усиление в однородной среде без дисперсии не может превышать величины $4/\pi$. Процесс подавления протекает более эффективно. Коэффициент подавления на том же расстоянии от излучателя равен 0,61, что можно объяснить участием сигнальной волны в образовании комбинационных частот. Эксперимент дает довольно хорошее согласие с расчетом. Несмотря на малую величину зарегистрированного эффекта взаимодействия создание усилителя может быть реальным, если удастся создать структуру с малым коэффициентом затухания взаимодействующих волн.

В заключение благодарю В. И. Шмальгаузена и О. В. Руденко за внимание и помощь в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М., 1975.
2. Бриллюэн Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. М., 1959.
3. Рытов С. М. «Акустический журнал», 1956, **2**, вып. 1, 71—83.
4. Новиков Б. К., Руденко О. В. «Акустический журнал», 1976, **22**, вып. 3, 461—462.

Кафедра
общей физики для
мехмата

Поступила в редакцию
30.01.78

УДК 539.293.011.23

А. Ф. Румынина

ПЕРИОДИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ НЕРАВНОВЕСНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКЕ ПРИ НЕОДНОРОДНОЙ ПОДСВЕТКЕ

Задача об особенностях систем, когда имеет место неоднородная генерация неравновесных носителей заряда, рассматривалась в ряде работ [1—6]. В данной работе исследуются некоторые особенности пространственно неоднородной неравновесной системы с междузонным поглощением света, а также решается вопрос о флуктуационной устойчивости такой системы.

Будем считать, что неравновесные носители заряда генерируются на одной из поверхностей пластины ($y=0$) и будем рассматривать случай междузонного поглощения света. Световой поток предполагается неоднородным, и для конкретизации расчета функцию, характеризующую генерацию неравновесных носителей заряда, положим равной $I(w, x)=I_0(w)\exp(-\alpha x^2)$ (координата x направлена вдоль поверхности пластины, а координата y перпендикулярна ей), где $I_0(w)$ пропорциональна интенсивности светового потока, $\alpha^{-\frac{1}{2}}$ есть характерная «длина неоднородности» подсветки.

При расчете функции распределения мы воспользуемся обычной системой уравнений для симметричной и антисимметричной частей функции распределения (уравнения (1) и (2) в работе [5]) и на систему накладываются те же условия, что и в [5]. Считается, что газ носителей заряда невырожден и закон дисперсии квадратичен. Рассматривается случай, когда межэлектронные столкновения несущественны. Можно показать, что если в полупроводнике справедливо условие $\frac{\sigma_n - \sigma_p}{\sigma_n + \sigma_p} \ll 1$, т. е. проводимости электронов и дырок близки друг другу, то в системе выполняется условие квазинейтральности. В этом случае в кинетическом уравнении можно пренебречь полевым слагаемым. Допускается также, что столкновения носителей заряда с рассеивателями носят квазиупругий характер, т. е. длина свободного пробега по энергии, $l_э$, значительно больше длины свободного пробега по импульсу, l_p. Рассматривается рассеяние горячих носителей заряда на акустических фононах, ибо этот случай можно просчитать до конца. Однако это ограничение не принципиально для рассматриваемого ниже эффекта, поскольку интеграл столкновений определяет только энергетическую часть функции распределения, а не координатную.

Исходя из совокупности изложенных условий, можно написать уравнение для симметричной части функции распределения $f_s(x, y, w)$ [5] и граничные условия в данной постановке задачи

$$-\frac{2w\tau}{3m}\nabla^2 f_s^0 = \mathcal{I}[f_s^0], \tag{1}$$

$$\frac{2w\tau}{3m}\frac{\partial f_s^0}{\partial y}\bigg|_{y=0} = I(w, x) - S_1(w) f_s^0(x, 0, w), \tag{2}$$

$$\frac{2w\tau}{3m}\frac{\partial f_s^0}{\partial y}\bigg|_{y=d} = -S_2(w) f_s^0(x, d, w), \tag{3}$$

$$f_s^0(x, y, w)\big|_{x\to\infty} = f_{s,0}. \tag{4}$$

Здесь функции $S_1(w)$ и $S_2(w)$ определяют поверхностную рекомбинацию на плоскостях $y=0$ и $y=d$. Как и в [5], интеграл столкновений задается формулой Давыдова [7]. Уравнение (1) решалось методом разделения переменных и общее решение имеет вид при $S_1(w)=S_2(w)$ (это условие не ограничивает общности получаемого решения, но делает его более наглядным).

$$f_s^0(x, y, w) = \sum_{\lambda=1}^{\infty}\sum_{k=0}^{\lambda\cdot\frac{d}{\pi}} A_{\lambda,k}\cos\left(\sqrt{\lambda - \left(\frac{\pi k}{d}\right)^2}\cdot x\right)\cos\left(\frac{\pi k}{d}y + \varkappa_{\lambda,k}\right) + f_{s,0},$$

где (5)

$$A_{\lambda,k} = \int_0^{\infty} dw\, I_0(w) f_\lambda(w) e^{w}\cdot\frac{\exp\left[-\frac{\lambda - \left(\frac{\pi k}{d}\right)^2}{4\alpha}\right]}{Q_{\lambda,k}\cdot k + b_{\lambda,k}}; \tag{6}$$

$$Q_{\lambda, k} = \frac{6d^2\sqrt{\alpha}\,\sin\varkappa_{\lambda, k}}{\pi^{3/2}\tau_0 T_0}\ ;\quad b_{\lambda, k} = \int\limits_0^\infty S(w) f_\lambda(w) f_{\lambda'}(w)\cdot w\cdot e^w dw\cdot\cos\varkappa_{\lambda, k}, \quad (7)$$

где $f_\lambda(w) = e^{-w}L_n^1(w)$ — собственные функции оператора столкновений $\mathcal{J}[f]$ и $\lambda=2n$ ($n=1, 2,...$) его собственные значения, L_n^1 (w) — полиномы Лагерра; $k=1, 2, 3,...$; d — толщина пластины, τ_0 — константа размерности времени и при рассеянии на акустических фононах связана с временем жизни носителей заряда по формуле $\tau=\tau_0\left(\frac{T}{w}\right)^{1/2}$, $f_{s,0}$ — равновесная функция распределения. В случае $S(w) = \mathrm{const} = S_0$

$$b_{\lambda, k} = \frac{S_0}{T_0^2}\cos\varkappa_{\lambda, k}\cdot(\lambda+1)!, \qquad \varkappa_{\lambda, k} = \operatorname{arctg}\frac{S_0\cdot 3m}{2\tau_0 T_0\sqrt{\lambda-\left(\frac{\pi k}{d}\right)^2}}\,. \quad (8)$$

Можно показать, что в выражении (5) в сумме надо оставить только несколько первых членов в зависимости от параметров d, $l_э$ и $\alpha^{-\frac{1}{2}}$, поскольку оценка остаточной суммы при $\lambda\to\infty$ дает величину значительно меньшую, чем сумма первых нескольких членов. Для оценки рассмотрим случай $d=l_э=\alpha^{-\frac{1}{2}}$, тогда выражение (6) можно переписать в виде

$$\sum_{n=\pi k}^{\infty}\frac{I_0}{(n+1)!}\,\frac{1}{n\dfrac{6\,l_э\sin\varkappa_{\lambda, k}}{\pi^{5/2}\tau_0 T_0}+\dfrac{S_0\cos\varkappa_{\lambda, k}}{T_0}}\,. \quad (9)$$

Поскольку из решения уравнения (1) получается, что $n^2-(\pi k^2)>0$ и n — четное, то минимальное значение $n=4$ при $k=1$, а в сумме (11) член $\dfrac{I_0 T_0\pi^{5/2}\tau_0}{5!\,(24\,l_э\sin\varkappa_{4,1}+\pi^{5/2}\tau_0 S_0\cos\varkappa_{4,1})}$ наибольший и сумма всех остальных членов много меньше этого члена. Таким образом, получено, что функция $f_s^0(x, y, w)$ имеет периодическую зависимость от координат x и y. Следовательно, мы получили, что в полупроводниковой пластине, обладающей перечисленными выше свойствами, возможно образование периодического распределения плотности неравновесных носителей заряда, причем амплитуда этой зависимости пропорциональна интенсивности подсветки, а периоды определяются геометрией опыта (т. е. соотношениями между параметрами: толщиной пластины, d, «длиной неоднородности» подсветки, $\alpha^{-\frac{1}{2}}$, длиной свободного пробега по энергии, $l_э$).

Устойчивость стационарного решения. Полученное неравновесное стационарное решение необходимо исследовать на устойчивость относительно малых флуктуаций. Пусть $f(x, y, w, t)=f_s^0(x, y, w)+\delta f(x, y, w, t)$, где δf флуктуация функции распределения. Будем следовать работе [5] при исследовании устойчивости полученного решения. Подвергая одностороннему преобразованию Лапласа нестационарное уравнение Больцмана (см. (7) в [5]), для лапласовского образа $f_s(x, y, w, p)$ получим уравнение

$$p\delta f_s - \hat{L}[\delta f_s] = F_s - \frac{\tau F_a}{1+p\tau}, \tag{10}$$

где $F_s = \delta f_s(x, y, w, 0)$ — начальное условие на флуктуацию функции распределения, которая предполагается заданной, F_a — начальное условие для антисимметричной части функции распределения и оператор $\hat{L}[\delta f_s]$ имеет вид : $\hat{L}[f] = \frac{2w\tau}{3m}\frac{\nabla^2 f}{(1+p\tau)} + \mathcal{J}[f]$. Пусть ψ_μ и μ — собственные функции и собственные значения оператора $\hat{L}[\psi_\mu]$.

Граничные условия для функции ψ_μ те же, что и для $f_s^0(w, x, y)$ (2—4).

Как показано в [2], полюсы функции $\delta f_s(x, y, w, p)$ определяются условием $p = \mu(p)$. Вопрос об устойчивости связан со знаком μ: при $\mu > 0$ — система неустойчива, при $\mu < 0$ — система устойчива. Введем обозначение $N = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_0^d dy \int\limits_{-\infty}^{\infty} dw \frac{3m}{2w\tau}|\psi_\mu|^2$, тогда из (13) после умножения обеих частей уравнения на ψ_μ и интегрирования по частям получаем

$$\mu N = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_0^d dy \int\limits_{-\infty}^{\infty} dw \frac{-1}{1+p\tau}\left\{\left|\frac{\partial\psi_\mu}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial\psi_\mu}{\partial y}\right|^2\right\} +$$

$$+ \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_0^d dy \int\limits_0^{\infty} dw \frac{3m}{2w\tau}\cdot\psi_\mu \mathcal{J}[\psi_\mu] + \int\limits_0^{\infty}\frac{dw}{1+p\tau}\times$$

$$\times\left\{\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx\, \psi_\mu \frac{\partial\psi_\mu}{\partial y}\Big|_0^d + \int\limits_0^d dy\, \psi_\mu \frac{\partial\psi_\mu}{\partial x}\Big|_{-\infty}^{\infty}\right\}. \tag{11}$$

Рассмотрим каждое из четырех слагаемых в правой части (11) отдельно. Первое слагаемое при $1+p\tau > 0$ отрицательно. Во втором слагаемом разложим функции ψ_μ по собственным функциям $f_\lambda(w)$ оператора $\mathcal{J}\psi_\mu = \sum\limits_\lambda a_{\lambda,\mu} f_\lambda(w)$, тогда, произведя интегрирование по w, получим $\sum\limits_\lambda \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_0^d dy\, a^2_{\lambda,\mu}(-\lambda)\Gamma(\lambda+1)$. Эта величина также отрицательна. Для определения знака третьего слагаемого в (11) воспользуемся граничными условиями (2—3), т. е.

$$-\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_0^{\infty} dw\, \psi^2_\mu(x, d, w, p) S_2(w) - \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_0^{\infty} dw\, \psi_\mu(x, 0, w, p) I(w, x) -$$

$$-\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_0^{\infty} dw\, \psi^2_\mu(x, 0, w, p) S_1(w). \tag{12}$$

Если функция $S(w)$ достаточно плавная, то ее можно вынести за знак интеграла и тогда первый и третий члены, как видно из (12), отрицательны. В случае, когда функция $I(w, x)$ имеет острый максимум при некоторой энергии w_0, второй член также отрицателен. Таким образом, третье слагаемое в (11) отрицательно. Четвертое слагаемое в (11) обращается в нуль в силу граничного условия (4). Видим, что μ может принимать только отрицательные значения, т. е. полученное стационарное решение $f_s^0(x, y, w)$ устойчиво относительно малых флуктуаций.

Автор благодарит проф. В. Л. Бонч-Бруевича за постоянное внимание к работе и помощь в ее выполнении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бонч-Бруевич В. Л. «Физика и техника полупроводников», 1969, **3**, 1010.
2. Бонч-Бруевич В. Л. «Phys. stat. sol.», 1969, **33**, 911; «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1969, № 5, 98.
3. Бонч-Бруевич В. Л., Пройкова Я. Г. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1970, № 6, 631.
4. Пройкова Я. Г. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1972, **13**, 203.
5. Бонч-Бруевич В. Л., Румынина А. Ф. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1975, **16**, № 3, 325.
6. Румынина А. Ф. «Вестн. Моск. ун-та. Физ., астрон.», 1975, **16**, № 4, 394.
7. Давыдов Б. И. ЖЭТФ, 1937, **7**, 1069.

Кафедра
физики полупроводников

Поступила в редакцию
23.10.78

ПОПРАВКА

В статье В. С. Туманова (Вестн. Моск. ун-та, № 3—1978, с. 67) допущена (по вине типографии) опечатка:

Напечатано	Следует читать
$P_{11}P_{12}P_{13}P_{14}$	$\mathbf{P}_{11}\mathbf{P}_{12}\mathbf{P}_{13}\mathbf{P}_{14}$
$P_{21}P_{22}P_{23}P_{24}$	$\mathbf{P}_{21}\mathbf{P}_{22}\mathbf{P}_{23}\mathbf{P}_{24}$
$P_{31}P_{32}P_{33}P_{34}$	$\mathbf{P}_{31}\mathbf{P}_{32}\mathbf{P}_{33}\mathbf{P}_{34}$
$P_{11}P_{12}P_{13}P_{14}$	$\mathbf{P}_{11}\mathbf{P}_{12}\mathbf{P}_{13}\mathbf{P}_{14}$
$P_{21}P_{22}P_{23}P_{24}$	$\mathbf{P}_{21}\mathbf{P}_{22}\mathbf{P}_{23}\mathbf{P}_{24}$
$P_{31}P_{32}P_{33}P_{34}$	$\mathbf{P}_{31}\mathbf{P}_{32}\mathbf{P}_{33}\mathbf{P}_{34}$
$P_{11}P_{12}P_{13}P_{14}$	$\mathbf{P}_{11}\mathbf{P}_{12}\mathbf{P}_{13}\mathbf{P}_{14}$
$P_{21}P_{22}P_{23}P_{24}$	$\mathbf{P}_{21}\mathbf{P}_{22}\mathbf{P}_{23}\mathbf{P}_{24}$
$P_{31}P_{32}P_{33}P_{34}$	$\mathbf{P}_{31}\mathbf{P}_{32}\mathbf{P}_{33}\mathbf{P}_{34}$
$P_{11}P_{12}P_{13}P_{14}$	$\mathbf{P}_{11}\mathbf{P}_{12}\mathbf{P}_{13}\mathbf{P}_{14}$
$P_{21}P_{22}P_{23}P_{24}$	$\mathbf{P}_{21}\mathbf{P}_{22}\mathbf{P}_{23}\mathbf{P}_{24}$
$P_{31}P_{32}P_{33}P_{34}$	$\mathbf{P}_{31}\mathbf{P}_{32}\mathbf{P}_{33}\mathbf{P}_{34}$