

УДК 621.384.6.1

О. И. Василенко

К ВОПРОСУ О МАГНИТНОЙ ИЗОЛЯЦИИ
В КОНУСНОЙ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ
ГЕОМЕТРИЯХ

В работе рассмотрен режим магнитной изоляции вращающихся электронных пучков в системах с конусной и цилиндрической геометрией электродов для случая, когда электростатический потенциал зависит только от одной координаты и траектории электронов лежат на эквипотенциалах. Проведено сравнение характеристик вращающихся и невращающихся пучков.

Использование принципа магнитной изоляции в современной импульсной технике привлекает в последнее время все большее внимание [1—7]. Возможность сохранить изоляцию анода при напряженностях электрического поля, значительно превышающих предельные напряженности для диэлектриков, открывает новые перспективы в области создания передающих линий, рассчитанных на высокие плотности энергии и большие передаваемые мощности. Представления об изолированном аноде все шире привлекаются и для построения теории динамики частиц в диодах. Данные экспериментов и численное моделирование поведения пучка (например, в [2]) показывают, что движение частиц, особенно в области их прохождения на анод, носит довольно сложный характер. Однако в случае сильной фокусировки пучка в большей части диода устанавливается режим магнитной изоляции. Результат этот был теоретически обоснован в работах [3, 4], выводы которых неплохо согласуются с данными экспериментов [5].

В создании режима магнитной изоляции наряду с собственным магнитным полем электронного потока участвуют внешние магнитные поля. Необходимая конфигурация и величина внешних полей обычно определяется исходя из заданных предположений о характере динамики пучка. В цилиндрической и конусной геометриях рассмотрены [3, 6, 7] модели стационарного пучка, в которых электростатический потенциал зависит только от одной переменной, а вектор импульса потока в каждой точке ортогонален вектору электрического поля. В конусной геометрии получены [3, 6] решения, описывающие пучки, у которых отличен от нуля только радиальный или только азимутальный компонент импульса.

В данной работе в конусной геометрии рассматривается модель стационарного вращающегося электронного пучка с неравным нулю радиальным компонентом импульса. Одновременно рассматривается аналогичная модель пучка в цилиндрической геометрии. Предполагается, что в процессе формирования пучка все электроны были эмиттированы с эквипотенциального катода и пучок моноэнергетичен по сечению. Движение анодной и катодной плазмы не учитывается.

Математическая постановка задачи. Если траектории электронов в пучке не пересекаются, то в каждой точке импульс частицы и им-

пульс потока совпадают. Это позволяет, оставаясь в пределах точности кинетического подхода, использовать для описания пучка уравнения Максвелла и гидродинамики:

$$\nabla \times \mathbf{B} = 4\pi \mathbf{j}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0; \quad (1)$$

$$\nabla (\nabla \Phi) = -4\pi \rho. \quad (2)$$

$$(\rho \nabla) \mathbf{p} = -\sqrt{1+p^2} \nabla \Phi + (\rho \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

$$\mathbf{j} = \frac{\rho}{\sqrt{1+p^2}} \rho, \quad (4)$$

где \mathbf{B} — магнитное поле, Φ — электростатический потенциал, ρ и \mathbf{j} — плотности заряда и тока соответственно, \mathbf{p} — импульс электронного потока. Здесь и далее используется система единиц, в которой заряд электрона e , его масса покоя m_0 и скорость света c положены равными единице. Выбирая равной нулю произвольную постоянную в выражении для энергии, из (3) получим

$$\Phi + \sqrt{1+p^2} = 0. \quad (5)$$

Из (1) — (5) следует также соотношение:

$$\mathbf{p} \times (\mathbf{B} + \nabla \times \mathbf{p}) = 0. \quad (6)$$

Рассмотрим распространение аксиально-симметричного электронного потока в системе с конусной или цилиндрической геометрией электродов. Введем сферическую (R, θ, φ) и цилиндрическую (z, r, φ) системы координат с полярной осью, направленной вдоль оси симметрии (рис. 1). Будем искать решения, для которых в конусной геометрии выполняется условие:

$$\Phi = \Phi(\theta), \quad p_\theta = 0, \quad (7)$$

и в цилиндрической геометрии условие:

$$\Phi = \Phi(r), \quad p_r = 0. \quad (8)$$

По своему физическому смыслу условия (7) и (8) отличаются. Условие (8) приводит в цилиндрической геометрии к однородному по z решению: все величины зависят только от одной переменной r . В конусной геометрии условие (7) приводит к подобию по R . Зависимость любой величины F , входящей в уравнения (5) — (6), от R имеет при этом вид: $F(\theta, R) = R^\lambda \cdot G(\theta)$, где λ — константа, определяемая физическим смыслом F .

Преобразуя (1) — (6) с учетом $\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0\right)$ и условия (7), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с числом неизвестных, равным числу переменных:

$$p_\varphi^2 + p_R^2 + 1 = \Phi^2, \quad (9)$$

$$B_R = -\frac{1}{R \sin \theta} \frac{d}{d\theta} (p_\varphi \sin \theta), \quad (10)$$

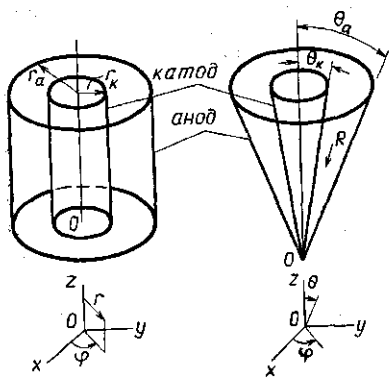


Рис. 1

$$B_{\varphi} = \frac{1}{R} \frac{dp_R}{d\theta}, \quad (11)$$

$$B_{\theta} = \frac{p_{\varphi}}{R}, \quad (12)$$

$$-\frac{\Phi}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dp_R}{d\theta} \right) = \frac{p_R}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Phi}{d\theta} \right), \quad (13)$$

$$\Phi \frac{d}{d\theta} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} (p_{\varphi} \sin \theta) \right] = \frac{p_{\varphi}}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Phi}{d\theta} \right). \quad (14)$$

Аналогичные преобразования для цилиндрической геометрии приводят к следующим уравнениям:

$$p_z^2 + p_{\varphi}^2 + 1^2 = \Phi^2, \quad (15)$$

$$-\Phi \frac{dB_z}{dr} = \frac{p_{\varphi}}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Phi}{dr} \right), \quad (16)$$

$$\Phi \frac{d}{dr} (rB_{\varphi}) = p_z \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Phi}{dr} \right), \quad (17)$$

$$p_{\varphi} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rp_{\varphi}) + B_z \right] = p_z \left[-\frac{dp_z}{dr} + B_{\varphi} \right]. \quad (18)$$

В этом случае число уравнений на единицу меньше числа неизвестных, что отражает различие условий (7) и (8). Таким образом, в цилиндрической геометрии возможно множество различных моделей вращающихся пучков, удовлетворяющих условию (8). Реализация той или иной модели зависит от условий формирования пучка и, в частности, от формы эмиттирующей части катода. Подобно тому как эквипотенциальность катода ведет к моноэнергетичности пучка, форма эмиттирующей части катода определяет вид еще одного интеграла движения, зависящего от обобщенного импульса пучка. Если эмиттирующая часть катода имеет цилиндрическую форму, то сохраняется продольный компонент обобщенного импульса

$$B_{\varphi} - \frac{dp_z}{dr} = 0. \quad (19)$$

Поскольку условие (19) не накладывает ограничений на азимутальный импульс p_{φ} , то модель пучка, выделяемая этим условием, описывает как вращающиеся, так и невращающиеся пучки. Степень закрутки пучка определяется величиной внешнего продольного магнитного поля. Ниже рассматривается именно эта модель пучка, так как она аналогична модели пучка в конусной геометрии.

Введем новую переменную $x = \ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} / \operatorname{tg} \frac{\theta_k}{2} \right)$ в конусной и $x = \ln(r/r_k)$ в цилиндрической геометрии. Уравнения (9), (13) и (14) и соответствующие им в цилиндрической геометрии преобразуются при этом:

$$\Phi \frac{d^2 b}{dx^2} = b \frac{d^2 \Phi}{dx^2}, \quad \Phi \frac{d^2 q}{dx^2} = q \frac{d^2 \Phi}{dx^2} + q \Phi, \quad (20)$$

$$q^2 + b^2 + 1 = \Phi^2,$$

где $q \equiv p_{\varphi}$, $b \equiv p_R$ ($b \equiv p_z$).

Для нахождения решения системы (20) необходимо задать четыре граничных условия. Импульс электронов на катоде равен нулю, поэтому $\Phi(x=0) = -1$. В режиме полного ограничения эмиссии пространственным зарядом пучка электрическое поле на катоде равно нулю: $\frac{d\Phi}{dx}(x=0) = 0$. Значения первых производных компонентов импульса на катоде равны

$$\frac{db}{dx}(x=0) = 2I_k \text{ и } \frac{dq}{dx}(x=0) = 2I_k \eta.$$

В цилиндрической геометрии величина I_k равна величине продольного катодного тока, а значение η равно отношению компонентов магнитного поля на катоде: $\eta = \frac{B_z}{B_\phi}(x=0)$. В конусной геометрии I_k — величина радиального катодного тока и $\eta = \frac{B_R}{B_\phi}(x=0)$. Знак η определяет направление вращения пучка. В случае невращающегося пучка ($\eta=0$) решение системы (20) дается выражениями

$$q = 0, \quad b = \text{sh}(2I_k x), \quad \Phi = -\text{ch}(2I_k x). \quad (21)$$

Для вращающегося пучка ($\eta \neq 0$) решение, записанное в параметрической форме, имеет вид

$$q = u, \quad b = \sqrt{1+u^2} \text{sh} \mu, \quad \Phi = -\sqrt{1+u^2} \text{ch} \mu, \quad (22)$$

$$x = \int_0^u \{t^4 + [4I_k^2(1+\eta^2) + 1]t^2 + 4I_k^2\eta^2\}^{-1/2} dt, \quad (23)$$

где

$$\mu = 2I_k \int_0^u \{t^4 + [4I_k^2(1+\eta^2) + 1]t^2 + 4I_k^2\eta^2\}^{-1/2} \frac{dt}{1+t^2}. \quad (24)$$

Интегралы (23), (24) сводятся к эллиптическим. При $u \rightarrow \infty$ они стремятся к своим предельным значениям x_0 и μ_0 . Система уравнений (20) получена также в работе [6].

Особенности режима магнитной изоляции. Уравнения (20), описывающие динамику пучка и соответствующие им граничные условия, имеют одинаковый вид в конусной и цилиндрической геометриях. В дальнейшем в целях удобства изложения рассматривается только цилиндрическая геометрия. В случае конусной геометрии результаты аналогичны.

В рассматриваемой модели пучка магнитная изоляция осуществляется при помощи внешнего продольного магнитного поля B_{z0} и азимутального поля B_ϕ , создаваемого продольным током I_k , текущим по катоду. Собственное магнитное поле электронного потока усиливает поле B_ϕ и ослабляет вследствие диамагнетизма потока поле B_{z0} . Величина продольного компонента поля потока равна нулю на внешней границе пучка и монотонно увеличивается к катоду. Поэтому небольшим значениям η могут отвечать большие значения граничного поля B_{z0} .

В решение (21)—(23) ток I_k входит в качестве свободного параметра. Для определения его связи с другими величинами необходимо выйти за рамки модели и рассмотреть область перекрытия системы

электронным потоком и плазмой. Величина I_h зависит от геометрии этой области, анодного напряжения и характеристик плазмы. Вторым свободным параметром, входящим в решение (22), (23), является η или связанное с ним продольное магнитное поле B_{z0} . Поле B_{z0} может быть создано независимыми катушками внешней обмотки. Изменяя его величину, можно направленно изменять параметры режима магнитной изоляции. В частности, если сопротивление нагрузки системы не обеспечивает достаточной величины I_h , при которой поперечный размер пучка меньше расстояния анод — катод, то размер пучка можно уменьшить, увеличивая поле B_{z0} . При больших анодных напряжениях необхо-

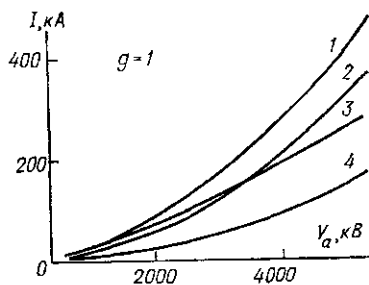


Рис. 2

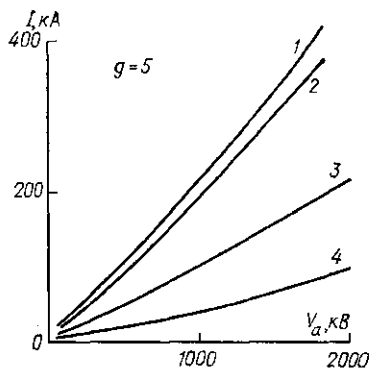


Рис. 3

димое значение B_{z0} определяется из уравнения $x_0 \leq g^{-1}$, где g — геометрический фактор системы, равный $g = \ln^{-1}(r_a/r_k)$ (в конусной геометрии $g = \ln^{-1}(\text{tg } \frac{\theta_a}{2} / \text{tg } \frac{\theta_k}{2})$). В создании B_{z0} может также участвовать анодный ток системы, текущий по спиральному аноду. Параметры спирали определяют величину B_{z0} .

В работе [3] отмечено, что в случае невращающегося пучка экспериментальным измерениям максимального (при заданном анодном напряжении) тока диода лучше всего соответствуют теоретические расчеты, выполненные для режима полного заполнения электронами промежутка анод — катод. Условие полного заполнения однозначно связывает величины тока I_h и анодного напряжения. На рис. 2 представлены зависимости полного продольного тока системы от анодного напряжения для вращающихся пучков с разной степенью закрутки (при η : 1—0,5; 2—2; 3—0; 4—5). Пучки с небольшой закруткой переносят большие токи, чем невращающийся пучок. Рост переносимого тока можно объяснить следующим образом. Вращающийся пучок содержит в единице длины больший заряд, чем невращающийся, и некоторая часть этого заряда сосредоточена вблизи анода, где продольная скорость максимальна. При увеличении степени закрутки пучка основная часть кинетической энергии расходуется на вращение, и в области расчетных напряжений соответствующие кривые проходят ниже кривой $\eta=0$. В системах с большим значением геометрического фактора (рис. 3) все характеристики проходят ниже кривой $\eta=0$ (при η : 1—0; 2—0,5; 3—2 и 4—5). Эффект увеличения и перераспределения заряда выражен здесь слабее.

Таким образом, в работе показано, что в конусной геометрии существует только одна модель аксиально-симметричного вращающегося

пучка, удовлетворяющая условию (7), и что в диодах с большим отношением радиусов анода и катода

$$r_a/r_k \left(\operatorname{tg} \frac{\theta_a}{2} / \operatorname{tg} \frac{\theta_k}{2} \text{ — в конусной геометрии} \right)$$

использование режима магнитной изоляции с внешним продольным магнитным полем позволяет увеличить полный продольный ток диода, в котором внешнее продольное магнитное поле равно нулю.

В заключение автор выражает искреннюю признательность А. А. Коломенскому, А. Н. Лебедеву и В. С. Воронину за интерес к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранчиков Е. И., Гордеев А. В. и др. ЖТФ, 1976, 46, вып. 5, 1069.
2. Poukey J. W., Goepfer A. J. «The Phys. of Fluids», 1974, 17, вып. 8, 1582.
3. Creedon J. M. «J. Appl. Phys.», 1975, 46, вып. 7, 2942.
4. Василенко О. И., Воронин В. С., Лебедев А. Н. Второй симпозиум по коллект. мет. ускорит.». Дубна, 1977, 222—224.
5. Коломенский А. А., Крастелев Е. Г., Яблоков Б. Н. «Письма в ЖТФ», 1977, 3, № 13, 603—607.
6. Данилов В. Н. «Радиотехника и электроника», 1966, 11, вып. 11, 1994.
7. Агафонов А. В., Воронин В. С., Лебедев А. Н. ЖТФ, 1974, 44, вып. 9, 1909.

Поступила в редакцию
3.5 1977 г.
НИИЯФ