бающей R по E_c, E_s может быть использовано при создании более помехоустойчивого способа выделения огибающей.

Осуществленный в настоящей работе вариант исследования ионосферного сигнала по квадратурным составляющим E_c, E_s обладает определенными преимуществами по отношению к чисто амплитудным или фазовым методам, ибо записи $E_c(t)$, $E_s(t)$ типа (рис. 1) содержат полную информацию о вариациях как $R(t)$, так и $\Phi(t)$.

С применением ЭВМ извлечение этой информации не представляет труда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники, ч. 1. М., 1969.
2. Миркотан С. Ф., Бирюлин И. А. «Ионосферные исследования», 1961, № 9, 18.
3. Миркотан С. Ф., Вологдин А. Г., Смородинов В. А. «Радиотехника и электроника», 1978, 23, № 3.
4. Миркотан С. Ф. «Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ., мат.», 1956, № 1, 151.
5. Миркотан С. Ф., Вологдин А. Г. «Геомагнетизм и аэрономия», 1974, № 4, 640.
6. Арлей Н., Бух К. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику. М., 1951.
7. Вологдин А. Г. Канд. дис., М., 1973.

Поступила в редакцию
28.6 1977 г.
Кафедра
волновых процессов

УДК 532.783:536

С. В. Кирьянов

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ФЛУКТУАЦИИ В СМЕКТИЧЕСКОЙ ФАЗЕ ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

Имеется ряд работ (см., например, [1—4]), в которых предлагаются различные варианты построения молекулярной теории смектической фазы жидкого кристалла ЖК. Во всех этих работах при описании флуктуаций ориентационного параметра порядка учитывались лишь флуктуации директора — единичного вектора вдоль направления преимущественной ориентации молекул в ЖК.

Однако, как показано в работе [5], сведение флуктуаций ориентационного параметра порядка, описываемого тензором $S_{\alpha\beta}=\overline{\nu_\alpha\nu_\beta}-\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}$ (здесь ν — единичный вектор, направленный вдоль длиной оси молекулы), к флуктуациям директора не обосновано.

В настоящей работе проводится расчет корреляционной функции тепловых флуктуаций ориентационного параметра порядка в смектической фазе ЖК. При описании флуктуаций ориентационного параметра порядка рассматриваются флуктуации всего ориентационного тензора $S_{\alpha\beta}$. Описание проводится в предположении, что фиксирован период «волны плотности», которая описывает распределение центров масс молекул. Такое предположение при условии, что радиус корреляции флуктуаций $S_{\alpha\beta}$ много больше периода «волны плотности», не искажает вид корреляционной функции флуктуаций тензора $S_{\alpha\beta}$.

В данной работе рассматривается модель жидкого кристалла с гамильтонианом взаимодействия следующего типа:

$$H=-\frac{1}{2N^2}\iint\rho(\mathbf{r}_1)\,\rho(\mathbf{r}_2)\,\varepsilon(\mathbf{r}_{12})\,s_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1)\,s_{\beta\alpha}(\mathbf{r}_2)\,d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \tag{1}$$

Здесь

$$S_{\alpha\beta}(\mathbf{r})=\nu_\alpha(\mathbf{r})\,\nu_\beta(\mathbf{r})-\delta_{\alpha\beta}/3,$$

$\nu(\mathbf{r})$ — поле единичных векторов, причем $\nu(\mathbf{r}_i)$ — единичный вектор, направленный вдоль длинной оси i-той молекулы, $\rho(\mathbf{r})=\sum_i\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)$ ($\mathbf{r}_i$ — радиус-вектор, определяющий положение i-той молекулы).

Предполагается также, что для средней плотности $F(\mathbf{r})=\overline{\rho(\mathbf{r})}$ справедливо следующее выражение:

$$P(\mathbf{r}) = (1 + m \cos \varkappa\mathbf{r}) N,$$

$$-1 \leqslant m \leqslant 0, \quad \varkappa = \varkappa\mathbf{n}^0, \quad \varkappa = 2\pi/d,$$

d — расстояние между слоями в смектической фазе, $\mathbf{n}^0$ — единичный вектор вдоль направления преимущественной ориентации молекул в ЖК, в случае смектической А-фазы вектор $\mathbf{n}^0$ перпендикулярен смектическим слоям.

Поскольку для внутренней энергии справедливо $\Delta U = \overline{H}$, то из (1) в приближении среднего поля для плотности внутренней энергии получим

$$\Delta U(\mathbf{r}) = -S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}) S_{\beta\alpha}(\mathbf{r}) [L_1 (1 + m^2 \cos^2 \varkappa \cdot \mathbf{r}) + m^2 L_2 + 2m \cos \varkappa\mathbf{r} L_3] + \nabla_\sigma S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}) \nabla_\gamma S_{\beta\alpha}(\mathbf{r}) + [L_{\gamma\sigma}^{(1)} (1 + m^2 \cos^2 \varkappa\mathbf{r}) - m^2 L_{\gamma\sigma}^{(2)} + 2m \cos \varkappa\mathbf{r} L_{\gamma\sigma}^{(3)}].$$

Здесь

$$L_1 = \int \varepsilon(\mathbf{r}_{12})\, d\mathbf{r}_{12}; \qquad L_2 = \int \varepsilon(\mathbf{r}_{12}) \sin^2 \left(\frac{\varkappa \cdot \mathbf{r}_{12}}{2} \right) d\mathbf{r}_{12},$$

$$L_3 = \int \varepsilon(\mathbf{r}_{12}) \cos(\varkappa \cdot \mathbf{r}_{12}/2)\, d\mathbf{r}_{12}; \qquad L_{\gamma\sigma}^{(1)} = \int \varepsilon(\mathbf{r}_{12}) (r_{12})_\gamma (r_{12})_\sigma,$$

$$L_{\gamma\sigma}^{(2)} = \int \varepsilon(\mathbf{r}_{12}) \sin^2(\varkappa \cdot \mathbf{r}_{12}) (\mathbf{r}_{12})_\gamma (\mathbf{r}_{12})_\sigma\, d\mathbf{r}_{12},$$

$$L_{\gamma\sigma}^{(3)} = \int \varepsilon(\mathbf{r}_{12}) \cos(\varkappa \cdot \mathbf{r}) (\mathbf{r}_{12})_\gamma (r_{12})_\sigma\, d\mathbf{r}_{12}.$$

Известно [5], что для плотности энтропии $\sigma[S]$ теория среднего поля дает следующее параметрическое представление:

$$\sigma(S) = \varphi - \lambda \frac{d\varphi}{d\lambda}; \qquad \frac{d\varphi}{d\lambda} = (2S+1)/3,$$

$$\varphi(\lambda) = \ln [\Psi(\sqrt{\lambda})/\sqrt{\lambda}],$$

$$\Psi(z) = \int_0^z e^{x^2}\, dx; \qquad S_{\alpha\beta} S_{\beta\alpha} = \frac{2}{3} S^2.$$

Теперь для плотности свободной энергии, считая, что δS — вектор-столбец с элементами $\delta S_{\alpha\beta}(\mathbf{r})$, можем записать:

$$F = \frac{1}{2} \delta S^T \| A_2 n_{\alpha\beta}^0 n_{\rho\xi}^0 + 2\nabla_\gamma^T \nabla_\sigma [(1 + m^2 \cos^2 \varkappa \cdot \mathbf{r}) L_{\gamma\sigma}^{(1)} - m^2 L_{\gamma\sigma}^{(2)} + 2m L_{\gamma\sigma}^{(3)} \cos \varkappa \cdot \mathbf{r}] I_{\alpha\beta\rho\xi} \| \delta S. \tag{2}$$

Здесь $\delta S_{\alpha\beta} = S_{\alpha\beta} - S_{\alpha\beta}^0$; $\quad S_{\alpha\beta}^0 = S^0 \sqrt{\frac{2}{3}}\, n_{\alpha\beta}^0$; S^0 — поле, минимизирующее свободную энергию,

$$n_{\alpha\beta}^0 = \sqrt{\frac{3}{2}} (n_\alpha^0 n_\beta^0 - \delta_{\alpha\beta}/3), \qquad n_{\alpha\beta}^{0^2} = 1,$$

$A_2 = \frac{3}{2} T_c |\sigma'''| \left(\frac{2\sigma'}{T_c \sigma'''} \right)^{1/2} (T - T_c)^{1/2}$, T_c — критическая температура,

$$I_{\alpha\beta\rho\xi} = \frac{1}{2} (\delta_{\alpha\rho} \delta_{\beta\xi} + \delta_{\alpha\xi} \delta_{\beta\rho}) - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\rho\xi}$$

играет роль единичной матрицы.

Известно [6], что если функционал плотности свободной энергии имеет вид $F = \frac{1}{2} \delta S^T D \delta S$, то корреляционная функция

$$K_{\alpha\beta\rho\xi} \equiv \langle \delta S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1)\, \delta S_{\rho\xi}(\mathbf{r}_2)\rangle = D^{-1}. \tag{3}$$

В нашем случае

$$D = T \,\|\, \{A_2 n^0_{\alpha\beta}\, n^0_{\rho\xi} + 2I_{\alpha\beta\rho\xi}\, \nabla_\gamma \nabla^T_\sigma\, [L^{(1)}_{\gamma\sigma}\,(1 + m^2 \cos^2 \varkappa \mathbf{r}) -$$
$$- m^2 L^{(2)}_{\gamma\sigma} + 2L^{(3)}_{\gamma\sigma}\, m \cos \varkappa\cdot\mathbf{r}[\}\, \delta(\mathbf{r}_{12})\,\|.$$

Поскольку $\varkappa = 2\pi/d$, $d \sim 20$ Å см. [7], т. е. много меньше r_c-радиуса корреляции флуктуаций тензора $S_{\alpha\beta}$, который имеет размеры порядка 10^3 Å вблизи точки фазового перехода. Мы можем усреднить корреляционную функцию за период d. После такого усреднения $\overline{K}_{\alpha\beta\rho\xi} \cong K_{\alpha\beta\rho\xi}$ с точностью до величины порядка d/r_c.

Таким образом, из (3) с учетом усреднения по периоду «волны плотности» получим:

$$\overline{K}_{\alpha\beta\rho\xi} = M_1 n^0_{\alpha\beta}\, n^0_{\rho\xi} + M_2\,(I_{\alpha\beta\rho\xi} - n^0_{\alpha\beta}\, n^0_{\rho\xi}), \tag{4}$$

где

$$M_1 = \frac{\pi^2}{\sqrt{L_\perp L'_\parallel}}\; \frac{\exp\left\{-\sqrt{\mu^2 r_z^2 + r_x^2 + r_y^2}/r_{c\perp}\right\}}{\sqrt{\mu^2 r_z^2 + r_x^2 + r_y^2}},$$

$$M_2 = \frac{\pi^2}{\sqrt{L_\perp L_\parallel}}\; \frac{1}{\sqrt{\mu^2 r_z^2 + r_x^2 + r_y^2}}, \tag{5}$$

$$\mu = r_{c\perp}/r_{c\parallel}.$$

Из (4) и (5) следует, что в смектической фазе имеются два различных радиуса корреляции для продольных и поперечных флуктуаций ориентационного параметра порядка

$$r_{c\parallel} = \sqrt{L_\parallel / A_2}, \qquad r_{c\perp} = \sqrt{L_\perp / A_2}.$$

Легко заметить, что для нематической фазы $r_{c\parallel} = r_{c\perp}$, так как в нематике $L_\parallel = L_\perp$, при этом (4) переходит в выражение для корреляционной функции флуктуаций $S_{\alpha\beta}$ в нематической фазе, полученное в работе [5]. При условии, что $r_{c\parallel} \to \to r_{c\perp} \to \infty$ (4) переходит в выражение для корреляционной функции флуктуаций $S_{\alpha\beta}$ в изотропной фазе.

Следовательно, в зависимости от поведения $r_{c\parallel}$ и $r_{c\perp}$ формула (4) описывает корреляции флуктуаций ориентационного параметра порядка вблизи фазовых переходов смектическая-нематическая и смектическая-изотропная фаза.

Проведенные расчеты справедливы для смектических А- и С-фаз, так как угол между директором и вектором $\varkappa$ не фиксировался.

Автор благодарен проф. Р. Л. Стратоновичу за весьма ценные замечания и советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kobayashi K. «J. Phys. Soc. Jap.», 1970, **29**, 101.
2. Millan W. L. «Phys. Rev.», 1971, **A4**, 1248.
3. Pulsey D. T. RCA, 1974, **35**, 388.
4. Joshino K. et al. «Jap. Appl. Phys.», 1976, **15**, 735.
5. Стратонович Р. Л. ЖЭТФ, 1976, **70**, 1290.
6. Исихара А. Статистическая физика. М., 1973.
7. Чистяков И. Г. Сборник докладов второй Всесоюзной научной конференции по жидким кристаллам. Иваново, 1973.

Поступила в редакцию
21.9 1977 г.
Кафедра
общей физики для мехмата