

УДК 533.6.011.72

**М. В. Пискарева**  
**Ф. В. Шугаев**

**ПРОХОЖДЕНИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ  
ЧЕРЕЗ НЕОДНОРОДНУЮ ОБЛАСТЬ  
ГАЗА С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ  
ТЕМПЕРАТУРЫ ИЛИ КОНЦЕНТРАЦИИ  
КОМПОНЕНТОВ**

Экспериментально исследовано движение ударной волны по области нагретого газа при постоянном давлении. Получены дифференциальные соотношения для одномерного движения ударной волны в совершенном газе, температура и скорость которого зависят от координаты, а также в смеси газов с распределением концентрации компонентов при постоянном давлении и температуре. Приводятся формулы для производной по времени числа Маха волны и производной плотности по координате в газе за волной для того момента времени, когда волна набегаёт на границу неоднородности. Даны результаты численных расчетов движения ударной волны через область газа с отрицательным градиентом плотности при постоянном давлении. Теоретические значения изменения скорости ударной волны сравниваются с экспериментальными.

Исследование движения ударной волны в газах с переменными параметрами имеет научный и практический интерес, поскольку при таком движении может происходить ослабление или усиление ударной волны. Кроме того, это исследование важно для решения таких вопросов, как распространение ударной волны в атмосфере с учетом изменения ее плотности и температуры, движение ударной волны в неоднородной области между головной волной и поверхностью затупленного тела, летящего со сверхзвуковой скоростью, и т. п.

Прохождение ударной волны через неоднородную область рассмотрено рядом авторов [1—4]. Однако использованные в этих работах приближенные методы обладают тем недостатком, что не учитывают влияния состояния газа за волной на движение самой волны. В [5] по методу характеристик выполнены численные расчеты движения ударной волны вдоль неоднородности для нескольких случаев распределения плотности перед волной. При этом давление перед волной считалось постоянным. В [6] рассчитано взаимодействие ударной волны с центрированной волной разрежения. Прохождение ударной волны через область газа с отрицательным градиентом температуры экспериментально исследовано в [7]. Однако в этой работе регистрировалась лишь средняя для некоторого участка скорость волны, форма волны не определялась.

Нами экспериментально изучено движение ударной волны в ударной трубе через область постоянного давления при наличии градиента температуры. Экспериментальные результаты сравниваются с численными расчетами, выполненными по приближенному методу. Получены аналитические выражения, относящиеся к случаю движения ударной волны в области с градиентом температуры и скорости, а также в смеси газов с градиентом концентрации при постоянном давлении и температуре.

**Теория.** Движение нестационарной ударной волны однозначно определяется, если задано состояние газа перед волной, число Маха

волны в начальный момент времени и начальное распределение одного из параметров за волной. Распределение остальных величин за волной можно найти по значениям этого параметра при условии, что все величины перед волной и за волной являются непрерывными и дифференцируемыми.

Рассмотрим одномерное движение ударной волны через неоднородную область. Параметры газа зависят от времени  $t$  и лагранжевой координаты  $a$ , причем за исходное взято состояние перед волной в начальный момент времени. Дифференцируя уравнение движения и уравнение непрерывности по  $t$  и по  $a$ , находя затем скачки производных на фронте волны и используя кинематическое условие совместности

$$\frac{d[A]}{dt} = \left[ \frac{\partial A}{\partial t} \right] + v \left[ \frac{\partial A}{\partial a} \right],$$

где  $A$  — величина, характеризующая состояние газа,  $[A] = A_2 - A_1$  (индексы 1 и 2 относятся к состоянию перед и за волной, соответственно),  $v$  — скорость волны относительно газа перед волной, получим [8] выражение для величины  $dM/dt$ . (Здесь  $M$  — число Маха.) С учетом условий совместности первого, второго и т. д. порядка мы получим систему уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= f_1 \left( \frac{\partial e_2}{\partial a}, \xi^{(k)}, M \right) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial e_2}{\partial a} \right) &= f_2 \left( \frac{\partial^2 e_2}{\partial a^2}, \frac{\partial e_2}{\partial a}, \xi^{(k)}, M \right) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial^2 e_2}{\partial a^2} \right) &= f_3 \left( \frac{\partial^3 e_2}{\partial a^3}, \frac{\partial^2 e_2}{\partial a^2}, \frac{\partial e_2}{\partial a}, \xi^{(k)}, M \right) \end{aligned}$$

и т. д. Число уравнений системы может быть сколь угодно велико. Здесь  $e_2$  — любой параметр, характеризующий состояние газа за волной (например, плотность  $\rho_2$ ),  $\xi^{(k)}$  — параметры, характеризующие состояние газа перед волной и их производные по времени и координате. Таким образом, мы будем иметь систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая описывает движение волны и газа за волной. Система эта является незамкнутой, так как в уравнение для  $d/dt(\partial^n \rho_2 / \partial a^n)$  входит производная  $\partial^{n+1} \rho_2 / \partial a^{n+1}$ , значение которой заранее неизвестно. Эта система, если ее оборвать при некотором  $n$ , может быть использована для приближенного решения задачи о распространении ударной волны в неоднородной среде.

Пусть ударная волна движется по совершенному газу ( $\gamma = c_p/c_v = \text{const}$ ) из области отрицательных  $a$ . Точка  $a=0$  является границей неоднородности. Здесь и далее мы предполагаем, что в области перед ударной волной между фронтом волны и границей неоднородности все параметры газа постоянны. При  $a \geq 0$  плотность зависит от координаты:  $\rho_1 = \rho_1(a)$ . Мы считаем, что в точке  $a=0$  сама плотность непрерывна, а ее производная  $d\rho_1/da$  испытывает разрыв. Примем, что газ перед волной находится в состоянии покоя и внешние силы отсутствуют. Для замыкания системы используем равенство давления и скорости газа на контактной поверхности, образующейся после взаимодействия ударной волны с границей неоднородности. С помощью этих условий получим начальные данные задачи в точке  $a=0$ . Так:

$$\frac{dM}{dt}(0) = c_1(0) M_0^2 ((M_0^2 - 1)/2b) (\varepsilon_0 + V\bar{h}) \frac{1}{\rho_1(0)} \cdot \frac{d\rho_1}{da}(0),$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial a}(0, 0) = (\gamma + 1)(M_0^4/b(2 + (\gamma - 1)M_0^2)^2(4(\gamma - 1)^2 M_0^4 +$$

$$+ (\gamma^2 + 18\gamma - 15)M_0^2 + (3 - \gamma)(\gamma + 5) + (3(\gamma - 1)M_0^2 + \gamma + 7)\sqrt{h}) \frac{d\rho_1}{da}(0),$$

$$h = \varepsilon_0(2 + (\gamma - 1)M_0^2), \quad b = 2(2\gamma - 1)M_0^4 + (\gamma + 5)M_0^2 -$$

$$- \gamma + 1 + (3M_0^2 + 1)\sqrt{h},$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon(\gamma, M_0), \quad \varepsilon = 2\gamma M^2 - \gamma + 1, \quad M_0 = M(0).$$

Здесь  $c_1$  — скорость звука перед волной. Из этих формул, в частности, следует, что производная плотности за волной  $\partial \rho_2 / \partial x(0, 0)$  превышает по абсолютной величине производную плотности перед волной  $d\rho_1/dx(0)$  ( $x = x(a, t)$  — эйлерова координата частицы).

Заменим распределение плотности за волной линейным

$$\rho_2(a, t) = \rho_2(L) + (a - L) \frac{\partial \rho_2}{\partial a}(L), \quad (1)$$

где  $L$  — путь, который прошла ударная волна вдоль неоднородности:

$$dL/dt = M c_1. \quad (2)$$

Условия на контактной поверхности с учетом (1), а также соотношение (2) и выражение для  $dM/dt$  сводятся к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно величин  $M$ ,  $\partial \rho_2 / \partial a$ ,  $L$ .

Эта приближенная система была решена численно методом Рунге — Кутты при различных начальных числах Маха ударной волны для линейно и квадратично убывающей плотности перед волной. Отметим, что при линейном распределении плотности перед волной решение приближенной системы зависит лишь от безразмерной комбинации  $L(d\rho_1/da)/\rho_1(0)$ , а не от каждой из этих величин в отдельности.

Для проверки точности приближенной системы было проведено сравнение с расчетами работы [5]. Обнаружено, что оба решения практически совпадают. Результаты проведенных нами расчетов для линейного распределения плотности  $\rho_1$  показаны на рис. 1. Видно, что чем слабее волна, тем больше относительное изменение ее скорости. Наоборот, относительное изменение числа Маха для слабых волн меньше, чем для сильных.

Перейдем к случаю, когда ударная волна движется по смеси совершенных газов, каждый из которых характеризуется своим значением показателя адиабаты  $\gamma^{(i)}$  ( $\gamma^{(i)} = \text{const}$ ). Тогда можно ввести показатель адиабаты  $\gamma$  смеси, причем

$$\gamma = \Sigma \gamma^{(i)} m^{(i)},$$

где  $m^{(i)}$  — молярная концентрация  $i$ -того компонента.

Пусть температура  $T$  и давление  $p$  в смеси перед волной постоянны, а концентрации компонентов зависят от координаты. Мы считаем, что за время прохождения волны через неоднородность изменением концентрации вследствие диффузии можно пренебречь. Кроме того, предполагаем, что концентрации компонентов в частице газа при прохождении через волну остается постоянной. Тогда из уравнений движения и непрерывности и условий совместности на фронте волны аналогично тому, как это сделано в [8], можно получить следующее уравнение для изменения числа Маха волны:

$$\frac{dM}{dt} = \varphi_1 \frac{\partial \rho_2}{\partial a} + \varphi_2 \frac{d\rho_1}{da} + \varphi_3 \frac{d\gamma}{da}, \quad (3)$$

где

$$\varphi_i = M^2 (M^2 - 1) \varepsilon c_1 n_i / 2\omega,$$

$$n_1 = -(\gamma + 1) / \gamma \rho_2, \quad n_2 = 1 / \rho_1,$$

$$n_3 = (2(\gamma - 1)^2 M^2 - \gamma^2 + 2\gamma - 5) / \gamma (\gamma + 1) \varepsilon,$$

$$\omega = 2(2\gamma - 1) M^4 + (\gamma + 5) M^2 - \gamma + 1.$$

Мы видим, что в рассматриваемом случае изменение числа Маха волны зависит не только от распределения плотности перед волной,

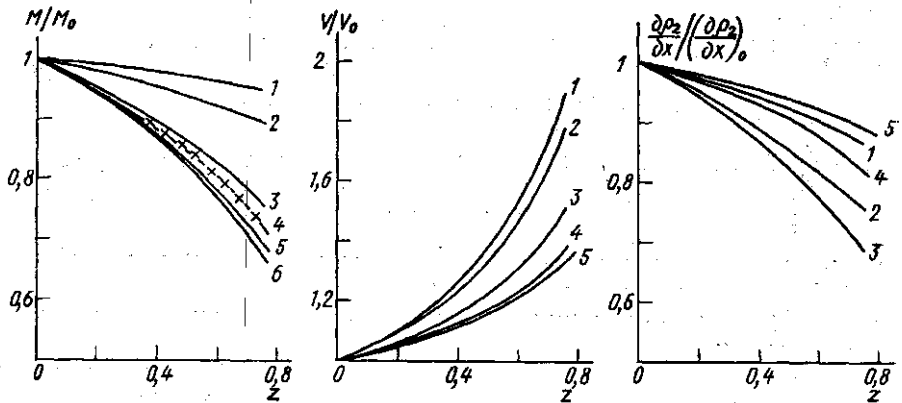


Рис. 1. Изменение числа Маха ударной волны  $M$ , ее скорости  $v$  и градиента плотности за волной  $\partial \rho_2 / \partial x$  при движении по тепловой неоднородности ( $d\rho_1/da = \text{const}$ ).  $z = L(d\rho_1/da)\rho_0$ ,  $v_0 = v(0)$  при  $M_2$ : 1—1,2; 2—1,5; 3—3; 4—4; 5—6; 6—10; X— $M_0 = 4$  (расчет работы [5])

вызванного изменением концентрации, но также и от распределения величины  $\gamma$ .

Если смесь состоит из газов с одним и тем же показателем адиабаты, но с разным молекулярным весом, то уравнение (3) совпадает с уравнением, описывающим движение ударной волны в совершенном газе с распределением температуры при постоянном давлении. Таким образом, распространение ударной волны в газе, температура которого зависит от координаты, а давление постоянно, полностью аналогично распространению ударной волны в смеси легкого и тяжелого газов ( $\gamma^{(1)} = \gamma^{(2)}$ ,  $\rho_1 = \text{const}$ ,  $T_1 = \text{const}$ ), в которой  $m^{(2)} = m^{(1)}(a)$ .

Если считать, что неоднородность имеет четкую границу, на которой разрывны производные концентрации, то производная числа Маха по времени в начальный момент после взаимодействия равна

$$\left| \frac{dM}{dt} \right| (0) = r_1 \frac{d\rho_1}{da} (0) + r_2 \frac{d\gamma}{da} (0),$$

$$r_i = M_0^2 (M_0^2 - 1) c_i(0) q_i / 2b_0, \quad q_1 = (\varepsilon^{(0)} + \sqrt{h_0}) / \rho_1(0), \quad (4)$$

$$q_2 = (2(\gamma_0 - 1)^2 M_0^2 - \gamma_0^2 + 2\gamma_0 - 5 - (3 - \gamma_0)\sqrt{h_0}) / \gamma_0(\gamma_0 + 1),$$

$$\varepsilon^{(0)} = \varepsilon(\gamma_0, M_0), \quad \gamma_0 = \gamma(0), \quad b_0 = b(\gamma_0), \quad h_0 = h(\gamma_0),$$

Интересно отметить, что коэффициент при производной  $d\rho_1/da(0)$  всегда больше нуля, а при производной  $d\gamma/da(0)$  всегда меньше нуля. Вернемся к газу постоянного состава. Рассмотрим более общий случай взаимодействия ударной волны с неоднородной областью (волной разрежения или сжатия), внутри которой газ находится в движе-

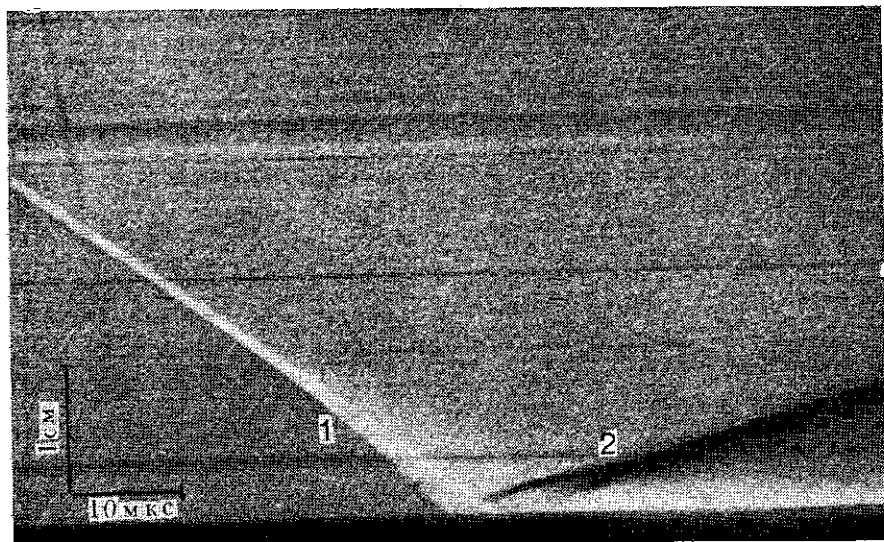


Рис. 2. Временная развертка распространения ударной волны через неоднородность ( $\rho_1=60$  мм рт. ст.,  $M_0=1,9$ )

нии. Мы считаем, что на границе неоднородности ( $a=0$ ) разрывны первые производные плотности, скорости, энтропии  $s$ . Этот случай можно реализовать, если с помощью внешнего воздействия при  $t < 0$  изменить энтропию в области  $a \geq 0$ , причем  $a=0$  есть точка встречи ударной волны и волны разрежения или сжатия. Используя условия на контактной поверхности, образующейся после взаимодействия, и выражение для  $dM/dt$  [8], мы получим, что производная числа Маха ударной волны, распространяющейся по неоднородности, в начальный момент времени равна:

$$\frac{dM}{dt}(0) = g_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial a}(0, 0) + g_2 \frac{ds_1}{da}(0) + g_3 \frac{\partial^2 x_1}{\partial a \partial t}(0, 0),$$

$$g_i = -M_0^2 (M_0^2 - 1) c_1(0) \alpha_i / 2b,$$

$$\alpha_1 = (2(\gamma - 1)\epsilon_0 + (3\gamma - 1)\sqrt{\bar{h}}) / \rho_1(0, 0),$$

$$\alpha_2 = (\gamma - 1)((2\gamma - 1)\epsilon_0 + 3\gamma\sqrt{\bar{h}}) / \gamma R,$$

$$\alpha_3 = ((3 - \gamma)\epsilon_0 - 2(\gamma - 1)\sqrt{\bar{h}}) / M_0 c_1(0),$$

где  $R$  — газовая постоянная.

Все коэффициенты  $g_i$  при всех значениях числа  $M$  и  $1,1 \leq \gamma \leq 1,67$  отрицательны.

**Эксперимент.** Прохождение ударной волны через область нагретого газа было исследовано экспериментально. В эксперименте тепловая не-

однородность при постоянном давлении создавалась с помощью нагревателя, который помещался в рабочую секцию ударной трубы квадратного сечения размером  $28,5 \times 28,5$  мм<sup>2</sup>. Нагреватель представлял собой намотанную на основу из асбоцемента нихромовую проволоку толщиной 0,3 мм. Рабочая секция располагалась между коллиматорной

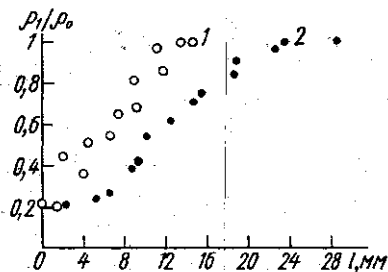


Рис. 3. Распределение плотности вдоль неоднородности ( $l$  — расстояние от нагревателя) при  $p_1$ : 1 — 60 и 2 — 220 мм рт. ст.

и наблюдательной трубами теневого прибора ИАБ-451. Регистрация процесса производилась при помощи фоторегистраторов ЖФР и СФР. Рабочим газом служил воздух, толкающим — азот. Использовались диафрагмы из лавсана толщиной 0,01 мм.

Температура нагретой проволоки измерялась с помощью пирометра. Точность измерения температуры составляла около 5%. Для создания неоднородности использовался следующий режим. Сначала проволока прогревалась в течение 3 минут при силе тока 3А, при этом температура проволоки была около 900°C. Затем в течение 15 с поддерживался ток, равный

4А. Температура проволоки в момент прихода ударной волны была равна 1100°C.

Опыты проводились при следующих начальных давлениях в трубе: 60, 120 и 220 мм рт. ст. При заданном начальном давлении разброс чисел Маха не превышал 5%. Распределение плотности вдоль неоднородности было найдено из интерферограмм. Использовался интерферометр на основе прибора ИАБ-451, принципиальная схема которого предложена в работе [9]. Источником света служил гелий-неоновый лазер ЛГ-36. Интерференционная картина фотографировалась на пленку РФ-3 фотоаппаратом «Зенит-Е» с выдержкой 1/500 с.

Типичная фоторазвертка процесса показана на рис. 2. Виден след падающей (1) и отраженной (2) ударной волны. Четко заметно возрастание скорости ударной волны вблизи нагревателя.

На рис. 3 приведено распределение плотности вдоль оси трубы при давлениях 60 и 220 мм рт. ст. в рабочей секции трубы. Здесь  $\rho_0$  — плотность газа вдали от нагревателя. Средняя относительная ошибка определения плотности по интерферограммам составила 15%. При обработке интерферограмм предполагалось, что плотность газа вдоль луча постоянна (неоднородность плоская). При этом мы делаем некоторую ошибку, так как в действительности существовало распределение температуры по сечению трубы. Расчет плотности выполнялся по формуле  $\Delta\rho = \lambda\delta/kd$ , где  $\lambda$  — длина волны источника света,  $\delta$  — смещение интерференционной полосы,  $d$  — ширина рабочей секции,  $k$  — постоянная Гладстона — Дейла.

Скорость ударной волны измерялась по фоторазвертке, при этом экспериментальные значения  $L_i = L(t_i)$  аппроксимировались параболой по методу наименьших квадратов. Распределение скорости ударной волны вдоль неоднородности в зависимости от расстояния  $l$  до нагревателя для различных давлений в рабочей секции трубы приведено на рис. 4. Видно, что с увеличением давления в камере участок ускорения волны уменьшается, а относительное изменение скорости  $\Delta v/v$  возрастает. В экспериментах скорость ударной волны при движении ее

через область нагретого газа увеличивалась примерно в 2 раза. При этом уменьшение числа Маха волны составляло около 10%.

При малых давлениях в рабочей секции трубы ( $p_1=60$  мм рт. ст.) участок ускорения ударной волны совпадает с продольным размером

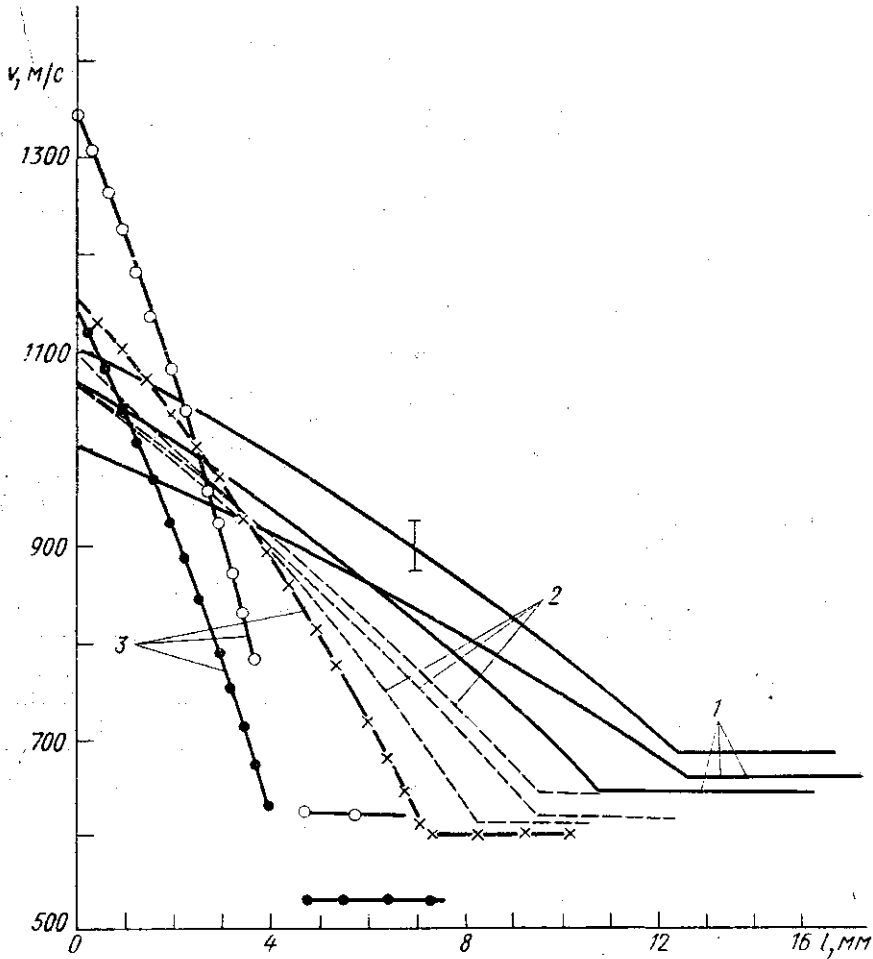


Рис. 4. Скорость ударной волны на разных расстояниях от нагревателя при  $p_1$ : 1—60, 2—120, 3—220 мм рт. ст.

неоднородности. При больших давлениях они отличаются друг от друга.

На рис. 5 показаны экспериментальные значения скорости ударной волны при прохождении ею области нагретого газа при давлении в рабочей секции ударной трубы, равном 60 мм рт. ст., и теоретические кривые, полученные с помощью численного интегрирования приближенной системы уравнений. В обоих случаях распределение плотности считалось линейным, что соответствует нашим измерениям при давлении 60 мм рт. ст. (рис. 3). В пределах ошибки эксперимента экспериментальные и расчетные данные согласуются друг с другом. На рис. 5 нанесены также результаты расчетов, соответствующих квадратичному распределению плотности внутри неоднородности. Они были выполне-

ны для того, чтобы проиллюстрировать влияние характера распределения плотности  $\rho_1(a)$  на скорость проходящей ударной волны.

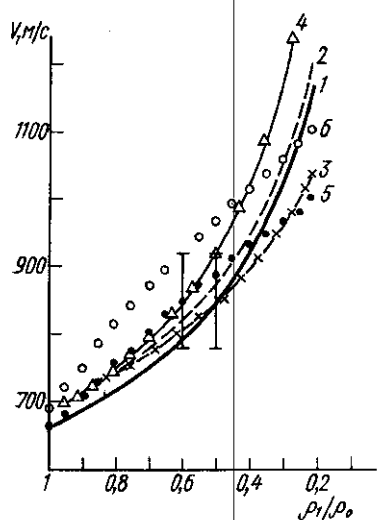


Рис. 5. Сравнение расчетных и экспериментальных значений скорости ударной волны при ее движении по тепловой неоднородности; расчет: 1 — 1,9, 2 — 2; 3 — 1,9 ( $\rho_1/\rho_0 = 1 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$ ); 4 — 1,9 ( $\rho_1/\rho_0 = 1 + \beta_3 x + \beta_4 x^2$ ,  $\beta_1 = -0,87 \text{ см}^{-1}$ ,  $\beta_2 = 0,2 \text{ см}^2$ ,  $\beta_3 = -0,4 \text{ см}^{-1}$ ,  $\beta_4 = -0,17 \text{ см}^{-2}$ ). Эксперимент: 5 — 1,9 и 6 — 2 при  $\rho_1 = 60 \text{ мм рт. ст.}$

ной волны при прохождении через область нагретого газа и одновременное уменьшение числа Маха неплохо согласуются с теоретическим расчетом.

Покадровая съемка процессов показала, что фронт ударной волны, распространяющейся вдоль неоднородности, искривлен. Это связано с тем, что температура газа вблизи стенок трубы ниже, чем в центральной части. Отрицательная кривизна волны приводит к дополнительному уменьшению ее числа Маха. Однако оценки на основе выражения для  $dM/dt$  в случае искривленной волны [8] показывают, что в наших опытах влиянием кривизны волны можно пренебречь. Так, вблизи нагревателя вклад члена, зависящего от кривизны, составляет несколько процентов от вклада члена, обусловленного градиентом температуры.

Таким образом, проанализировано движение ударной волны через неоднородность. В проведенных экспериментах удалось зарегистрировать распространение ударной волны через тепловую неоднородность, изменение ее скорости и формы, а также измерить распределение плотности внутри неоднородности, что дало возможность выполнить количественный анализ экспериментальных данных и сравнить их с расчетными данными. Наблюдаемое в опытах возрастание скорости удар-

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Chisnell R. F. «Proc. Roy. Soc.», London, 1955, A232, 350.
2. Whitham I. B. «J. Fluid Mech.», 1958, 4, 337.
3. Румянцев А. А. ЖТФ, 1972, 24, вып. 11, 2435.
4. Овсянников Л. В. «Приклад. матем. и матем. физика», 1972, № 1, 55.
5. Бёрд Г. А. В сб.: Механика. Т. 5 (75), 67, 1962.
6. Бёрд Г. А. В сб.: Механика. Т. 1 (95), 106, 1966.
7. Rupert V. C. «Phys. Fl.», 1974, 17, N 9, 1692.
8. Шугаев Ф. В. «Журн. вычислит. матем. и матем. физики», 1976, 16, 797.
9. Спорник Н. М. «Оптико-механическая промышленность», 1973, № 2, 77.

Поступила в редакцию  
25.2 1977 г.  
Кафедра  
молекулярной физики