

УДК 537.861.86

Ю. Е. Дьяков
С. Ю. НикитинПОПУТНОЕ И ВСТРЕЧНОЕ
ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ВОЛН

На основе развитого в нашей предыдущей работе приближенного подхода исследовано попутное параметрическое взаимодействие световых волн при монохроматической накачке и встречное параметрическое взаимодействие при немонохроматической накачке. Обсуждается вопрос об изменении спектров взаимодействующих волн. Проанализировано влияние немонохроматичности на эффекты насыщения.

В нашей предыдущей работе¹ предложен приближенный метод описания параметрического взаимодействия немонохроматических световых волн в случае, когда одна из трех взаимодействующих волн имеет спектр существенно более узкий, чем две другие волны. Этот метод проиллюстрирован на примере попутного параметрического взаимодействия в случае накачки с широким спектром. В настоящей статье на основе развитого подхода рассматривается еще два случая: попутное взаимодействие при монохроматической накачке и встречное взаимодействие при немонохроматической накачке. Полученные результаты обобщают известные ранее как в теории попутного [1, 2], так и встречного [3] параметрического взаимодействия.

Попутное параметрическое взаимодействие при монохроматической накачке. В условиях волнового синхронизма систему уравнений и граничных условий, описывающую попутное взаимодействие немонохроматических волн, можно представить в виде:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = \sigma_1 A_n A_2 \quad A_1(z=0, \theta) = A_{10}(\theta), \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1} \right) \frac{\partial A_2}{\partial \theta} = \sigma_2 A_n A_1 \quad A_2(z_i=0, \theta) = A_{20}(\theta), \quad (2)$$

$$\frac{\partial A_n}{\partial z} + \left(\frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_1} \right) \frac{\partial A_n}{\partial \theta} = -\sigma_n A_1 A_2 \quad A_n(z=0, \theta) = A_{n0}(\theta), \quad (3)$$

где $A_{1,2,n}$ — амплитуды волн (сигнальной, холостой, накачки); $u_{1,2,n}$ — групповые скорости; $\sigma_{1,2,n}$ — коэффициенты связи, пропорциональные частотам; $\theta = t - z/u_1$. Амплитуды всех волн считаются для простоты действительными.

Как показывает анализ системы (1)—(3) [4], параметрически взаимодействующие волны характеризуются «дисперсионными» полосоми частот

$$\delta\omega_2 = \kappa/(u_2^{-1} - u_1^{-1}), \quad \delta\omega_n = \kappa/(u_n^{-1} - u_1^{-1})$$

¹ См. с. 3.

($\kappa = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \bar{I}_{H0}}$, \bar{I}_{H0} — средняя интенсивность накачки), определяющими ширину центральной части спектра соответствующей волны, для которой усиление максимально. При приближении к вырожденному режиму взаимодействия ($\omega_1 \rightarrow \omega_2$, $u_1 \rightarrow u_2$) возникает резкая асимметрия дисперсионных полос $\delta\omega_2 \gg \delta\omega_H$, приводящая к значительному уширению линии возбуждаемого излучения при относительно узкой линии излучения накачки². При этом возможна ситуация, когда

$$\delta\omega_H \ll \Delta\omega_1, \Delta\omega_2, \quad \Delta\omega_2 \ll \delta\omega_2, \quad (4)$$

где $\Delta\omega_{1(2)}$ — ширина спектра сигнальной (холостой) волны. Будем приближенно считать накачку монохроматической и пренебрежем членом с временной производной в уравнении (2). В результате получим приближенную задачу, справедливую при условиях (4):

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} &= \sigma_1 \bar{A}_H A_2, & A_1(z=0, \theta) &= A_{10}(\theta), \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} &= \sigma_2 \bar{A}_H A_1, & A_2(z=0, \theta) &= A_{20}(\theta), \\ \frac{\partial \bar{A}_H}{\partial z} &= -\sigma_H \bar{A}_1 \bar{A}_2, & \bar{A}_H(z=0) &= \bar{A}_{H0}. \end{aligned} \quad (5)$$

Черта сверху здесь и далее означает усреднение по времени.

Точное решение задачи (5) имеет вид:

$$\begin{aligned} A_1(z, \theta) &= A_{10}(\theta) \operatorname{ch} \beta + A_{20}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} \operatorname{sh} \beta, \\ A_2(z, \theta) &= A_{10}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \operatorname{sh} \beta + A_{20}(\theta) \operatorname{ch} \beta, \\ \bar{A}_H(z) &= \sqrt{\bar{I}_{H0}} \sqrt{1 + \alpha_2^2} q \operatorname{sn}(u, k\mu), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{sh} \beta &= \frac{\sqrt{1 + \alpha_1^2}}{\alpha_1^2 - \alpha_2^2} [\alpha_1 \psi k\mu \operatorname{cn}(u, k\mu) - \alpha_2 \chi \operatorname{dn}(u, k\mu)], \\ \operatorname{ch} \beta &= \frac{\sqrt{1 + \alpha_1^2}}{\alpha_1^2 - \alpha_2^2} [\alpha_1 \psi \operatorname{dn}(u, k\mu) - \alpha_2 \chi k\mu \operatorname{cn}(u, k\mu)], \end{aligned}$$

$$u = F(k\mu) - \nu \kappa z \sqrt{1 + \alpha_1^2}, \quad F(k\mu) = \int_0^1 \frac{1}{q \sqrt{1 + \alpha_2^2} \sqrt{(1 - t^2)(1 - k^2 \mu^2 t^2)}} dt,$$

$$\alpha_1^2 = \frac{\bar{I}_{10}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_1}, \quad \alpha_2^2 = \frac{\bar{I}_{20}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_2}, \quad k^2 = \frac{1 + \alpha_2^2}{1 + \alpha_1^2}, \quad \kappa = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \bar{I}_{H0}}.$$

² Как указано в [5], в области вырождения типичная наблюдаемая ширина линии генерации превышает 100 см⁻¹.

В решение (6) входят параметры, связанные с некогерентностью волн ω_1 , ω_2 на границе $z=0$:

$$n = \frac{A_{10} A_{20}}{\sqrt{\bar{I}_{10} \cdot \bar{I}_{20}}}$$

$$p = \left[1 - \frac{4\alpha_1^2 \alpha_2^2 (n^2 - 1)}{(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)^2} \right]^{1/4}, \quad q = \sqrt{1 - \frac{(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)(p^2 - 1)}{2(1 + \alpha_2^2)}},$$

$$\mu = \frac{q}{v}, \quad v = \sqrt{1 + \frac{(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)(p^2 - 1)}{2(1 + \alpha_1^2)}}, \quad (7)$$

$$\psi = \frac{v}{p^2} \sqrt{1 + \frac{(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)(p^2 - 1)}{2\alpha_1^2}}, \quad \chi = \frac{v}{p^2} \sqrt{1 - \frac{(\alpha_1^2 - \alpha_2^2)(p^2 - 1)}{2\alpha_2^2}}.$$

Для монохроматических волн $n=p=q=\mu=v=\psi=\chi=1$. Переходим к анализу полученного решения.

Пространственный период и эффективность преобразования. Из полученных формул (6), (7) следует, что характер взаимодействия зависит от величины коэффициента корреляции n амплитуд волн ω_1 и ω_2 на входе в нелинейную среду. Если затравка хотя бы одной из этих волн отсутствует или их спектры совпадают по форме, то $n^2=1$ и (6) переходит в известное решение задачи о взаимодействии монохроматических волн [1, 2].

В случае, когда спектры $A_{10}(\theta)$ и $A_{20}(\theta)$ различны ($n^2 < 1$), характер взаимодействия существенно меняется. Это видно из рис. 1, на котором изображены профили интенсивности накачки для разных значений коэффициента корреляции³. Декорреляция спектров приводит к снижению максимального КПД и изменению периода преобразования. Влияние ее возрастает с ростом интенсивностей падающих волн \bar{I}_{10} , \bar{I}_{20} . В частности, при $n^2=0$ дефект предельного квантового КПД равен относительной затравке α_2^2 .

Изменение спектров в процессе взаимодействия. Изменение спектров волн проще всего рассмотреть при $n^2=0$. В этом случае

$$\operatorname{sh} \beta = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}} cn(u, k\mu), \quad \operatorname{ch} \beta = \frac{\sqrt{1 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2}}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}} dn(u, k\mu). \quad (8)$$

Из формул (6), (8) видно, что в тех точках z' , где $\operatorname{sh}(z', k\mu)=1$, $\operatorname{sh} \beta=0$, $\operatorname{ch} \beta=1$, т. е. волны имеют свои входные спектры. В остальных точках имеет место частичный обмен спектрами, причем, поскольку $\operatorname{ch} \beta > \operatorname{sh} \beta$ (свойство гиперболических функций), спектр волн главным образом определяется их собственным входным спектром. В наибольшей степени обмен происходит в точках z'' , где $\operatorname{ch}(z'', k\mu)=1$. На рис. 1 точки z' соответствуют максимумам, а точки z'' — минимумам $\bar{I}_H(z)$. Период обмена спектрами совпадает с периодом изменения средних интенсивностей волн.

³ Профили средних интенсивностей волн ω_1 и ω_2 можно построить, используя законы сохранения системы (5):

$$\bar{I}_1 + \frac{\omega_1}{\omega_H} \bar{I}_H = \text{const}, \quad \bar{I}_2 + \frac{\omega_2}{\omega_H} \bar{I}_H = \text{const}.$$

Встречное параметрическое взаимодействие при некогерентной накачке. В отсутствие волновой расстройки система уравнений и граничных условий, описывающая встречное взаимодействие некогерентных волн, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} + \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_H} \right) \frac{\partial A_1}{\partial \theta} &= \sigma_1 A_H A_2, & A_1(z=0, \theta) &= A_{10}(\theta), \\ -\frac{\partial A_2}{\partial z} + \left(\frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_H} \right) \frac{\partial A_2}{\partial \theta} &= \sigma_2 A_H A_1, & A_2(z=l, \theta) &= A_{2l}(\theta), \\ \frac{\partial A_H}{\partial z} &= -\sigma_H A_1 A_2, & A_H(z=0, \theta) &= A_{H0}(\theta), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\theta = t - z/u_H$, l — длина нелинейной среды. По отношению к накачке волна A_1 является попутной, а волна A_2 — встречной.

Для данного взаимодействия дисперсионные полосы

$$\delta\omega_1 = \chi/(u_1^{-1} - u_H^{-1}), \quad \delta\omega_2 = \chi/(u_2^{-1} + u_H^{-1}),$$

определяющие спектральный интервал, в пределах которого параметрическое усиление максимально, резко отличаются по величине, причем $\delta\omega_2 \ll \delta\omega_1$. Это приводит к тому, что некогерентная накачка возбуждает обратную волну с очень узкой линией, в то время как попутная волна имеет широкий спектр [5]. Если выполнены условия:

$$\Delta\omega_1 \ll \delta\omega_1, \quad \Delta\omega_H \gg \delta\omega_2,$$

где $\Delta\omega_{1(H)}$ — ширина спектра попутной волны (накачки), то задачу (9) можно приближенно представить в виде [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} &= \sigma_1 A_H \bar{A}_2, & A_1(z=0, \theta) &= A_{10}(\theta), \\ -\frac{\partial \bar{A}_2}{\partial z} &= \sigma_2 \bar{A}_H A_1, & \bar{A}_2(z=l) &= \bar{A}_{2l}, \\ \frac{\partial A_H}{\partial z} &= -\sigma_H A_1 \bar{A}_2, & A_H(z=0, \theta) &= A_{H0}(\theta). \end{aligned} \quad (10)$$

Решение (10) имеет вид [6]:

$$\begin{aligned} A_1(z, \theta) &= A_{10}(\theta) \cos(\gamma - \delta) + A_{H0}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_H}} \sin(\gamma - \delta), \\ \bar{A}_2(z) &= \sqrt{\bar{I}_{H0}} \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_H}} \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} q \operatorname{cn}(u, k\mu), \\ A_H(z, \theta) &= -A_{10}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_H}{\omega_1}} \sin(\gamma - \delta) + A_{H0}(\theta) \cos(\gamma - \delta), \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\begin{cases} \cos \gamma = \operatorname{dn}(u, k\mu) \\ \sin \gamma = k\mu \operatorname{sn}(u, k\mu) \end{cases} \quad \begin{cases} \cos \delta = \psi / \sqrt{1 + \alpha_1^2} \\ \sin \delta = \alpha_1 \chi / \sqrt{1 + \alpha_1^2} \end{cases}$$

$$u = \rho \kappa z \sqrt{1 + \alpha_1^2} + F(k\mu), \quad F(k\mu) = \int_0^{\nu \alpha_1} \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 \mu^2 t^2)}},$$

$$\alpha_1^2 = \frac{\bar{I}_{10}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_1}, \quad \alpha_2^2 = \frac{\bar{I}_{20}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_2}, \quad k^2 = \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{1 + \alpha_1^2}, \quad \kappa = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \bar{I}_{H0}}.$$

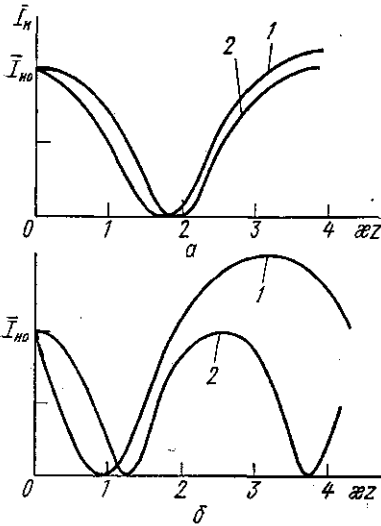


Рис. 1. Попутное взаимодействие, накачка с узким спектром. Профиль интенсивности накачки при разных значениях коэффициента корреляции n .

$$n = \frac{A_{10} A_{20}}{\sqrt{\bar{I}_{10} \bar{I}_{20}}}, \quad \kappa = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \bar{I}_{H0}},$$

$$\alpha_1^2 = \frac{\bar{I}_{10}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_1},$$

$$\alpha_2^2 = \frac{\bar{I}_{20}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_2};$$

$$\alpha_1^2 = 0,2 \text{ и } \alpha_2^2 = 0,1 (a),$$

$$\alpha_1^2 = 0,6 \text{ и } \alpha_2^2 = 0,5 (б);$$

$$1 - n^2 = 1, \quad 2 - n^2 = 0$$

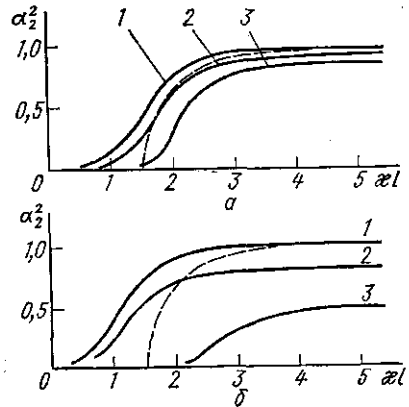


Рис. 2. Встречное взаимодействие, накачка с широким спектром. Выходная интенсивность обратной волны в зависимости от kl при разных значениях коэффициента: 1 — $n^2 = 1$, 2 — $n^2 = 0,5$ и 3 — $n^2 = 0$;

$$n = \frac{A_{10} A_{20}}{\sqrt{\bar{I}_{10} \bar{I}_{H0}}}, \quad \kappa = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 \bar{I}_{H0}},$$

$$\alpha_1^2 = \frac{\bar{I}_{10}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_1}, \quad A_{2l} = 0;$$

$$a - \alpha_1^2 = 0,1 \text{ и } б - \alpha_1^2 = 0,5.$$

Пунктиром нанесена кривая насыщения, соответствующая

$$\alpha_1^2 = 0, \quad \alpha_2^2 = \frac{\bar{I}_{20}}{\bar{I}_{H0}} \frac{\omega_H}{\omega_2}$$

В решение (11) входят параметры, связанные с некогерентностью накачки и попутной волны на границе $z=0$:

$$n = \frac{A_{10} A_{H0}}{\sqrt{\bar{I}_{10} \bar{I}_{H0}}},$$

$$p = \left[1 + \frac{4\alpha_1^2 (h^2 - 1)}{(1 + \alpha_1^2)} \right]^{1/4}, \quad q = \sqrt{1 + \frac{p^2 - 1}{2k^2}}, \quad \mu = \frac{q}{p}, \quad (12)$$

$$\psi = \frac{1}{p} \sqrt{1 + \frac{(p^2 - 1)(1 + \alpha_1^2)}{2}}, \quad \chi = \frac{1}{p} \sqrt{1 + \frac{(p^2 - 1)(1 + \alpha_1^2)}{2\alpha_1^2}},$$

$$v = \frac{\chi}{\mu}.$$

Неизвестная величина α_2^2 определяется из граничного условия для обратной волны. Для монохроматических волн $n=p=q=\mu=v=\psi=\chi=1$. Переходим к анализу полученного решения.

Уменьшение КПД и увеличение периода преобразования. Как и в разобранный выше случае, влияние немонохроматичности описывается единственным параметром — коэффициентом корреляции амплитуд n (12). Для монохроматических волн $n^2=1$ и (11), (12) переходит в известное решение задачи о встречном взаимодействии монохроматических волн [3]. Если затравка попутной волны отсутствует или имеет спектр, совпадающий по форме со спектром накачки, то снова $n^2=1$ и, следовательно, волны взаимодействуют как монохроматические. Если же на входе ПУ спектр попутной волны отличается от спектра накачки, характер взаимодействия меняется. Это видно из рис. 2, а, на котором изображена вычисленная по (11) и (12) выходная интенсивность обратной волны как функция безразмерной длины χl для разных значений коэффициента корреляции n . Немонохроматичность приводит к снижению КПД и увеличению периода преобразования. Влияние корреляции усиливается с ростом интенсивности падающей попутной волны (рис. 2, б). При $n^2=0$ дефект предельного квантового КПД равен относительной затравке α_1^2 попутной волны [4].

Эффект обмена спектрами. Из полученного решения (11) следует, что изменение спектров попутной волны и накачки при встречном взаимодействии носит характер обмена. Действительно, в тех точках χz , где $\cos(\gamma - \delta) = 1$, волны имеют свои входные спектры, а в точках χz , где $\sin(\gamma - \delta) = 1$, происходит полный взаимный обмен спектрами. В зависимости от интенсивности накачки и длины нелинейной среды немонохроматические волны могут иметь на выходе любые спектры в промежутке от $A_{10}(\theta)$ до $A_{n0}(\theta)$. Период обмена спектрами определяется функцией $\sin \gamma$ и совпадает с периодом изменения средних интенсивностей волн.

Следует особо отметить случай, когда амплитуды накачки и попутной волны ортогональны на входе как функции времени и отношение интенсивностей равно отношению частот: $n^2=0$, $\alpha_1^2=1$. Решение в этом случае имеет вид [4]:

$$\begin{cases} A_1(z, \theta) = A_{10}(\theta) \cos kz + A_{n0}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_n}} \sin kz, \\ A_n(z, \theta) = -A_{10}(\theta) \sqrt{\frac{\omega_n}{\omega_1}} \sin kz + A_{n0}(\theta) \cos kz, \end{cases}$$

⁴ Средние выходные интенсивности накачки и попутной волны можно получить, используя законы сохранения системы (10):

$$\bar{I}_1 + \frac{\omega_1}{\omega_2} \bar{I}_2 = \text{const}, \quad \bar{I}_n + \frac{\omega_n}{\omega_3} \bar{I}_2 = \text{const}.$$

где $k = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2} \bar{A}_{2l}$. Из него следует, что средние интенсивности не меняются вдоль z , но волны периодически (многократно) обмениваются спектрами с периодом, определяемым затравкой обратной волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М., 1966.
2. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. М., 1964.
3. Воляк К. И., Горшков А. С. «Радиотехника и электроника», 1973, 18, 2075.
4. Никитин С. Ю. Дипломная работа. Физический факультет МГУ, 1975.
5. Harris S. E. «Proc. IEEE», 1969, 57, 2096.
6. Воляк К. И., Горшков А. С. «Изв. вузов. Радиофизика», 1973, 16, 635.

Поступила в редакцию
19.5 1977 г.
Кафедра общей физики
для мехмата