

УДК 621.315.592

И. П. Звягин

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПРЫЖКОВОЙ ПРОВОДИМОСТИ

Временная релаксация тока и частотная зависимость прыжковой проводимости исследуются на основе перколяционных соображений с использованием гипотезы о поведении корреляционной длины вблизи порога, отвечающего образованию бесконечного кластера связей. Показано, что релаксация тока для большого интервала времен и частотная зависимость проводимости в широком интервале частот определяются универсальной функцией, представляющей собой решение трансцендентного уравнения, единственным параметром которого является критический показатель. Названная функция в ограниченном частотном интервале ведет себя подобно степенной, причем показатель степени лежит между 0,5 и 1.

Исследованию прыжковой проводимости на переменном токе посвящено большое число теоретических работ [1—12]. Особый интерес представляет объяснение экспериментально наблюдаемой степенной частотной зависимости проводимости

$$\sigma(\omega) \sim \omega^s, \quad (1)$$

где ω — частота, а показатель s обычно лежит в интервале $0,5 < s < 1$ и часто близок к 0,8 [1, 2]. Зависимость вида (1) характерна не только для прыжковой проводимости в неупорядоченных материалах, но может наблюдаться и в других системах [7].

Большая часть теоретических работ [1—6] посвящена вычислению проводимости в двухузельном (парном) приближении, когда вклад отдельных пар локальных центров впоследствии усредняется по какому-либо распределению времен перескоков. Ясно, что парное приближение становится недостаточным при понижении частоты, когда характерная длина перескока между центрами пары становится порядка или больше среднего расстояния между центрами. В этом случае электрон в среднем за полупериод поля успевает совершить несколько перескоков, перемещаясь на расстояния, превышающие расстояние между центрами. Такой режим многократных перескоков обсуждался в ряде работ [8—12], однако рассмотрение при этом существенно основывалось на тех или иных предположениях модельного характера, например относительно распределения времен перескоков.

Ниже предлагается иной подход, основанный на аналогии возникающей задачи теории протекания с теорией фазовых переходов и использующий гипотезу о поведении основных характеристик системы вблизи порога протекания, отвечающего появлению бесконечного кластера зацепляющихся связей. Физически ясно, что на частоте, отличной от нуля, оптимизация траекторий электронов происходит на расстояниях R , зависящих от частоты; зависит от частоты и характерное значение темпа перескоков для электронов, дающих основной вклад в про-

водимость. Мы увидим, что эта зависимость является определяющей как для частотной зависимости проводимости, так и для граничной частоты, определяющей переход от режима многократных перескоков к парным.

Временная зависимость темпа многократных перескоков. Темп перескоков с участием фононов между состояниями m и n , локализованными на расстоянии R_{mn} друг от друга, можно записать в виде

$$\Gamma_{mn} = \Gamma_{mn}^{(0)} \exp(-\eta_{mn}). \quad (2)$$

Здесь показатель η_{mn} линейно зависит от случайно меняющихся расстояний между центрами и их энергий, а $\Gamma_{mn}^{(0)}$ — предэкспоненциальный множитель, зависящий от R_{mn} и от разностей энергий не сильнее, чем по степенному закону. Выражение (2) для темпов переходов применимо, когда характерные разности энергий велики по сравнению с kT , т. е. когда характерные значения показателя η_{mn} велики. Именно в таких условиях имеет место экспоненциально большой разброс величин темпов переходов и применимы представления теории протекания, на которых основывается как обычная теория статической прыжковой проводимости, так и излагаемая ниже теория.

Будем, по определению, считать два узла m и n связанными, если темп переходов между ними превосходит некоторое значение Γ ; с логарифмической точностью это условие можно заменить условием на показатели η_{mn} , рассматривая неравенство $\eta_{mn} < \eta$ как условие существования связи. Число связей в системе возрастает при увеличении η , причем при $\eta < \eta_c$ группы зацепляющихся связей (кластеры) изолированы друг от друга. При некотором значении $\eta = \eta_c$ в системе появляется бесконечный кластер и возникает протекание по связям. Характерное значение темпа переходов в пороговой точке $\Gamma_0 = \bar{\Gamma}^{(0)} \exp(-\eta_c)$ и определяет статическую прыжковую проводимость.

При рассмотрении нестационарных процессов следует несколько видоизменить изложенные выше стандартные перколяционные соображения. Для этого мы сначала обсудим вопрос о временной релаксации тока при наложении на образец постоянного электрического поля напряженности E_0 , включаемого в момент времени $t=0$.

Для того чтобы установить, каков именно темп переходов для электронов, которые дают основной вклад в ток в момент времени t , рассмотрим сетку связей при разных η . При $\eta < \eta_c$ сетка состоит из отдельных изолированных кластеров, средний размер которых характеризуется корреляционной длиной L_c . Пусть \bar{t} — время, за которое электрон успевает пересечь кластер («время прохождения кластера»). Тогда при $t > \bar{t}$ кластер с заданным η «запирается», а при $t < \bar{t}$ вклад таких кластеров в ток мал по сравнению со вкладом кластеров меньших размеров с большими Γ .

Таким образом, в момент t основной вклад в ток определяется переходами внутри тех кластеров, для которых \bar{t} порядка t . Время прохождения \bar{t} , вообще говоря, зависит от длины оптимальной траектории внутри кластера \mathcal{L}_c и от распределения темпов перескоков вдоль траектории. Если принять (подобно [13]), что время прохождения всего кластера определяется одной лишь связью с наименьшим Γ , так что $\bar{t} \sim \Gamma^{-1}$, то имеем $\Gamma \sim t^{-1}$. Плотность тока в этом случае дается выражением

$$j_r(t) \sim \frac{eE_0 L_c}{kT} \Gamma, \quad (3a)$$

поскольку практически все напряжение на концах кластера eE_0L_c оказывается приложенным к связи, лимитирующей процесс. С другой стороны, в области низких частот представляется разумным предположение о том, что число связей с темпами переходов одного порядка растет с ростом \mathcal{L}_c , так что

$$\bar{t} \sim \frac{\mathcal{L}_c}{r_h \Gamma}, \quad (4)$$

где r_h — характерная длина перескока. В этом случае

$$j_r(t) \sim \frac{eE_0 r_h}{kT} \left(\frac{L_c}{\mathcal{L}_c} \right) \Gamma, \quad (3б)$$

поскольку на одну связь в среднем приходится напряжение $eE_0 r_h (L_c/\mathcal{L}_c)$.

Для отыскания явной зависимости от времени в (3а) или (3б) заметим, что, как и в теории фазовых переходов, естественно предположить, что длины L_c и \mathcal{L}_c расходятся по степенному закону при приближении η к порогу протекания:

$$L_c = r_h \left(\frac{\eta_c - \eta}{\eta_c} \right)^{-\nu}, \quad \mathcal{L}_c = r_h \left(\frac{\eta_c - \eta}{\eta_c} \right)^{-\nu'}. \quad (5)$$

Согласно численным расчетам [13—15], критический показатель ν близок к единице; можно ожидать, что различие между показателями ν и ν' , характеризующее извилистость траектории внутри кластера, невелико, т. е. что значение ν' также близко к единице.

Поскольку $\Gamma = \Gamma^{(0)} \exp(-\eta)$, для случая (3а) с учетом (5) получаем

$$j_r \sim eE_0 r_h \frac{\Gamma}{\ln^\nu \frac{\Gamma}{\Gamma_0}} \sim \frac{1}{t \ln^\nu \frac{B}{\Gamma_0 t}}, \quad (6а)$$

где B — некоторая постоянная, а Γ_0 , как и раньше, есть статический темп переходов.

В условиях, когда время прохождения \bar{t} определяется соотношением (4), для характерного значения темпа переходов получается уравнение:

$$\Gamma = \Gamma_0 \exp \{ A \eta_c (\Gamma t)^{-1/\nu'} \}, \quad (7)$$

где A — некоторая неизвестная постоянная, точное знание которой для дальнейшего не существенно. Используя (5), мы приходим в случае (3б) к следующему выражению для плотности тока $j_r(t)$:

$$j_r(t) \sim eE_0 r_h \frac{\Gamma}{\ln^{\nu-\nu'} \frac{\Gamma}{\Gamma_0}}. \quad (6б)$$

Заметим, что выражение (6а) не дает правильного предельного значения при $t \rightarrow \infty$, поскольку предположение о ключевой роли одной связи в кластере становится несправедливым для больших кластеров, когда разность $\eta_c - \eta$ меньше единицы и различие между Γ и Γ_0 неэкспоненциально. Выражение (7) приводит к правильному предельному значению при $t \rightarrow \infty$, когда $\Gamma \rightarrow \Gamma_0$. Однако поскольку само построение связей проводится с логарифмической точностью, а в области $A \eta_c (\Gamma t)^{-1/\nu'} < 1$ различие между Γ и Γ_0 становится неэкспоненциальным, уравнение (7), вообще говоря, несправедливо в этой области. По этой причине ниже мы ограничимся рассмотрением времен $t < A^{\nu'} \eta_c^{\nu'} \Gamma^{-1}$.

С другой стороны, выражения (5) справедливы, лишь если величина η не сильно отличается от порогового значения η_c , т. е. если $A(\Gamma)^{-1/\nu'} < 1$. Вместе с тем величина $A\eta_c(\Gamma)^{-1/\nu'}$ может намного превосходить единицу, поскольку $\eta_c \gg 1$, так что различие между Γ и Γ_0 может быть экспоненциально велико.

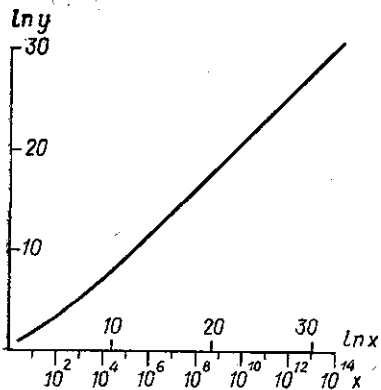


Рис. 1

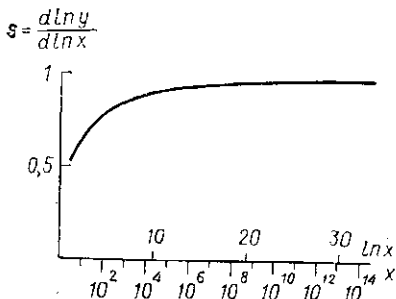


Рис. 2

Обсуждение характера временной релаксации тока. Переходя в уравнении (7) к безразмерным переменным

$$y = \frac{\Gamma}{\Gamma_0}, \quad x = \frac{(A\eta_c)^{\nu'}}{\Gamma_0 t}, \tag{8}$$

можно переписать его в виде

$$y \ln^{\nu'} y = x. \tag{9}$$

При ступенчатом включении поля временная релаксация тока описывается соотношением

$$j_r(t) = j_0 f(t) \theta(t), \tag{10}$$

где j_0 — плотность стационарного тока при $t \rightarrow \infty$, а функция $f(t)$ определяется непосредственным сравнением выражения (10) с (6а), (6б). В случае (6б) имеем

$$f(t) = \frac{y[x(t)]}{\ln^{\nu-\nu'} y[x(t)]} \cong \frac{x(t)}{\ln^{\nu} x(t)}. \tag{11}$$

Здесь мы приближенно записали решение уравнения (9) в виде $y \cong x \ln^{-\nu'} x$, что оправдано при $x > e$. Такое же выражение для функции $f(t)$ получается и из (6а). Это дает основания считать, что те или иные конкретные предположения о характере распределения темпов переходов вдоль оптимальной траектории в кластере существенно не сказываются на временной зависимости плотности тока.

Зависимость $y(x)$, найденная из уравнения (9), представлена на рис. 1 для случая $\nu = \nu' = 1$, когда $f(t) = y[x(t)]$. Из рисунка и из уравнения (9) видно, что при больших значениях x возрастание y происходит по закону, близкому к линейному. На рис. 2 представлена зависимость величины $s = \frac{d \ln y}{d \ln x}$ от обратного безразмерного времени x . Видно, что в ограниченных интервалах времени зависимость $\ln y$

от $\ln x$ хорошо аппроксимируется прямыми линиями, отвечающими степенному закону $y \sim x^s$, причем показатель s возрастает от значения $s=0,5$ при $x=e$ до единицы (асимптотически при больших x).

Как уже отмечалось, рассматриваемый временной интервал ограничен неравенствами $1 \ll A\eta_c (\Gamma t)^{-1/\nu'} \ll \eta_c$, или в безразмерных переменных $1 \ll (x/y)^{1/\nu'} \ll \eta_c$. С помощью уравнения (9) эти соотношения можно записать в виде явных неравенств, ограничивающих интервал безразмерных времен:

$$e \ll x \ll \eta_c^{\nu'} e^{\eta_c}. \quad (12)$$

Величина $\eta_c^{\nu'} e^{\eta_c}$ велика — например, полагая для оценки $\eta_c=30$, получаем $\eta_c^{\nu'} e^{\eta_c} \cong 10^{14}$. Таким образом, рассматриваемый интервал времен весьма широк и может охватывать много порядков. Абсолютные же значения времени, попадающие в интервал (12), определяются темпом переходов Γ_0 , характеризующим статическую проводимость. Заметим, что время, определяемое правым неравенством в (12) и отвечающее переходу к парному приближению, оказывается существенно меньшим характерного времени перескока в статическом случае из-за временной зависимости Γ .

Частотная зависимость проводимости. В общем случае немарковского процесса связь между плотностью тока $j(t)$ и напряженностью поля $E(t)$ дается нелокальным по времени соотношением

$$j(t) = \int_{-\infty}^t dt' \sigma(t-t') E(t'), \quad (13)$$

где $\sigma(t)$ — ядро, определяющее память в системе. Полагая зависимость поля и тока гармонической ($j(t) = j(\omega) e^{-i\omega t}$, $E(t) = E(\omega) e^{-i\omega t}$), мы получаем

$$j(\omega) = \sigma(\omega) E(\omega), \quad (14)$$

где проводимость $\sigma(\omega)$, зависящая от частоты, дается интегралом

$$\sigma(\omega) = \int_0^{\infty} dt \sigma(t) e^{i\omega t}. \quad (15)$$

Функция $\sigma(t)$ связана с плотностью тока $j_r(t)$, протекающего при ступенчатом включении поля, $E(t) = E_0 \theta(t)$, соотношением

$$E_0 \sigma(t) = \frac{dj_r(t)}{dt}. \quad (16)$$

Отсюда с учетом (11) получаем

$$\sigma(t) = j_0 f(0) \delta(t) + j_0 \frac{df(t)}{dt} \theta(t). \quad (17)$$

Подставим найденное выражение для $\sigma(t)$ в (15) и проинтегрируем по частям, в результате получаем

$$\sigma(\omega) = -i\omega \sigma_0 \int_0^{\infty} dt f(t) e^{-i\omega t}, \quad (18)$$

где $\sigma_0 = j_0/E_0$ — статическая проводимость.

Значения t , дающие основной вклад в интеграл (18), попадают в интервал (12), когда частоты ограничены неравенствами

$$\frac{e\Gamma_0}{A^{v'}\eta_c^{v'}} \ll \omega \ll \frac{\Gamma_0 e^{\eta_c}}{A^{v'}}. \quad (19)$$

Именно эту область частот мы и рассматриваем, при этом можно воспользоваться выражением для $f(t)$, полученным в предыдущем разделе. В рассматриваемой области не слишком малых частот интеграл (18) можно вычислить методом перевала. В условиях (19), когда $\ln \frac{\Gamma}{\Gamma_0} \gg 1$, для проводимости $\sigma(\omega)$ мы находим

$$\sigma(\omega) \sim \frac{\omega}{\ln^v(i\omega/\Gamma_0)}. \quad (20)$$

Отсюда следует, что

$$\operatorname{Re} \sigma(\omega) \sim \frac{A^{v'}\omega\eta_c^{v'}}{\ln^v \frac{A^{v'}\omega\eta_c^{v'}}{\Gamma_0}}, \quad (21)$$

а

$$\varphi = \frac{\operatorname{Im} \sigma(\omega)}{\operatorname{Re} \sigma(\omega)} \cong \frac{\pi v}{2 \ln \frac{A^{v'}\omega\eta_c^{v'}}{\Gamma_0}}. \quad (22)$$

Таким образом, в широкой области частот, определяемой неравенствами (19), частотная зависимость проводимости дается функцией, графически представленной на рис. 1, где под x следует понимать безразмерную частоту $A^{v'}\omega\eta_c^{v'}/\Gamma_0$. В ограниченных интервалах частот эта функция хорошо аппроксимируется степенным законом (1) с показателем степени, меняющимся от 0,5 до единицы (рис. 2).

Из полученных соотношений следует, что показатель степени s должен несколько изменяться с температурой. Действительно, при понижении температуры статическая проводимость, а с ней и темп переходов Γ_0 , падает; при этом возрастает значение безразмерной частоты $A^{v'}\omega\eta_c^{v'}/\Gamma_0$ при неизменной частоте ω . Как видно из рис. 2, смещение вправо по оси x приводит к возрастанию показателя s . Именно такого рода поведение наблюдалось в случае проводимости по примесной зоне [2], а также в некоторых халькогенидных и оксидных стеклах [16—19], где показатель s возрастал при понижении температуры, оставаясь меньшим единицы.

В заключение выражаю благодарность В. Л. Бонч-Бруевичу за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мотт Н., Дэвис Э. Электронные процессы в некристаллических веществах. М., 1974.
2. Pollak M., Geballe T. H. «Phys. Rev.», 1961, 122, 1742.
3. Pollak M. «Phys. Rev.», 1964, 133 A, 564.
4. Austin I. G., Mott N. F. «Adv. Phys.», 1969, 18, 41.
5. Butcher P. N. «J. Phys.», 1972, C5, 1817.
6. Беттгер Х., Брыксин В. В. «Физика твердого тела», 1976, 18, 88; 18, 1888.
7. Jonscher A. K. «J. Non-Cryst. Sol.», 1972, 8—10, 293.
8. Scher H., Lax M. «Phys. Rev.», 1973, B 7, 4491; B 7, 4502.

9. Pollak M. «Phys. Rev.», 1975, 138, 1822.
10. Halpern V. «Physica», 1975, 79 В, 323; 79 В, 336.
11. Hill R. M. «Phys. stat. sol. (b)», 1977, 39, 615.
12. Butcher P. N., Hayden K. J. Proc. Int. Conf. on Am. and Liquid Semicond., Edinburgh, 1977.
13. Скал А. С., Шкловский Б. И. «Физика и техника полупроводников», 1974, 8, 1586.
14. Левинштейн М. Е., Шкловский Б. И., Шур М. С., Эфрос А. Л. ЖЭТФ, 1975, 69, 386.
15. Шейнман А. В. «Физика и техника полупроводников», 1975, 9, 2146.
16. Поллак М. См.: Тр. 6 Международной конференции по аморфным и жидким полупроводникам, Л., 1976, с. 79.
17. Lakatos L. I., Abkowitz M. «Phys. Rev.», 1971, 3, 1731.
18. Pike G. E. «Phys. Rev.», 1972, В 6, 1572.
19. Sayer M., Mansingh A. «Phys. Rev.», 1972, В 6, 4629.

Поступила в редакцию
16.10 1977 г.
Кафедра
физики полупроводников