3$ см, $\beta_1=0{,}7$, $I_b=10$, 50, 100 и 200 кА для этого необходимо, чтобы $g_i\gamma_i > 4$, 20, 40 и 160 соответственно.

8. Значительная перекачка энергии пучка в поле достигается при $\gamma_i \gg \gamma_{1,0}$. Вместе с тем, как следует из линейной теории, при инжекции однородного пучка генерация поля наиболее быстро протекает при $\gamma_i \sim \gamma_1$. Поэтому либо система должна содержать дополнительную переходную ступень, либо следует модифицировать способ введения мощности. Помимо пучка, в систему нужно вводить «затравочную» волну, используя пучок для ее усиления [8].

Коэффициент усиления нетрудно указать, используя уже полученные соотношения. Представляя вводимую энергию как

$$g_i\gamma_i I_b = \gamma_i I_b + g_0 k^2 r_0^4 \cdot \mathcal{E}_{0i}^2$$

(где $\mathcal{E}_{0i}$ — амплитуда затравочной волны), из (21) и (23) находим, что коэффициент усиления

$$\eta = \frac{\mathcal{E}_0^2 - \mathcal{E}_{0i}^2}{\mathcal{E}_{0i}^2} = \zeta - \sqrt{A(\zeta+1) + A^2/4} + A/2, \tag{23}$$

где $\zeta = I_b\gamma_i/g_0k^2r_0^4\mathcal{E}_{0i}^2$ — отношение удельных потоков энергий инжектируемого пучка и затравочной волны; $\sqrt{A} = \sqrt{3I_b}/g_ik^3r_0^4\mathcal{E}_{0i}$. Коэффициент усиления может достигать больших значений, если, как и в предыдущем случае, $\gamma_i \gg \gamma_{1,0}$. Так, при $\lambda=10$ см, $r_0=3$ см, $I_b=10$ кА; $\gamma_i=4$ (см. предыдущий пример), $\mathcal{E}_{0i}=0{,}01$ и 0,1 МВ/см получаем соответственно $\eta \simeq 3\cdot 10^3$ и 30, что соответствует возрастанию амплитуды поля в ~ 50 и 5 раз с $\mathcal{E}_0 \simeq 0{,}5$ МВ/см.

Одним из способов введения затравочной мощности служит предварительная модуляция плотности пучка. Действительно, численные расчеты подтверждают [12], что достигаемые при этом поля составляют (0,3—0,5) МВ/см.

9. Предыдущий анализ предполагал, что в переходных процессах параметры системы (длина волны, фазовая скорость) остаются неизменными. Имея в виду реальные условия, целесообразно оценить зна-

---

[8] Такой способ особенно целесообразен, если дисперсионное соотношение таково, что в промежуточном стационарном состоянии система будет испытывать распадную неустойчивость.

чения параметров, при которых предельные стационарные состояния возникают с наибольшей вероятностью. Это опять можно сделать на основании уравнений (16), полагая, что с наибольшей вероятностью будут реализованы состояния, отвечающие минимуму энергии системы.

В заключение заметим, что дальнейший рост амплитуды можно стимулировать различными способами, в частности, изменяя (вдоль длины) параметры замедляющей системы. Соответствующие оценки можно сделать, используя, например, метод адиабатических интервалов.

Конечно, полученные соотношения носят оценочный характер. В реальных системах (с потерями) амплитуды полей имеют меньшие значения из-за фазового сдвига между полем и током, несколько изменяется также характер распределения. Наконец, при более полном анализе следует более корректно учесть коэффициент захвата частиц. Вместе с тем проведенный анализ стационарных нелинейных состояний позволяет уточнить ряд важных моментов для поиска оптимальных условий генерации.

Автор выражает благодарность А. А. Коломенскому и А. А. Рухадзе за стимулирующий интерес к работе и плодотворные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. «Успехи физических наук», 1971, 103, 609.
2. Рабинович М. С., Цытович В. И. «Успехи физических наук», 1974, 113, 353.
3. Ковтун Р. И., Рухадзе А. А. ЖЭТФ, 1970, 58, 1709.
4. Кислецов А. В., Лебедев А. И. ЖТФ, 1972, 42, 699.
5. Галеев А. А., Сагдеев Р. З. «Вопросы теории плазмы», 1973, вып. 7, 45; «Радиофизика», 1976, вып. 5—6.
6. Гришин В. К. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ., астрон.», 1976, 17, № 2, 140.
7. Гришин В. К. ЖТФ, 1976, 46, 2112.
8. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1965.
9. Ахиозер А. И., Файнберг Я. Б. «Успехи физических наук», 1951, 44, 321; Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М., 1957.
10. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме. М., 1967, с. 135.
11. Дикасов В. М., Рудаков Л. И., Рютов Д. Д. ЖЭТФ, 1965, 48, 913.
12. Гапанович В. Г., Лебедев А. Н. ЖТФ, 1975, 45, 844.

Поступила в редакцию
16.2 1977 г.
НИИЯФ