

УДК 537.861.86:621.378.8

Ю. Е. Дьяков  
С. Ю. НикитинНЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ  
ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ВОЛН

Предложен метод исследования параметрического взаимодействия немонахроматических световых волн в случае, когда одна из волн имеет спектр существенно более узкий, чем две другие волны. Для попутного взаимодействия исследовано влияние немонахроматичности на эффективность и пространственный период преобразования. Определена область применимости развитого приближенного подхода.

В настоящей работе исследован трехволновой ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_n$ ) параметрический процесс в случае, когда одна из взаимодействующих волн имеет частотный спектр, значительно более узкий, чем две остальные волны. Такое различие может быть обусловлено различием групповых скоростей волн. Рассматриваемая ситуация особенно характерна для встречного параметрического взаимодействия [1, 2], но может реализоваться и при попутном взаимодействии.

В принятой здесь теоретической модели волна с относительно узким спектром вообще считается монохроматической. В этом приближении получено решение нелинейной задачи. Обсуждается влияние немонахроматичности на эффекты насыщения.

**Попутное параметрическое взаимодействие при немонахроматической накачке.** В отсутствие волновой расстройки система уравнений и граничных условий, описывающая попутное параметрическое взаимодействие немонахроматических волн, имеет вид:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_n} \right) \frac{\partial A_1}{\partial \theta} = \sigma_1 A_n A_2 \quad A_1(z=0, \theta) = A_{10}(\theta), \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \left( \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_n} \right) \frac{\partial A_2}{\partial \theta} = \sigma_2 A_n A_1 \quad A_2(z=0, \theta) = A_{20}(\theta), \quad (2)$$

$$\frac{\partial A_n}{\partial z} = -\sigma_n A_1 A_2 \quad A_n(z=0, \theta) = A_{n0}(\theta). \quad (3)$$

Здесь  $u_{1,2,n}$  — групповые скорости волн,  $\sigma_{1,2,n}$  — коэффициенты связи, пропорциональные частотам,  $\theta = t - z/u_n$ . Амплитуды всех волн считаются для простоты действительными.

В работе [1] показано, что существуют «дисперсионные» полосы частот  $\delta\omega_1 = \kappa/(u_1^{-1} - u_n^{-1})$ ,  $\delta\omega_2 = \kappa/(u_2^{-1} - u_n^{-1})$  ( $\kappa = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \bar{I}_{n0}}$  — инкремент усиления,  $\bar{I}_{n0}$  — средняя входная интенсивность накачки), определяющие ширину центральной части спектра соответствующей волны, для которой дисперсия незначительна, а усиление максимально. Допустим, что имеет место соотношение

$$\Delta\omega_1 \ll \delta\omega_1, \quad (4)$$

где  $\Delta\omega_1$  — ширина спектра волны на частоте  $\omega_1$ . Тогда для этой волны дисперсия не существенна и можно пренебречь членом с временной производной в уравнении (1). Предположим далее, что некогерентная накачка является многомодовой<sup>1</sup>:  $A_{H0}(\theta) = \sum_{n=-N}^N a_n e^{in\Omega\theta}$ . Тогда, как показано в [1], при условии

$$\delta\omega_2 \ll \Omega \quad (5)$$

$(A_2 - \bar{A}_2)/\bar{A}_2 \simeq \delta\omega_2/\Omega \ll 1$  (черта сверху означает усреднение по времени) и волну на частоте  $\omega_2$  можно приближенно считать монохроматической<sup>2</sup> с амплитудой  $A_2 = \bar{A}_2$ , удовлетворяющей усредненному по времени уравнению (2).

Таким образом, при условиях (4), (5) вместо (1) — (3) имеем приближенную задачу:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} &= \sigma_1 A_H \bar{A}_2, & A_1(z=0, \theta) &= A_{10}(\theta), \\ \frac{\partial \bar{A}_2}{\partial z} &= \sigma_2 \bar{A}_H A_1, & \bar{A}_2(z=0) &= \bar{A}_{20}, \\ \frac{\partial \bar{A}_H}{\partial z} &= -\sigma_H A_1 \bar{A}_2, & \bar{A}_H(z=0, \theta) &= A_{H0}(\theta). \end{aligned} \quad (6)$$

В приближении заданного поля накачки известно точное решение задачи (1), (2) [5]. Можно показать, что при условиях (4), (5) оно переходит в решение линейной задачи (6). Следовательно, в этих условиях взаимодействие волн действительно описывается системой вида (6).

Общее решение задачи (6) имеет вид

$$\begin{aligned} A_1(z, \theta) &= A_{10}(\theta) \cos(\delta - \gamma) + A_{H0}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_H}} \sin(\delta - \gamma), \\ A_H(z, \theta) &= -A_{10}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_H}{\omega_1}} \sin(\delta - \gamma) + A_{H0}(\theta) \cos(\delta - \gamma), \\ \bar{A}_2(z) &= \sqrt{\bar{I}_{H0}} \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_H}} \sqrt{1 + \alpha_2^2} \operatorname{qcn}(u, \mu r), \end{aligned}$$

где

$$\begin{cases} \sin \gamma = \mu r \operatorname{sn}(u, \mu r) \\ \cos \gamma = \operatorname{dn}(u, \mu r) \end{cases} \quad \begin{cases} \sin \delta = \frac{\psi}{\sqrt{1 + \alpha_1^2}} \\ \cos \delta = \frac{\alpha_1 \chi}{\sqrt{1 + \alpha_1^2}} \end{cases}, \quad (7)$$

$$u = F(\mu r) - \rho \kappa z \sqrt{1 + \alpha_1^2},$$

<sup>1</sup> Это предположение не является принципиальным. Окончательные результаты справедливы для некогерентной накачки со спектром любого вида. Нужно только, чтобы ширина его была много больше  $\delta\omega_2$ .

<sup>2</sup> Аналогичный подход использовался в теории некогерентного ВКР [3, 4] и ВРМБ [1].

$$F(\mu r) = \frac{v}{\sqrt{1+\alpha_2^2}} \int_0^{\mu r} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-\mu^2 r^2 t^2)}}, \quad r^2 = \frac{1+\alpha_2^2}{1+\alpha_1^2},$$

$$\alpha_1^2 = \frac{\bar{I}_{10}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_1}, \quad \alpha_2^2 = \frac{\bar{I}_{20}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_2}, \quad \kappa = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \bar{I}_{H0}}.$$

В решение (7) входят параметры, связанные с некогерентностью накачки и сигнальной ( $\omega_1$ ) волны на границе  $z=0$ :

$$n = \frac{A_{10} A_{H0}}{\sqrt{\bar{I}_{10} \bar{I}_{H0}}},$$

$$p = \left[ 1 + \frac{4\alpha_1^2 (n^2 - 1)}{(1 + \alpha_1^2)^2} \right]^{1/4}, \quad q = \sqrt{1 + \frac{p^2 - 1}{2r^2}}, \quad \mu = \frac{q}{p}, \quad (8)$$

$$\psi = \frac{1}{p} \sqrt{1 + \frac{(p^2 - 1)(1 + \alpha_1^2)}{2}}, \quad \chi = \frac{1}{p} \sqrt{1 + \frac{(p^2 - 1)(1 + \alpha_1^2)}{2\alpha_1^2}}, \quad v = \frac{\chi}{\mu}.$$

Для монохроматических волн  $n=p=q=\mu=v=\psi=\chi=1$ . Переходим к анализу полученного решения.

**Уменьшение КПД и увеличение периода преобразования.** В решении (7), (8) входит величина  $n$  (8), зависящая от соотношения спектров волн на входе в нелинейную среду. Назовем  $n$  «коэффициентом корреляции амплитуд». Если волны монохроматические, то  $n^2=1$  и (7), (8) переходят в известное решение задачи о взаимодействии монохроматических волн [6], [7]. Если затравка сигнальной волны отсутствует или имеет спектр, совпадающий по форме со спектром накачки, то снова  $n^2=1$  и, следовательно, волны взаимодействуют как монохроматические.

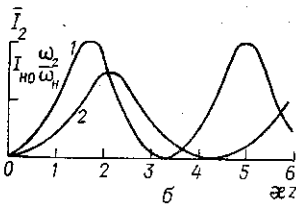
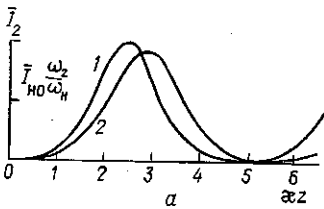
Существенно отличается от монохроматического случай, когда на входе параметрического усилителя имеется сигнальная волна со спектром, отличающимся от спектра накачки. При этом всегда  $n^2 < 1$ . На рисунке *a* изображена вычисленная по (7), (8) выходная интенсивность холостой ( $\omega_2$ ) волны, как функция безразмерной длины  $\kappa z$  для разных значений коэффициента корреляции<sup>3</sup>. Видно, что некогерентность приводит к снижению максимального КПД и увеличению периода преобразования. Влияние корреляции усиливается с ростом интенсивности падающей сигнальной волны (рисунок *b*).

**Эффект обмена спектрами.** Из общего решения (7) видно, что спектры накачки и сигнальной волны изменяются в процессе взаимодействия, причем это изменение носит характер обмена. Действительно, в те точки  $\kappa z$ , где  $\sin(\delta-\gamma)=1$ , сигнальная волна приходит со спектром падающей волны накачки, а накачка, наоборот, со спектром падающей сигнальной волны. В тех точках  $\kappa z$ , где  $\cos(\delta-\gamma)=1$ , каждая из волн имеет такой же спектр, какой она имела на входе  $z=0$ . В зависимости от интенсивности накачки и длины нелинейной среды, не-

<sup>3</sup> Средние выходные интенсивности накачки и сигнальной волны легко получить, используя законы сохранения системы (6):

$$\bar{I}_1 - \frac{\omega_1}{\omega_2} \bar{I}_2 = \text{const}, \quad \bar{I}_H + \frac{\omega_H}{\omega_2} \bar{I}_2 = \text{const}.$$

монохроматические волны могут иметь на выходе любые спектры в промежутке от  $A_{10}(\theta)$  до  $A_{n0}(\theta)$ . Поскольку в (7) величина  $\delta$  не зависит от  $z$ , период обмена определяется функцией  $\sin \gamma$  и, следовательно, совпадает с периодом изменения средних интенсивностей волн.



Попутное взаимодействие, накачка с широким спектром. Интенсивность холостой волны в зависимости от  $z$  при разных значениях коэффициента корреляции  $n$ :

$$n = \frac{A_{10}A_{n0}}{\sqrt{\bar{I}_{10}\bar{I}_{n0}}}, \quad \kappa = \sqrt{\sigma_1\sigma_2\bar{I}_{n0}}, \quad \alpha_1^2 = \frac{\bar{I}_{10}}{\bar{I}_{n0}} \frac{\omega_n}{\omega_1};$$

$$\alpha_1^2 = 0, 1 \text{ (a) и } \alpha_1^2 = 0, 5 \text{ (б); } 1 - n^2 = 1,$$

$$2 - n^2 = 0, 5$$

Следует особо отметить случай, когда амплитуды накачки и сигнальной волны ортогональны на входе как функции времени и отношение интенсивностей равно отношению частот:  $n^2 = 0$ ,  $\alpha_1^2 = 1$ . При этом формулы (7), (8) не работают; решение имеет вид:

$$A_1(z, \theta) = A_{10}(\theta) \cos kz + A_{n0}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_n}} \sin kz,$$

$$A_n(z, \theta) = -A_{10}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_n}{\omega_1}} \sin kz + A_{n0}(\theta) \cos kz,$$

где  $k = \sqrt{\sigma_1\sigma_2} A_{20}$ . Видно, что в этом случае средние интенсивности не меняются вдоль  $z$ , но волны периодически (многократно) обмениваются спектрами с периодом, определяемым затравкой холостой волны.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Никитин С. Ю. Дипломная работа. МГУ, 1975.
2. Воляк К. И., Горшков А. С. «Изв. вузов. Радиофизика», 1973, 16, 635.
3. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е. «Письма в ЖЭТФ», 1973, 18, 519.
4. Джотян Г. П., Дьяков Ю. Е., Никитин С. Ю., Скидан И. Б. VII Всесоюзная конференция по когерентной и нелинейной оптике (тезисы докладов). Ташкент, 1974.
5. Дьяков Ю. Е. «Краткие сообщения по физике», 1971, № 12, 41.
6. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М., 1966.
7. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. М., 1964.

Поступила в редакцию  
19.5 1977 г.

Кафедра  
общей физики для мехмата