УДК 537.86:530.145:621.379.8

А. В. Гапонов
М. И. Рабинович
М. Ф. Шапиро

ВОЗМОЖНЫЙ МЕХАНИЗМ СТОХАСТИЗАЦИИ ПУЛЬСАЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ ОКГ

Введение. Возникновение стохастических колебаний в автогенераторах, и в частности ОКГ, до недавнего времени связывалось исключительно с влиянием флуктуаций и различного рода дрейфом параметров системы. Действительно, колебания, например длины резонатора, интенсивности накачки и т. д., могут привести к тому, что в многомодовом генераторе, работающем в одномодовом режиме при стабильности всех параметров, условия возбуждения и конкуренции различных мод будут непрерывно меняться. В результате одни моды будут «вспыхивать», другие подавляться, и ввиду случайности начальных фаз вспыхивающих мод модуляция излучения ОКГ будет случайной. Именно таким образом объясняются многие эксперименты, в которых наблюдаются хаотические пички [1—3]. Этот безусловно распространенный механизм стохастизации излучения, однако, не является единственным.

В самые последние годы в физике, биологии и других прикладных областях появились автоколебательные системы, демонстрирующие стохастическое поведение в силу очень сложной собственной динамики, а не благодаря действию случайных возмущений. Установившемуся (при $t \to \infty$) движению таких динамических систем в их фазовом пространстве соответствует очень сложно устроенное притягивающее множество — аттрактор, который в отличие от простых и привычных аттракторов (состояний равновесия и предельных циклов) Рюэль и Такенс [4] назвали странным. Все или почти все траектории, принадлежащие странному аттрактору, неустойчивы и ведут себя очень запутанно; ввиду неустойчивости траекторий изображающая точка на аттракторе движется непредсказуемо. Поведение динамической системы на странном аттракторе случайно и для его описания естественно использовать статистические методы [5]. Таким образом, подобно тому, как предельный цикл есть математический образ периодических автоколебаний, странный аттрактор — образ стохастических автоколебаний. Сейчас странные аттракторы обнаружены во многих системах, описывающих взаимодействие волн в неравновесных средах [6, 7], пульсации скорости, температуры и т. д. в гидродинамических течениях [8], а также в различных радиотехнических [9], химических и экологических системах [10, 11].

Замечательно, что уже в простейшей одномодовой модели ОКГ также может существовать странный аттрактор [12, 13] и в принципе описываемые им стохастические пульсации излучения могут наблюдаться в эксперименте. Как мы увидим, условия, при которых странный аттрактор существует в классической одномодовой модели, малореальны, однако удается построить другие довольно простые и естест-

венные модели лазера, в которых странный аттрактор существует при тех параметрах, которые часто используются в экспериментах.

Стохастические пульсации в одномодовой модели. Как известно [14], взаимодействие бегущей волны с инверсно заселенной двухуровневой средой, когда частота волны совпадает с частотой перехода, описывается уравнениями:

$$\dot{E} = \frac{1}{T_c}(P - E),$$
$$\dot{P} = \frac{1}{T_2}(En - P), \qquad (1)$$
$$\dot{n} = \frac{1}{T_1}\left[\alpha - n - \frac{\alpha - 1}{2}(EP^* + P^*E)\right],$$

где E и P — безразмерные комплексные амплитуды поля и поляризации среды, n — безразмерная разность населенностей, α — превышение над порогом (отношение разности населенностей, поддерживаемой накачкой в отсутствие поля, к пороговой), T_1 и T_2 — времена релаксации разности населенностей и поляризации, а T_c — время затухания поля. Благодаря точному резонансу разность фаз между поляризацией и полем при $t \to \infty$ будет постоянной и ее можно считать равной нулю (см., например, [14]). Тогда заменой [12, 13]

$$n \to \alpha - z, \quad E \to \left(\frac{T_1}{T_2(\alpha - 1)}\right)^{-1/2} x, \quad P \to \left(\frac{T_1}{T_2(\alpha - 1)}\right)^{-1/2} y, \quad t_{\text{стар}} \to T_2 t_{\text{нов}} \qquad (2)$$

система (1) сводится к очень популярной и подробно исследованной сейчас системе Лоренца

$$\dot{x} = -\sigma(x - y),$$
$$\dot{y} = -y + rx - xz, \qquad (3)$$
$$\dot{z} = -bz + xy,$$

где $\sigma = T_2/T_c$, $b = T_2/T_1$, а $r = \alpha$.

Впервые эта система была получена Э. Лоренцом в 1963 г. в связи с исследованием одномодовой роликовой конвекции в подогреваемом снизу горизонтальном слое жидкости [15]. Физический смысл переменных и параметров в этой гидродинамической задаче, также описываемой (3), таков: $\sigma = \frac{\nu}{\varkappa}$ — число Прандтля, характеризующее отношение времен релаксации поля температуры и поля скорости, $r = \frac{\mathrm{Ra}}{\mathrm{Ra}_{\mathrm{I}}}$ — нормированное на критическое число Рэлея (значение Ra_{I} соответствует возникновению конвективной неустойчивости), $b = \frac{4}{1 + a^2}$, где a — характерный масштаб моды, которая раньше других теряет устойчивость), x — интенсивность конвективного движения, y — разность температур между восходящим и нисходящим потоками, а z — отличие вертикального профиля температуры от равновесного линейного.

На рис. 1 приведено разбиение плоскости параметров σ и r при $b = 1$ на области существования и устойчивости различных режимов в системе, описываемой (3). Границы областей существования периодических (предельный цикл) и стохастических (странный аттрактор) пульсаций построены с помощью численного эксперимента [16]. Пояс-

ним особенности перехода системы при увеличении надкритичности от простейшего режима стационарной генерации к режиму пульсаций. Предварительно отметим особенность уравнений (1): в двух предельных случаях — $T_c \ll T_1$, T_2 (типичном для молекулярных генераторов) и $T_2 \ll T_1$, T_c (типичном для твердотельных ОКГ) — система (1) сводится к двумерной, причем ее фазовый портрет по существу не зависит от того, какой из этих предельных случаев рассматривается — приближе-

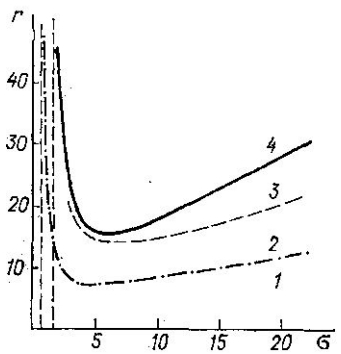

Рис. 1. Плоскость параметров r и σ-системы (3) при $b=1$; область *1* соответствует рис. 3, *а*, *2* — рис. 3, *в*, *3* — рис. 3, *г* (жесткая стохастичность), *4* — рис. 3, *д* (стохастические пульсации устанавливаются при произвольных начальных условиях)

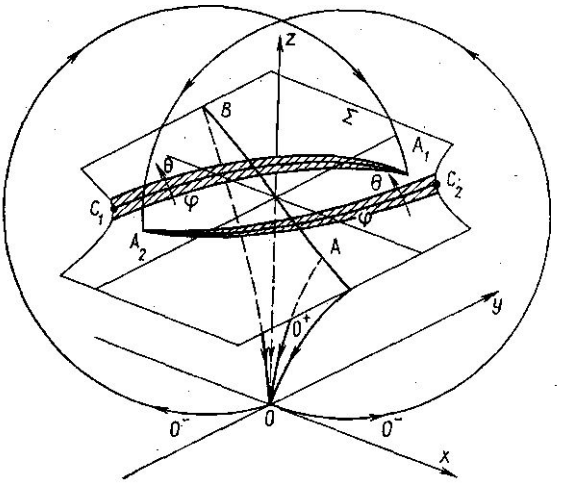

Рис. 2. Фазовое пространство системы (3)

ние баланса или обратное. Сказанное относится и к уравнениям одномодовой конвекции — при малых и больших числах Прандтля характер движения оказывается аналогичным.

При превышении порога генерации — ($r>1$) в фазовом пространстве (3) имеются три состояния равновесия: седло-узел в начале координат и два симметрично расположенных устойчивых фокуса

$C_1(\sqrt{b(r-1)}, \sqrt{b(r-1)}, r-1)$ и $C_2(-\sqrt{b(r-1)}, -\sqrt{b(r-1)}, r-1)$,

которые при $r>r^*=\sigma\,\dfrac{\sigma+b+3}{\sigma-b-1}$ превращаются в седло-фокусы (их одномерные сепаратрисы устойчивы, а двумерные — раскручивающиеся спирали). В области параметров *1* (см. рис. 1) никаких других аттракторов в фазовом пространстве (3), кроме C_1 и C_2, не существует. Это означает, что почти при всех начальных условиях в системе возникают медленно затухающие пульсации и при $t\to\infty$ установится режим стационарной генерации (состояния C_1 и C_2 отличаются лишь фазой поля). Такие пульсации детально исследовались в первых работах по динамике ОКГ [17]. Они, в частности, хорошо описываются уравнениями баланса [14] — фазовая плоскость получающейся в этом случае двумерной системы приведена на рис. 3, *а* [17].

Незатухающие пульсации в приближении баланса, как нетрудно убедиться [17], не получаются. В общем случае (σ не мало и не велико) фазовое пространство (3) трехмерно (рис. 2) и анализ динамики системы удобно провести с помощью исследования отображения Пуанкаре точек секущей плоскости Σ (проходящей трансверсально к оси z

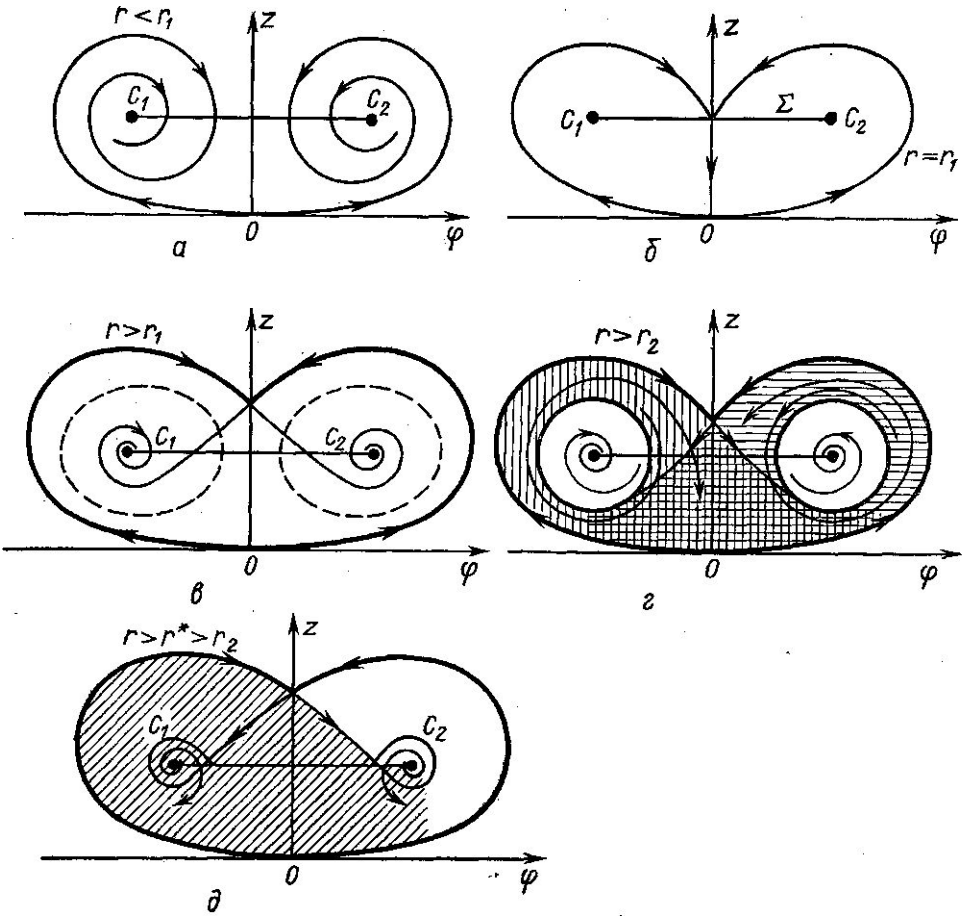

Рис. 3. Поведение неустойчивых сепаратрис нулевого состояния равновесия при различных надкритичностях: имеются три аттрактора — C_1, C_2 и странный аттрактор, ограниченный сепаратрисами и неустойчивыми циклами (*г*), вся область, ограниченная сепаратрисами, принадлежит странному аттрактору (*д*)

через C_1 и C_2) в себя. Для системы (3) это двумерное отображение плоскости обладает одной особенностью — оно оказывается очень близким к одномерному. Это связано с тем, что в одном из направлений (θ на Σ, см. рис. 2) отображение является сильно сжимающим — при многократном применении отображения все точки Σ попадают в малую окрестность линий C_1A_1 и C_2A_2 (см. рис. 2), поэтому можно ограничиться анализом одномерного отображения этих линий в себя и друг в друга [6]. На рис. 3 показано поведение неустойчивых сепаратрис нулевого состояния равновесия, определяющих свойства такого отображения и, следовательно, динамику системы при разных значениях надкритичности [18].

При $r<r_1$ сепаратриса описывает затухающие пички с сохранением начальной фазы поля, при $r=r_1$ неустойчивые сепаратрисы касаются устойчивой двумерной сепаратрисы АВ (см. также рис. 2) и при $r>r_1$ уже переходят от «своего» устойчивого фокуса к «чужому». Одновременно из петель сепаратрис рождаются два симметрично расположенных предельных цикла, которые, однако, неустойчивы. При $r>r_2$ сепаратрисы стремятся уже к этим вновь родившимся циклам, а не к состояниям равновесия C_1 и C_2, которые по-прежнему остаются устойчивыми, — это момент рождения еще одного (помимо $C_{1,2}$) аттрактора — странного. Ограниченный неустойчивыми сепаратрисами и неустойчивыми циклами странный аттрактор устроен очень сложно: внутри него, в частности, содержится счетное множество неустойчивых циклов, устойчивые же циклы отсутствуют [18, 19]. Траектории в этой области фазового пространства ведут себя нерегулярно — совершают какое-то число оборотов вблизи одного неустойчивого цикла, затем переходят к другому и т. д. Поскольку помимо странного аттрактора в этой области параметров есть еще два простых, установится ли в системе режим стационарной генерации или режим стохастических пульсаций, зависит, очевидно, от начальных условий.

С ростом $r>r_2$ радиус неустойчивых циклов уменьшается и при $r=r^*$ они влипают в состояния равновесия C_1 и C_2, передав им свою неустойчивость. В этой области надкритичностей в системе может быть уже только один установившийся режим — стохастических пульсаций. Осциллограмма колебаний амплитуды поля в этом случае имеет вид, приведенный на рис. 4.

Таким образом, уже в рамках одномодовой модели ОКГ можно описать стохастические пульсации интенсивности излучения. Например, для газового ОКГ ($b\sim 1$) минимальное превышение над порогом, при котором возникает стохастичность, должно быть ~ 20 (см. рис. 1). Однако при такой надкритичности в многомодовой системе уже невозможно существование одномодового режима. В то же время для мазеров [14], где ширина линии активного вещества может быть существенно у́же линии резонатора, по-видимому, может быть реализован и одномодовый стохастический режим.

Резонансная связь мод — многомодовые модели. Прежде чем рассматривать неодномодовые модели ОКГ, вернемся к аналогии с конвекцией и обсудим имеющийся надежный эксперимент [8] по возникновению стохастических пульсаций скорости и температуры в подогреваемом снизу жидком резонаторе. Этот резонатор представляет собой плоскую щель, один из горизонтальных размеров которой (d) много меньше другого (L). Конвекцию можно описывать конечномерной системой дифференциальных уравнений, если функцию тока и температуру представить в виде сумм

$$\psi(x, y, z, t) = \sum_{n,m} \psi_{n,m}(t) \sin\frac{n\pi}{L}x \sin\frac{m\pi}{H}y \cos\frac{\pi z}{2d},$$

$$T(x, y, z, t) = \sum_{n,m} T_{n,m}(t) \cos\frac{n\pi}{L}x \sin\frac{m\pi}{H}y \cos\frac{\pi z}{2d}.$$

При числах Рэлея, лежащих в интервале $Ra_T>Ra_2>Ra>Ra_1$, в таком резонаторе устанавливается режим одновихревой конвекции (рис. 5, *а*) и движения, в том числе и нестационарные, описываются системой (3) ($X\sim\psi_{11}$, $Y\sim T_{11}$, $Z\sim T_{02}$). Дальнейшее увеличение Ra приводит к тому, что прежде чем возникает одномодовый стохастиче-

ский режим, при $Ra_т > Ra_3 > Ra > Ra_2$ резко изменяется картина течения и в резонаторе возникает четырехвихревой режим — устанавливается мода ψ_{22}, T_{22}, T_{02} (рис. 5, *б*). При $Ra > Ra_3$ этот режим сменяется колебательным периодическим, в котором принимают участие уже

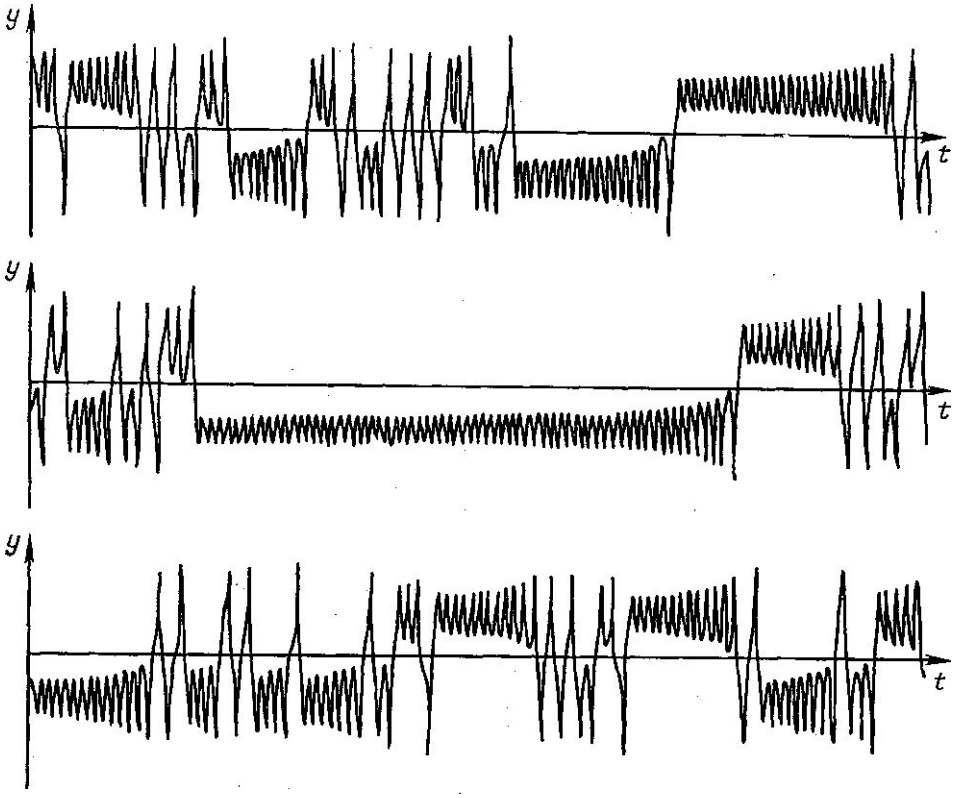

Рис. 4. Осциллограммы колебаний системы (3), находящейся на странном аттракторе (рис. 3, *г*)

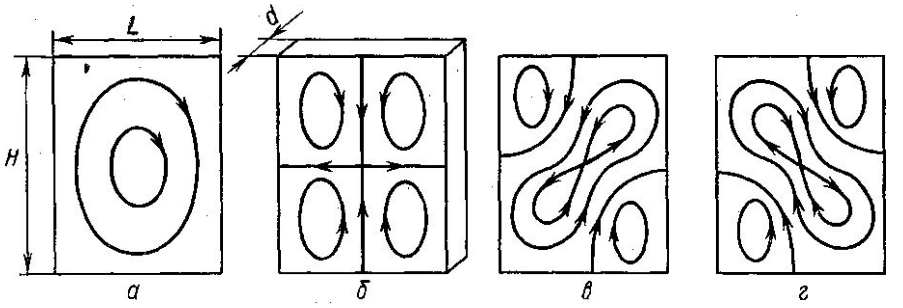

Рис. 5. Структура поля скорости в ячейке Хеле-Шоу: *а* — одновихревая конвекция, *б* — четырехвихревая, *в* и *г* — мгновенные снимки поля скорости в режиме пульсаций

три резонансно связанные пространственные моды — ψ_{11}, T_{11}; ψ_{22}, T_{22} и ψ_{13}, T_{13}, взаимодействующие как резонансным, так и квазилинейным образом через T_{02}. Течение при этом непрерывно перестраивается. При

$Ra > Ra_1$ взаимодействие этих мод приводит к стохастичности: через определенные промежутки времени состояния, изображенные на рис. 5, *б*, *в*, *г*, чередуются уже в случайной последовательности, например:

.... ггггбгвгбгбввбгбгвб ... .

В общем случае для описания этого процесса требуется как минимум система семи уравнений [8], однако в приближении $\sigma \to \infty$ функция тока следит за температурой (аналог для ОКГ — для каждой моды амплитуда поляризации следит за амплитудой поля), полученную в [8] систему можно значительно упростить и привести к наглядному виду

$$\begin{aligned}
\dot{T}_{11} &= a_1 T_{22} T_{31} + 2b_1 T_{11} T_{02} + \gamma_1 \frac{R - R_{11}}{R} T_{11}, \\
\dot{T}_{31} &= a_2 T_{11} T_{22} + 2b_2 T_{31} T_{02} + \gamma_2 \frac{R - R_{31}}{R} T_{31}, \\
\dot{T}_{22} &= -a_3 T_{11} T_{31} + \gamma_3 \frac{R - R_{22}}{R} T_{22}, \\
T_{02} &= -b_1 T_{11}^2 - b_2 T_{31}^2 - \gamma_4 T_{02},
\end{aligned} \tag{4}$$

где a_i, b_i, $\gamma_i > 0$. Такая модель справедлива, в частности, для описания исследовавшейся в [8] конвекции в трансформаторном масле, для которого $\sigma > 200$.

Стохастическое поведение динамической системы, связанное с попеременным преобладанием одной или нескольких из резонансно-взаимодействующих мод, является весьма общим и, по-видимому, возможно и в ОКГ. Правда, для ОКГ конкретный тип взаимодействия мод должен быть несколько иным. Дело в том, что для взаимодействия типа (4) необходимо выполнение условий резонанса $\omega_i + \omega_j = \omega_n$, что в ОКГ не реализуется — разнесенные по частоте более чем на ширину линии вещества моды не взаимодействуют. Реализация, однако, самой идеи подобного взаимодействия для ОКГ затруднений не вызывает. Достаточно рассмотреть, например, линейное по полю взаимодействие мод близких частот.

Двухмодовые модели, описывающие связь мод с близкими частотами (например мод, отличающихся только поперечной структурой), были довольно популярны примерно десятилетие назад [20, 21]. Однако, поскольку четкие представления о возможности стохастического поведения динамических автоколебательных систем тогда отсутствовали, анализ этих моделей на предмет существования неупорядоченных движений не проводился. Среди двухмодовых моделей, «подозрительных» на стохастичность, упомянем, к примеру, такую [22]:

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= G_1 [e_1 (n - 1) + e_2 n \cos \psi], \\
\dot{e}_2 &= G_2 [e_2 (\rho n - 1) + e_1 \rho n \cos \psi], \\
\dot{n} &= a_1 - n (1 + e_1^2 + e_2^2 + 2 e_1 e_2 \cos \psi], \\
\dot{\psi} &= G_1 \left[2\delta - n \left(\frac{e_2}{e_1} + \rho \frac{G_1}{G_2} \frac{e_1}{e_2} \right) \sin \psi \right], \quad \psi = \varphi_1 - \varphi_2.
\end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $e_{1,2}$ и $\varphi_{1,2}$ — амплитуды и фазы мод с близкими частотами ω_1 и ω_2, $G_{1,2} = T_1/Tc_{1,2}$, $\alpha_{1,2} = \omega_{12}T_2N_0\gamma_{1,2}Tc_{1,2}/2\hbar$, где $\gamma_{1,2}$ зависят от пространственной конфигурации мод, $\rho = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$, $\delta = 2Tc_1(\omega_1 - \omega_2)$.

Полагая $Tc_{1,2} = Tc$, $\alpha_{1,2} = \alpha$, нетрудно показать [22], что в области параметров $\delta^2 > \sqrt{5} - 2$, $\alpha(\delta^4 + 4\delta^2 - 1) > \delta^2(1 - \delta^2)$ все состояния равновесия системы (5) неустойчивы. Поскольку «в большом» система устойчива, то в этой области параметров должны устанавливаться незатухающие пульсации. Вообще говоря, они могут быть и периодические и стохастические. Исследование системы (5) в этом направлении представляет очевидный интерес, однако она довольно сложна.

Рассмотрим подробно более простую модель, интересную и с практической точки зрения, которая описывает синхронизацию одномодового ОКГ внешним полем. К аналогичной модели сводится и система (5) в приближении $Tc_1 = Tc_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$, когда амплитуды мод выравниваются.

Стохастические пульсации одномодового ОКГ в неавтономном режиме. Исходные уравнения запишем в виде

$$\dot{E} + \left[\frac{1}{2Tc} + i(\omega_{21} - \omega)\right]E = \frac{1}{2}i\omega P + i\left(\frac{2P_{\text{вх}}\omega}{Q_c}\right)^{1/2},$$

$$\dot{P} + \left[\frac{1}{T_2} + i\left(\omega_{21} - \omega - \frac{1}{2\omega T_2^2}\right)\right]P = -i\frac{\omega_{21}d^2}{\omega\hbar}NE, \tag{6}$$

$$\dot{N} + \frac{N - N_0}{T_1} = -\frac{1}{2\hbar\omega_{21}}\left[\left(\frac{1}{T_2} - i\omega\right)EP^*\left(\frac{1}{T_2} + i\omega\right)E^*P\right],$$

где Q_c и $P_{\text{вх}}$ — добротность связи резонатора с внешним полем и мощность поля. Полагая расстройку частоты поля от частоты перехода малой — $|\omega_{21} - \omega| \ll \frac{1}{T_2}$, воспользуемся приближением баланса. В безразмерных переменных

$$e\exp(i\varphi) = \frac{d\sqrt{T_1T_2}}{\hbar}E, \quad z = \frac{\omega T_eT_2d^2}{\hbar}N, \quad t_{\text{нов}} = \frac{t_{\text{стар}}}{T_1},$$

$$a = \frac{T_1}{2T_e}, \quad b = (\omega_{21} - \omega)T_1, \quad H = \frac{T_1d\sqrt{T_1T_2}}{\hbar}\left(\frac{2P_{\text{вх}}\omega}{Q_e}\right) \tag{7}$$

для поля разности фаз с полем накачки и разности населенностей будем иметь

$$\dot{e} = a(z - 1)e + H\sin\varphi,$$

$$\dot{\varphi} = -b + \frac{H\cos\varphi}{e}, \tag{8}$$

$$\dot{z} = z_0 - z(1 + e^2).$$

Рассмотрим наиболее интересную ситуацию $H \sim a(z-1)e$. Состояния равновесия (8) z_*, e_*, φ_* определяются из системы

$$a^2z^3 - a^2(2 + z_0)z_*^2 + (a^2 + b^2 + H^2 + 2a^2z_0)z_* - (a^2 + b^2)z_0 = 0,$$

$$e_*\exp(i\varphi_*) = \frac{H}{a^2(z_x - 1)^2 + b^2}(b + ia(1 - z_*)). \tag{9}$$

Чтобы определить характер этих состояний, необходимо найти корни характеристического уравнения

$$\lambda^3 + \left[\frac{z_0}{z_*} - 2a(z_* - 1)\right]\lambda^2 + \left[a^2(z_* - 1)^2 + b^2 + \right.$$
$$\left. + 2a\left(\frac{z_0}{z_*} - z_*\right)\right]\lambda + z_*(2z_* - z_0 - 2) + \frac{z_0}{z_*}(a^2 + b^2) = 0. \qquad (10)$$

Совместное решение (9), (10) показывает, что при достаточно малых расстройках

$$|b| < \frac{H}{\sqrt{z_0 - 1}} \qquad (11)$$

устанавливается режим синхронизации одномодового ОКГ внешним полем — система (8) имеет единственное, устойчивое «в большом» состояние равновесия (фокус, или при $b>0$ — узел). В этой области параметров могут существовать еще два состояния равновесия, но они всегда неустойчивы. В области больших расстроек

$$|b| > \frac{H}{\sqrt{z_0 - 1}} \qquad (12)$$

существует лишь одно неустойчивое состояние равновесия типа седлофокус с одномерной устойчивой сепаратрисой и двумерной, заполненной довольно быстро раскручивающимися спиралями — $Re\,\lambda_{2,3} > |\lambda_1|$. При этих значениях параметров система (8) описывает незатухающие пульсации. Характер этих пульсаций в зависимости от соотношения между амплитудой внешнего поля и расстройкой может быть совершенно различным.

На рис. 6 приведено разбиение плоскости параметров H, b на области существования различных режимов, построенное с помощью численного эксперимента и моделирования системы (8) на аналоговой вычислительной машине АВК-2.

Помимо режима синхронизации наблюдались еще три качественно различных режима пульсаций: 1) режим биений, переходящий при уменьшении амплитуды внешнего поля в пичковый режим (близкий к режиму свободной генерации); 2) сложный периодический режим — в фазовом пространстве (8) многопетлевые циклы и 3) стохастический режим — в фазовом пространстве странный аттрактор.

Существование в данной системе странного аттрактора связано, по-видимому, с появлением в ее фазовом пространстве гетероклинического контура — замкнутого контура, состоящего из сепаратрис, идущих от одного седлового цикла к другому. Типичные фазовые портреты, построенные при моделировании на АВК странных аттракторов, приведены на рис. 7. Добавим, что при переходе из области *2* пространства параметров в область *3* на предельных циклах наблюдалось возникновение петель, затем их период удваивался, после чего появлялись многооборотные циклы. Фазовый портрет одного из таких циклов приведен на рис. 8. Исследование математической структуры обнаруженного здесь странного аттрактора представляет несомненный интерес, однако выходит за рамки данной работы.

Обсуждение результатов. Приведем прежде всего оценки, демонстрирующие возможность экспериментального наблюдения найденных в данной работе стохастических пульсаций в неавтономном ОКГ. В качестве синхронизуемого одномодового лазера может быть использован,

например, работающий в непрерывном режиме твердотельный лазер на гранате, его типичные характеристики — $T_1=2\cdot10^{-4}$ с, $T_2=10^{-12}$ с, $T_c=10^{-7}$, $d=10^{-20}$, $\omega_{21}=10^{15}$ Гц. Воспользовавшись (7), (12), нетрудно

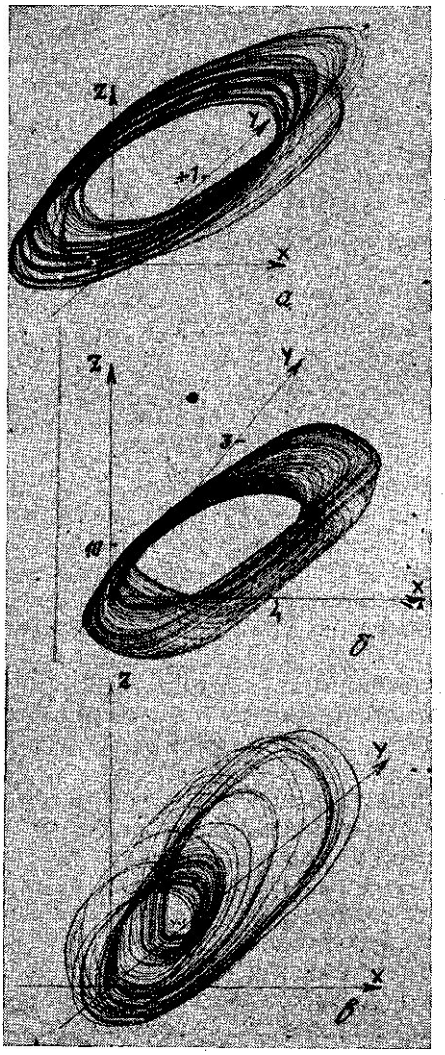

Рис. 7. Фазовые портреты типичных странных аттракторов системы (8) (здесь $x=e\sin\varphi$, $y=e\cos\varphi$): *а* — $a=100$, $b=14$, $h=29$, $z_0=2$; *б* — $a=1000$, $b=40$, $h=25$, $z_0=2$; *в* — $a=100$, $b=22$, $h=24$, $z_0=4$

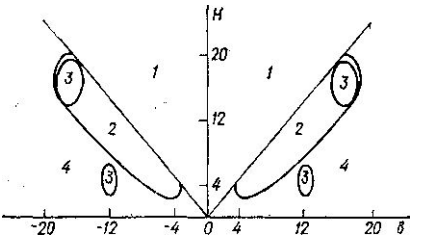

Рис. 6. Разбиение плоскости параметров H, b системы (8): *1* — область синхронизации, *2* — область сложных периодических пульсаций, *3* — область стохастических пульсаций, *4* — область биений

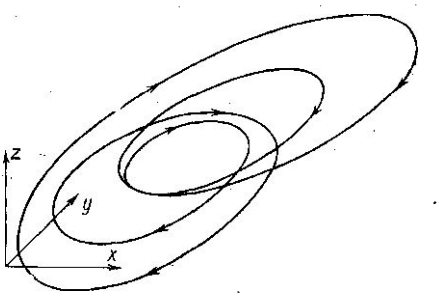

Рис. 8. Фазовый портрет многооборотного цикла: $a=100$, $b=20$, $h=30{,}3$ и $z_0=4$

найти, что при длине резонатора ~1 м относительная стабильность частоты внешнего ОКГ должна быть 10^{-10}, а мощность до 500 мВт, превышение накачки над порогом генерации в синхронизуемом ОКГ должно быть менее 2.

Таким образом, мы убедились, что при реальных значениях параметров излучение ОКГ, в резонаторе которого присутствуют поля двух близких частот (собственное и внешнее), может оказаться стохастически промодулированным. Эта стохастичность не связана с присутствием флуктуаций или действием каких-либо внешних причин и определяется исключительно собственной очень сложной динамикой системы. Действующий в рассмотренной ситуации физический механизм является достаточно общим и, по-видимому, реализуется и в других моделях ОКГ, в частности, многомодовых.

Действительно, нетрудно заметить (см. (8) и рис. 6), что стохастический режим возможен лишь при таких параметрах системы, когда характерные времена изменения амплитуды и разности фаз оказываются одного порядка и, кроме того, порядка времени релаксации разности населенности[1]. Если разность населенности не успевает реагировать на изменение амплитуды (большое внешнее поле), то устанавливается режим синхронизации, если не успевает «замечать» изменений разности фаз (большие расстройки) — режим биений. Для возникновения стохастичности необходим своеобразный «резонанс» между изменением амплитуды, разности фаз и изменением разности населенности. Такой резонанс в подходящей ситуации может возникнуть и благодаря межмодовым биениям двух мод и заведомо в более сложной ситуации, когда резонансно связаны не две, а несколько мод, подобно тому, как это происходит в конвекции. Для ОКГ такая резонансная связь трех или четырех мод с близкими частотами возможна, например, за счет кубичной нелинейности — резонанс типа $\omega_1+\omega_2=\omega_3+\omega_4$ или в вырожденном случае $(\omega_1=\omega_2)$ — $2\omega_1=\omega_3+\omega_4$. Появление новых временных масштабов в изменении комплексной амплитуды поля может быть также связано с введением нелинейного поглотителя, неоднородностью накачки и т. д.

Заметим, что направленно поставленные физические эксперименты, подтверждающие существование «аттракторной» стохастичности в ОКГ, пока еще отсутствуют. Однако имеются не объясненные до конца эксперименты, в частности, с неавтономным ОКГ [24] и ОКГ, работающим в двухмодовом режиме [25], которые могут претендовать на такую стохастичность. Вообще сейчас естественно вернуться к обсуждению подобных экспериментов с точки зрения новых представлений о стохастичности динамических автоколебательных систем.

Авторы признательны А. С. Пиковскому и Я. И. Ханину за плодотворные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Винокуров Г. Н., Галактионов Н. М., Егоров В. Ф., Мак А. А., Седов Б. М., Ханин Я. И. ЖЭТФ, 1971, 60, 489.
2. Кирсанов Б. П., Леонтович А. М., Мошаровский А. М. «Квантовая электроника», 1974, 1, 2211.
3. Дементьев В. А., Зубарев Т. Н., Ораевский А. Н. Сб.: «Лазеры и их использование в физических исследованиях». М., 1977.
4. Ruelle D., Takkens F. «Comm. Math. Phys.», 1971, 20, 167.
5. Синай Я. Г. Статистическое описание динамических систем. Лекции на 4-й Горьковской школе по нелинейным волнам. Горький, 1977.
6. Пиковский А. С., Рабинович М. И., Трахтенгерц В. Ю. ЖЭТФ, 1978, 74, 1336.
7. Рабинович М. И. «Успехи физических наук», 1978, 125, 123.

[1] Подобная ситуация имеет место и при синхронизации лампового генератора с инерционной нелинейностью [23].

8. Любимов Д. В., Путин Г. Ф., Чернатынский В. И. ДАН СССР, 1977, 235, 534.
9. Пиковский А. С., Рабинович М. И. ДАН СССР, 1978, 237, вып. 3.
10. Rossler O. E. «Bull. of Math. Biol.», 1977, 39, 275.
11. May R. M. «Nature» (London), 1975, 256, 165.
12. Haken H. «Phys Lett.», 1975, 53A, 77.
13. Graham R. «Phys. Lett.», 1976, 58A, 440.
14. Ханин Я. И. Квантовая радиофизика, т. 2. М., 1976.
15. Lorenz E. «J. Atmos. Sci.», 1963, 20, 130.
16. Robbins K. A. «Math. Proc. Camb. Phil. Soc.», 1977, 82, 309.
17. Беспалов В. И., Гапонов А. В. «Изв. вузов. Радиофизика», 1965, 8, 70.
18. Lecture Notes in Mathematics, N 615 (Turbulence Seminar), Springer — Verlag, 1977.
19. Афраймович В. С., Быков В. В., Шильников Л. П. ДАН СССР, 1977, 233.
20. Fleck J. A., Kidder R. E. «J. Appl. Phys.», 1964, 35, 2825.
21. Басов Н. Г., Морозов В. Н., Ораевский А. Н. ЖЭТФ, 1965, 49, 895.
22. Островский Л. А. ЖЭТФ, 1965, 49, 1536.
23. Капцов Л. А. «Радиотехника и электроника», 1975, 20, 2496.
24. Мак А. А., Устюгов В. И., Фромзель В. А. «Оптика и спектроскопия», 1973, 35, 911.
25. Мак А. А., Седов Б. М. ЖТФ, 1968, 38, 2119.

Радиотехнический институт
Горький