УДК 537.228:548:537

В. А. Дианова Е. Р. Мустель В. Н. Парыгин

## ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ СВЕТА ВБЛИЗИ ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ КРИСТАЛЛА

Проведено теоретическое и экспериментальное изучение модуляции света на основе электрооптического эффекта в кристаллах типа КДР при распространении света вблизи оптической оси.

Приложение электрического поля к электрооптическому кристаллу приводит к преобразованию оптической индикатрисы кристалла. Это преобразование выражается в изменении величины коэффициентов преломления и в повороте кристаллографических осей [1]. Последний эффект является несущественным при распространении света под большим углом к оптической оси кристалла или строго вдоль оптической оси. Именно эти два предельных случая обычно используются в электрооптических модуляторах света [2]. Определенный интерес представляет также рассмотрение вопроса об электрооптическом эффекте для светового луча, распространяющегося под небольшим углом к оптической оси. При этом, во-первых, выясняются особенности модуляции расходящегося светового пучка, распространяющегося вдоль оптической оси кристалла, а во-вторых, может быть подробно проанализирована работа предложенного в [3] модулятора света, основанного на повороте кристаллографических осей.

На основании результатов работ [4, 5] для заданного направления распространения света в электрооптической среде, к которой приложено управляющее электрическое поле, могут быть получены следующие выражения для показателей преломления двух ортогонально поляризованных волн:

$$\frac{1}{(n_{1,2}')^2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n_1^2} + R_1 + \frac{1}{n_2^2} + R_2 \pm \sqrt{\left( \frac{1}{n_1^2} + R_1 - \frac{1}{n_2^2} - R_2 \right)^2 + 4R_3^2} \right], \quad (1)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления для данного направления распространения света при отсутствии управляющего поля, а величины  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  рассчитываются следующим образом:

$$R_{1} = \sum_{i,j,k=1}^{3} r_{ijk} \alpha_{i} \alpha_{j} E_{k}, R_{2} = \sum_{i,j,k=1}^{3} r_{ijk} \beta_{i} \beta_{j} E_{k},$$

$$R_{3} = \sum_{i,j,k=1}^{3} r_{ijk} \alpha_{i} \beta_{j} E_{k},$$
(2)

здесь  $r_{ijk}$  — электрооптические коэффициенты среды;  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  — проекции двух ортогональных векторов поляризации света на кристаллографические оси среды при отсутствии управляющего поля,  $E_k$  — проекции управляющего поля на те же оси.

С помощью этих же величин R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> и R<sub>3</sub> можно рассчитать и угол поворота у векторов поляризации при наличии электрического поля

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2R_3}{\frac{1}{n_1^2} + R_1 - \frac{1}{n_2^2} - R_2}.$$
 (3)

При распространении света под большим углом к оптической оси естественное двулучепреломление кристалла  $\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}$  много больше наведенного. В этом случае угол у мал и равен

$$\gamma \simeq \frac{R_3}{\frac{1}{n_1'^2} - \frac{1}{n_2'^2}},$$
(4)

а выражения для показателей преломления при наличии управляющего поля упрощаются и принимают вид

$$\frac{1}{n_1'^2} = \frac{1}{n_1^2} + R_1, \quad \frac{1}{n_2'^2} = \frac{1}{n_2} + R_2. \tag{5}$$



Рис. 1. Эллипсонд показателей преломления: ОХ, ОУ, ОZ кристаллографические оси; ОХ<sub>1</sub> и ОУ<sub>1</sub> — главные оси эллипса, образованного сечением эллипсоида плоскостью, ортогональной п При распространении света по малым углом к оптической оси наведенное двулучепреломление может быть порядка естественного, угол ү при этом не мал и показатели преломления должны определяться по общим формулам (1).

Выписанные выше соотношения справедливы для любой среды, обладающей линейным электрооптическим эффектом. Рассмотрим далее их применение на примере кристалла KDP, к которому приложено электрическое поле, направленное вдоль его оптической оси OZ. Направление распространения света в кристалле зададим двумя углами  $\theta$  и  $\varphi$ , где  $\theta$  — угол между волновой нормалью **n** и осью OZ,  $\varphi$  угол, о разованный проекцией вектора **n** на плоскость ХҮ с осью ОХ кристалла (рис. 1).

Если в качестве первого вектора поляризации выбрать вектор, соответствующий необыкновенной волне, а в качестве второго — обыкновенной, то получим следующие выражения для проекций векторов поляризации:

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{1}{n_0^2} + \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_0^2}\right) \sin^2\theta, \quad \frac{1}{n_2^2} = \frac{1}{n_0^2},$$

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. ФИЗИКА, АСТРОНОМИЯ, Т. 19, № 4—1978

 $\alpha_1 = \cos \varphi \cos \theta, \ \alpha_2 = \sin \varphi \cos \theta, \ \beta_1 = -\sin \varphi, \ \beta_2 = \cos \varphi.$ 

Будем в дальнейшем считать угол  $\theta$  малым, так что sin  $\theta \simeq \theta$ , cos  $\theta \simeq 1$ . В соответствии с соотношениями (2) величины  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  в этом случае равны

$$R_{1} = r_{63}E\sin 2\varphi,$$

$$R_{2} = -r_{63}E\sin 2\varphi,$$

$$R_{3} = r_{63}E\cos 2\varphi,$$
(6)

где  $r_{63} = r_{123}$  — электрооптический коэффициент кристалла *KDP*, соответствующий электрическому полю, направленному вдоль оси *OZ*. Подставляя (6) в (1) и (3), находим поворот собственных осей среды и новые значения показателей преломления:

$$tg 2\gamma = \frac{2r_{e3}E\cos 2\varphi^{\dagger}}{\left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_0^2}\right)\theta^2 + 2r_{e3}E\sin 2\varphi},$$
(7)  

$$\frac{1}{(n_{1,2}')^2} = \frac{1}{n_0^2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_0^2}\right)^2\theta^4 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_0^2}\right)^2\theta^4 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_0^2}\right)\theta^2 r_{e3}E\sin 2\varphi + r_{e3}^2E^2}.$$
(8)

Таким образом, изменение показателя преломления равно

$$\Delta n' = n_0^3 \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{n_0^3}\right)^2 + 2 \frac{\Delta n r_{83} E}{n_0^3} \sin 2\varphi + r_{63}^2 E^2}, \qquad (9)$$

где  $\Delta n \simeq (n_e - n_0) \theta^2$ .

Изменяя напряженность электрического поля E, можно осуществлять модуляцию света как за счет изменения  $\Delta n'$ , так и изменения  $\gamma$ .

Если электрооптический кристалл помещен между двумя поляроидами, то отношение интенсивности света I на выходе системы к интенсивности  $I_0$ , падающей на кристалл, определяется соотношением [3]:

$$I/I_{0} = \cos^{2}(\Psi_{1} - \Psi_{2}) - \sin 2(\Psi_{1} - \gamma) \sin 2(\Psi_{2} - \gamma) \sin^{2} \frac{\Gamma_{-} + \Gamma_{-}}{2}, \quad (10)$$

где  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — углы между осями поляроидов и одной из собственных осей кристалла  $OX_1(OY_1)$ ;  $\Gamma_{\sim}$  — фазовая задержка, обусловленная действием электрического поля,  $\Gamma_{=}$  — постоянная фазовая задержка, связанная с естественным двулучепреломлением. Для кристалла длиной l

$$\Gamma_{-}=\frac{2\pi l}{\lambda}\left(n_{1}-n_{2}\right)\simeq\frac{2\pi}{\lambda}l\left(n_{0}-n_{e}\right)\theta^{2}.$$

Из соотношений (7) и (9) следует, что при значениях

$$\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{4} \ (k=0,\pm 1\ldots)$$

173

имеет место модуляция только за счет деформации осей эллипса ( $\gamma = 0$ ). В этом случае интенсивность света на частоте модуляции  $\Omega$  определяется соотношением

$$I^{\Omega}/I_0|_{\gamma=0} = J_1(\Gamma_0) \sin \Gamma_{--} \sin 2\Psi_1 \sin 2\Psi_2,$$

где

$$\Gamma_0 = \frac{2\pi 1}{\lambda} n_0^3 r_{63} E.$$

При  $\Gamma_{=} = \frac{\pi}{4}$ ,  $\Psi_{2} = (2k + 1) \frac{\pi}{4}$  интенсивность максимальна и равна:

$$I^{\Omega}/I_{0}|_{\gamma=0} = J_{1}(\Gamma_{0}).$$
<sup>(11)</sup>

Это значение совпадает с  $I^{\Omega}/I_0$  при распространении света строго вдоль оптической оси ( $\theta = 0$ ) [2].

При  $\varphi = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$ в соответствии с (7) поворот собственных осей максимален. При этом под действием модулирующего поля изменяется и  $\Delta n'$ :

$$\Delta n' = \Delta n \sqrt{1 + (n_0^3 r_{63} E/\Delta n)^2}.$$

При выполнении условия  $r_{63} n_0^3 E \ll \Delta n$  (малое модулирующее поле) изменение интенсивности будет происходить в основном за счет поворота собственных осей. В этом случае, как показано в [3], спектральный состав света зависит от взаимного расположения поляроидов. При выполнении условий  $\Psi_1 + \Psi_2 = (2k+1) \frac{\pi}{4}$  и  $\Gamma_= = \pi$  интенсивность  $l^2/l_0$  равна:

$$I^{\Omega}/I_{0} = \frac{2\sqrt{1+A_{0}^{2}}-1}{A_{0}\sqrt{1+A_{0}^{2}}+1},$$
(12)

где

$$A_0 = \frac{n_0^3 r_{63} E}{\Delta n}.$$

Из соотношений (11) и (12) следует, что максимальные значения интенсивностей  $I^{\Omega}/I_0$  в обоих случаях совпадают. Однако для достижения максимума в случае модуляции за счет поворота собственных осей необходимо напряжение в 2,4 раза больше.

Таким образом, модулятор света, основанный на повороте собственных осей, менее эффективен, чем модулятор, работающий на основе изменения  $\Delta n'$ .

При всех направлениях светового потока, отличных от  $\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{4}$ и  $\varphi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$ , всегда имеет место изменение как  $\Delta n'$ , так и  $\gamma$ . Поэтому представляет интерес рассмотрение поведения  $I^{\Omega}$  в зависимости от углов  $\varphi$  и  $\theta$ .

Пусть поляризатор параллелен оси ОХ, а  $\Psi_2 - \Psi_1 = \frac{\pi}{2}$ . Такая ориентация поляризаторов обычно используется при создании модуляторов света на кристаллах КДР на основе продольного электрооптического эффекта при распространении света вдоль оптической оси.

174

Для выбранной ориентации поляризаторов выражение (10) для интенсивности света на основной частоте при условии  $n_0^3 r_{63} E \ll \Delta n$  принимает вид

$$I^{\Omega}/I_{0} \simeq \Gamma_{0} \sin 2\varphi \left(\frac{\sin \Gamma_{-}}{2} \sin^{2} 2\varphi + \cos^{2} 2\varphi - \frac{1 - \cos \Gamma_{-}}{\Gamma_{-}}\right).$$
(13)

На рис. 2 изображено семейство кривых  $\frac{I^{Q}}{I_{0}} \cdot \frac{1}{\Gamma_{0}}$  в функции  $\varphi$ . Параметром семейства является величина  $\Gamma_{=}(\theta)$ . Как видно из ри-



Рис. 2. Зависимость интенсивности  $I^{\Omega}/I_0$  на частоте модуляции от угла  $\varphi$ сунка, до  $\Gamma_{=}=0,62 \pi$  зависимость представляет одногорбую кривую. Наибольшая интенсивность  $\frac{I^{\Omega}}{I_0} \cdot \frac{1}{\Gamma_0}$  достигается при  $\Gamma_{=}\pi/2$  и  $\varphi_{=}\pi/4$ . При  $\Gamma_{=}>0,62 \pi$  кривые становятся двугорбыми, при этом значения максимумов для каждого  $\Gamma_{=}$  постепенно уменьшаются и при  $\Gamma_{=}=2\pi/I^{\Omega}/I_0=0$ . Часть кривых расположена в отрицательной полуплоскости. Это означает, что изменение интенсивности  $I^{\Omega}$  происходит в противофазе с модулирующим напряжением.

Если рабочая точка устанавливается за счет естественной анизотропии, то, как видно из рис. 2, для каждого  $\Gamma_{-}$  необходимо выбрать определенное  $\varphi$ , при котором  $I^Q/L_0$  имеет максимальное значение.

На рис. З приведены линии равных значений  $\frac{I^{\Omega}}{I_0} \cdot \frac{1}{\Gamma_0}$  в координатах  $\theta$ ,  $\phi$ , полученные из соотношения (13). Ход кривых свидетель-

ствует о медленном изменении интенсивности при отклонении от точки  $\Gamma = \pi/2$ ;  $\varphi = \pi/4$ . Как видно из кривых, при удалении от  $\varphi = \pi/4$  на  $\pm 30\%$  (при  $\theta = \text{const}$ ) интенсивность уменьшается не более чем в 1,5 раза. Если в качестве регистрирующей системы используется фотоэлектронный умножитель, шумы которого обусловлены постоянной состав-

ронный умпожителы, шумы которого соусловлены погределяет составляет интенсивности света  $I_{\pm}$ , то величина  $I^{\Omega}/I_{\pm}$  определяет отношение ие сигнал/шум. Поэтому представляет интерес не только отношение  $I^{\Omega}/I_{0}$ , но и величина  $I^{\Omega}/I_{\pm}$ . При заданной величине модулирующего сигнала  $\Gamma_{0}$  = const одному и тому же значению  $I^{\Omega}/I_{0}$  соответствуют раз-

личные значения  $I^{o}/l_{=}$ . Так, при  $\Gamma_{0}=0.5$  для точки 1 отношение *I*<sup>Ω</sup>/I<sub>=</sub>=0,97, для точки 2 *I*<sup>Ω</sup>/*I*<sub>=</sub>=0,82, для точки 3 *I*<sup>Ω</sup>/*I*<sub>=</sub>=0,19 (см. рис. 3).

Таким образом, для целей модуляции на частоте Ω предпочтительна точка 1, для которой отношение сигнал/шум наибольшее. По срав-



Рис. 3. Линии равных значений  $I^{\Omega}/I_0 \cdot 1/\Gamma_0 = M$  в координатах  $\phi$  н  $\theta$ : a - $\begin{array}{c} M = 0,35; \quad \delta - M = 0,15; \quad a - M = 0; \quad z - \\ M = -0,10; \quad \partial - M = -0,35 \end{array}$ 

нению с оптимальной точкой  $(\Gamma_{-}=0,5\pi,\phi=-/4)$ -ел.ч.та переменного компонента в точке 1 в 1,5 раза меньше, однако отношение сигнал/шум в этом случае возрастает в 2 раза.

Проведено экспериментальное изучение электрооптического эффекта в кристалле КДР при распространении света под небольшим углом к оптической оси. Измерения проведены на длине волны света 0,63 мкм и частоте модуляции 2 кГц. Экспериментально осуществлена модуляция света за поворота собственных счет осей ( $\phi = 0, \Psi_1 + \Psi_2 = \pi/4$ ). Для достижения одного и того же значения І 1/10 (в области линейной зависимости) в этом случае требуется напряжение в 1,45 раза больше по сравнению с модулятором на основе

изменения только Δп'. Это находится в соответствии с проведенными теоретическими расчетами. Было подтверждено в согласни с выводами работы [3], что при выполнении условия  $\Psi_1 + \Psi_2 = (2\kappa + 1)\pi/4$  интенсивность основного компонента остается постоянной независимо от направления поляризации падающего света.

При повороте одного из поляроидов на угол 45° [3] наблюдался переход от модуляции на основной частоте к модуляции на удвоенной частоте. Это является несомненным достоинством такого модулятора. Изучался более общий случай распространения света под произвольными углами  $\varphi$  и  $\theta$ , когда модуляция обусловлена как изменением  $\Delta n$ . так и поворотом собственных осей.

Проведенные измерения подтвердили, что при модуляции света, распространяющегося вблизи оптической оси кристалла, необходимо учитывать не только изменение показателя преломления, но и поворот собственных осей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Mason W. P. «Bell Syst. Techn. J.», 1950, 29, 161. 2. Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Методы модуляции и сканирования света. M., 1970.

3. Парыгин В. Н. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ., астрон.», 1973, 14, № 6, 727.

4. Парыгин В. Н. Докт. дис. МГЎ, 1974. 5. Парыгин В. Н., Чирков Л. Е. «Оптика и спектроскопия», 1975, 38, № 2, 322.

МГУ. Кафедра физики колебаний