

УДК 535.36

В. С. Анчуткин, В. И. Шмальгаузен

О РАССЕЯНИИ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
КОЛЕБЛЮЩИМСЯ ДИФFUЗНЫМ ОТРАЖАТЕЛЕМ

При рассеянии когерентного излучения ОКГ на шероховатой поверхности возникает случайная дифракционная картина — случайное «пятнистое» пространственное поле интенсивности. Как было показано в [1], в условиях оптического эксперимента, когда выполняются неравенства

$$\frac{\sigma_s D}{\lambda r_0} \ll 1, \quad \frac{\sigma_s D}{\lambda r} \ll 1, \quad (1)$$

выражение для поля может быть записано в виде

$$\Psi(P) = \frac{-i\eta}{4\pi R_0 R} \int E(\rho) e^{-ik(r'_0 + r')} m[S(\rho), \mathbf{g}] e^{ig_z S(\rho)} d^2\rho. \quad (2)$$

В этих формулах  $\sigma_s$  — среднеквадратичная высота неровностей,  $D$  — размер освещенной области на рассеивающей поверхности,  $r_0$  — радиус кривизны падающего волнового фронта,  $r$  — расстояние от рассеивателя до плоскости наблюдения,  $r'_0$  и  $r'$  — соответствующие величины для подстилающей плоскости,  $\lambda$  — длина волны излучения,  $R_0, R$  — расстояния от источника и от точки наблюдения ( $P$ ) до центра освещенной области ( $D$ ),  $\eta$  — френелевский коэффициент отражения,  $E(\rho)$  — амплитуда светового поля на подстилающей плоскости,  $S(\rho)$  — отклонения шероховатой поверхности от подстилающей плоскости,  $\rho = \{u, v\}$  — радиус-вектор точки на подстилающей плоскости,  $\mathbf{g} = k(\mathbf{r}_0/r_0 + \mathbf{r}/r)$  — вектор рассеяния,  $g_z$  — проекция вектора рассеяния на нормаль к подстилающей плоскости (величина  $g_z$  в силу (1) не зависит от координат точки на рассеивающей поверхности).

$$m[S(\rho), \mathbf{g}] d^2\rho = (\mathbf{n}, \mathbf{g}) dS = \left( -\frac{\partial S}{\partial u} g_u - \frac{\partial S}{\partial v} g_v + g_z \right) du dv. \quad (3)$$

При выводе формулы (2) предполагалось, что френелевский коэффициент отражения  $\eta$  является медленно изменяющейся функцией угла и что основной вклад в поле в точке наблюдения дают «блики» — участки поверхности с одинаковыми углами наклона. Указанная формула, согласно [1], справедлива как в ближней, так и в дальней волновых зонах рассеивающей площадки. Свойства рассеянного поля использовались в работе [2] для определения поперечных скоростей диффузных отражателей.

Пусть по шероховатой поверхности распространяется плоская волна  $V(t, \rho)$  вида

$$V(t, \rho) = A \sin(\Omega t - K\rho). \quad (4)$$

Отклонения возмущенной поверхности от подстилающей плоскости могут быть описаны случайной функцией координат и времени:

$$S(\rho, t) = S(\rho) + A \sin(\Omega t - K\rho). \quad (5)$$

Рассмотрим для простоты случай, когда волна бежит вдоль направления оси  $u$ . Предположим также, что амплитуда волны мала по сравнению с характерным размером шероховатостей ( $\sigma_s$ ), т. е.

$$A \ll \sigma_s. \quad (6)$$

При этом, очевидно, все условия, необходимые для применения формулы (2) к возмущенной поверхности (5), будут обеспечены. Таким образом, наблюдаемое в точке  $P(\mathbf{x})$  рассеянное поле является уже функцией времени и может быть представлено выражением, аналогичным формуле (2), в которой  $S(\rho)$  следует заменить на  $S(\rho, t)$ , а  $\mathbf{g}$  на  $\mathbf{g}(t)$ :

$$\Psi(P, t) = \frac{-i\eta}{4\pi R_0 R} \int E(\rho) e^{ik(r'_0 + r')} m[S(\rho), \mathbf{g}] e^{ig_z[S(\rho) + V(t, u)]} d^2\rho, \quad (7)$$

где согласно неравенству (6) учтено, что

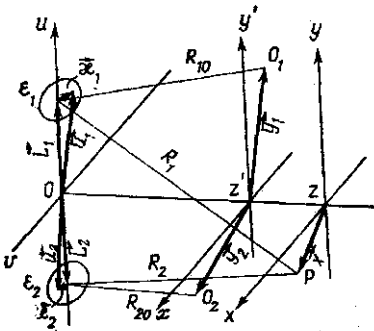
$$\mathbf{g}(t) \simeq \mathbf{g}, \quad \frac{\partial S}{\partial \rho} \gg \frac{\partial V(t, u)}{\partial \rho}.$$

Из формулы (7) видно, что информация о возмущающей волне (4) входит только в выражение для фазы рассеянного поля и, следовательно, ее нельзя получить при регистрации интенсивности света.

Рассмотрим специальный случай формирования поля на рассеивающей поверхности, представленный на рисунке. На поверхности создаются два освещенных пятна  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  так, что:

$$E(u, v) = \begin{cases} E_0 & u, v \in \varepsilon_1, \varepsilon_2 \\ 0 & u, v \notin \varepsilon_1, \varepsilon_2 \end{cases}.$$

Согласно рисунку, центры освещенных областей расположены по оси  $u$



симметрично относительно начала координат на расстоянии  $2L$  друг от друга, т. е. их радиусы-векторы равны  $L_1 = \{0, L\}$ ,  $L_2 = \{0, -L\}$ ;  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  — радиусы-векторы, проведенные из центров областей  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в текущие точки;  $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2$  — радиусы-векторы этих точек в системе координат  $uv$ ;  $R_{10}, R_{20}$  — радиусы кривизны падающих волновых фронтов в центрах соответствующих областей. Эти волны можно рассматривать как исходящие от двух точечных когерентных излучателей, находящихся в точках  $O_1$  и  $O_2$ .

Выражение для поля может быть представлено в виде суммы двух интегралов вида (7) по соответствующим областям  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ .

Пусть длина возмущающей волны ( $\Lambda$ ) гораздо больше размера ( $D$ ) освещенных областей:

$$\Lambda \gg D. \quad (8)$$

Тогда, полагая, что для каждой из областей  $e_1$  и  $e_2$  справедливо приближение Френеля, получаем

$$\begin{aligned} \Psi(P, t) = & \frac{-i\eta E_0 \exp\{-ik[R_{10} + R_1]\}}{4\pi R_{10} R_1} \exp\{ig_{1z} V(t, L)\} \times \\ & \times \int_{e_1} \exp\{-ik\alpha_1(x_1)\} m(x_1) \exp\{ig_{1z} S(x_1)\} d^2 x_1 - \\ & - \frac{i\eta E_0 \exp\{-ik[R_{20} + R_2]\}}{4\pi R_{20} R_2} \exp\{ig_{2z} V(t, -L)\} \times \\ & \times \int_{e_2} \exp\{-ik\alpha_2(x_2)\} m(x_2) \exp\{ig_{2z} S(x_2)\} d^2 x_2, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$k\alpha_j(x_j) = kx_j^2/2R_{j0} - g_j x_j + L_j x_j/R_{j0}, \quad (10)$$

$$1/R_{j0} = 1/R_{j0} + 1/R_j, \quad (11)$$

$$g_j = k(y_j/R_{j0} + x_j/R_j), \quad (12)$$

$$m(x_j) = m[S(x_j), g_j],$$

индекс  $j=1,2$  обозначает величины, относящиеся к площадкам  $e_1$  и  $e_2$  соответственно. При выводе формулы (9) разложение для каждой из площадок проводилось по малым параметрам

$$(x_j^2 - 2y_j x_j)/R_{j0}^2, \quad (x_j^2 - 2x_j)/R_j^2.$$

Здесь  $y_j$  — радиусы-векторы точечных когерентных излучателей  $O_1$  и  $O_2$  в системе координат  $x'y'z'$ ,  $x$  — радиус-вектор точки в плоскости наблюдения. Функция  $\exp\{ig_{jz} V(t, u)\}$  вынесена за знак интеграла с учетом (8).

Выражение для средней интенсивности  $\langle I(P, t) \rangle = \langle \Psi(P, t) \Psi^*(P, t) \rangle$  на основании (9) можно записать в виде

$$\langle I(P, t) \rangle = \langle I_1(P) \rangle + \langle I_2(P) \rangle + \langle I_{12}(P, t) \rangle, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \langle I_j(P) \rangle = & (\eta E_0/4\pi)^2 \left\langle \int_{e_j} \int_{e_j} \exp\{ik[\alpha_j(x'_j) - \alpha_j(x''_j)]\} m(x'_j) m(x''_j) \exp \times \right. \\ & \times \{ig_{jz}[S(x'_j) - S(x''_j)]\} d^2 x'_j d^2 x''_j \rangle. \end{aligned} \quad (14)$$

$$\langle I_{12}(P, t) \rangle = \left( \frac{\eta E_0}{4\pi} \right)^2 \frac{1}{R_{10} R_1 R_{20} R_2} \{C_-(x) \exp\{-i\varphi(t)\} \times$$

$$\times \langle \int_{e_2} \exp\{-ik\alpha_2(x_2)\} m(x_2) \exp\{ig_{2z} S(x_2)\} d^2 x_2 \times$$

$$\times \int_{e_1} \exp\{ik\alpha_1(x_1)\} m(x_1) \exp\{-ig_{1z} S(x_1)\} d^2 x_1 \rangle +$$

$$+ C_+(x) \exp\{i\varphi(t)\} < \int_{\varepsilon_1} \exp\{-ik a_1(x_1)\} m(x_1) \times \\ \times \exp\{ig_{1z} S(x_1)\} d^2 x_1 \int_{\varepsilon_2} \exp\{ik a_2(x_2)\} m(x_2) \exp\{-ig_{2z} S(x_2)\} d^2 x_2 > \}, \quad (15)$$

где

$$\varphi(t) = g_{1z} V(t, L) - g_{2z} V(t, -L); C_{\mp}(x) = e^{\mp ik[(R_{10}-R_1)+(R_{10}-R_1)]}. \quad (16)$$

В формулах (13)—(15) операция усреднения производится по ансамблю статистически независимых излучателей. Поскольку области  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  не перекрываются, операцию усреднения можно проводить под знаком каждого из интегралов. Рассмотрим подынтегральные выражения, связанные со статистическими свойствами рассеивающей поверхности. Ограничимся случаем пространственно однородной функции  $S(\rho)$ , подчиняющейся нормальному закону распределения. Соответствующие выражения имеют вид

$$\langle m(x_j) e^{\pm g_{jz} S(x_j)} \rangle = g_{jz} f_{1s} = g_{jz} e^{-\frac{1}{2} g_{jz}^2 \sigma_s^2}, \quad (17)$$

$$\langle m(x'_j) m(x''_j) e^{ig_{jz}[S(x'_j)-S(x''_j)]} \rangle = T_j(x'_j - x''_j), \quad (18)$$

где  $f_{1s}$  — одномерная характеристическая функция для нормального распределения [3]. При получении формулы (17) предполагалось, что поверхность в среднем плоская, т. е.  $\langle \partial S(\rho)/\partial \rho \rangle = 0$ , и использовалось свойство статистической независимости случайной функции и ее производной. Выражение вида (18) обычно возникает при вычислениях средней интенсивности рассеяния [4].

Таким образом, (14) и (15) принимают вид

$$\langle I_j(P) \rangle = (\eta E_0 / 4\pi R_{j0} R_j)^2 \int_{\varepsilon_j} \int_{\varepsilon_j} T_j(x'_j - x''_j) \times \\ \times \exp\{-ik[a_j(x'_j) - a_j(x''_j)]\} d^2 x'_j d^2 x''_j. \quad (19)$$

$$\langle I_{12}(P, t) \rangle = \left( \frac{\eta E_0}{4\pi} \right)^2 \frac{g_{1z} g_{2z} \exp\left\{-\frac{1}{2}(g_{1z}^2 + g_{2z}^2) \sigma_s^2\right\}}{R_{10} R_1 R_{20} R_2} \times \\ \times \{C_-(x) \exp\{-i\varphi(t)\} \int_{\varepsilon_2} \exp\{-ik a_2(x_2)\} d^2 x_2 \times \\ \times \int_{\varepsilon_1} \exp\{ik a_1(x_1)\} d^2 x_1 + C_+(x) \exp\{i\varphi(t)\} \times \\ \times \int_{\varepsilon_1} \exp\{-ik a_1(x_1)\} d^2 x_1 \int_{\varepsilon_2} \exp\{ik a_2(x_2)\} d^2 x_2\}. \quad (20)$$

Обратимся к формуле (13), определяющей величину среднего значения интенсивности. Согласно (19), первые два члена формулы (13) описывают «пятнистую» картину, получающуюся в результате аддитивного наложения двух средних распределений интенсивности, обусловленных рассеянием на каждой из областей  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ . Интересующая нас

информация заключена в «интерференционном» члене (20), к анализу которого мы и обратимся.

Как легко заметить, произведения двойных интегралов, входящие в состав слагаемых формулы (20), равны между собой. Тогда, учитывая явный вид функций  $\varphi(t)$ ,  $C_{\mp}(x)$  (16), получим окончательно .

$$\langle I_{1,2}(P, t) \rangle = \left( \frac{\eta E_0}{4\pi} \right)^2 \frac{g_{1z} g_{2z} e^{-\frac{1}{2}(g_{1z}^2 + g_{2z}^2) \sigma_s^2}}{R_{10} R_1 R_{20} R_2} \times \\ \times B(x) \cdot 2 \cos \{k[(R_{20} - R_2) + (R_{10} - R_1)] + \varphi(t)\}, \quad (21)$$

$$\text{где } B(x) = \int_{\varepsilon_2} e^{-ik\alpha_2(x_2)} d^2 x_2 \int_{\varepsilon_1} e^{ik\alpha_1(x_1)} d^2 x_1, \quad (22)$$

$$\varphi(t) = g_{1z} V(t, L) - g_{2z} V(t, -L) = A(g_{1z} - g_{2z}) \cos KL \sin \Omega t + \\ + A(g_{1z} + g_{2z}) \sin KL \cos \Omega t. \quad (23)$$

Обсудим физический смысл результата (21). Первый сомножитель есть огибающая распределения интенсивности и представляет собой дифракционный ореол (галло), вид которого определяется функцией  $B(x)$ . Последняя, в свою очередь, согласно (22) и (10), зависит от геометрии задачи. В условиях дифракции Фраунгофера для формы областей  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  в виде круга или прямоугольника  $B(x)$  можно выразить аналитически [5].

Второй сомножитель описывает систему модуляционных полос, заполняющих область дифракционного ореола. В случае отсутствия возмущающей волны, т. е.  $\varphi(t) = 0$ , система этих полос есть результат классической двухлучевой интерференции Юнга, полученный при соответствующей геометрии. Наличие на рассеивающей поверхности возмущающей волны (4) приводит к появлению в формуле (21) гармонически изменяющейся фазы  $\varphi(t)$ . Этот факт соответствует колебательному движению системы полос как целого.

Согласно (23), характер движения целиком определяется свойствами возмущающей волны. Это явление может быть использовано для обнаружения волн упругой деформации, распространяющихся по шероховатой поверхности.

Для изучения вибраций можно воспользоваться амплитудной решеткой, которая накладывается на пятнистую картину. Помещенный за решеткой фотоприемник будет регистрировать смещение интерференционных полос относительно штрихов решетки (маски). Аналогичный метод использовался в ряде работ для определения поперечных скоростей диффузных отражателей [6—7].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козел С. М., Локшин Г. Р. «Оптика и спектроскопия», 1971, 31, 476.
2. Анисимов В. В., Козел С. М., Локшин Г. Р. «Оптика и спектроскопия», 1969, 27, 483.
3. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику, ч. 1. М., 1976.
4. Исакович М. А. ЖЭТФ, 1952, 23, 305.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1973, с. 362.
6. Stavis G. „Instrum. and Control Systems“, 1966, 39, 99—102.
7. Риттер Е. Г., Наумов С. М., Бобринев В. И. «Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехн.», 1967, вып. 3, 3—19.